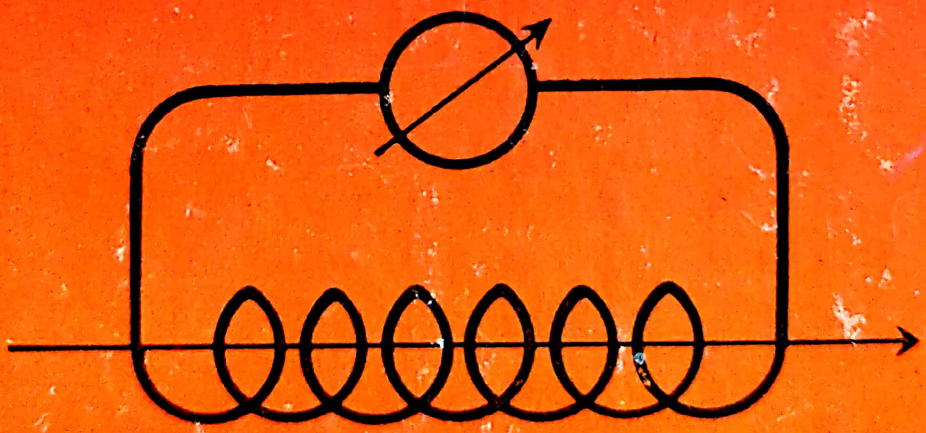
V. Tutovan
Paula Apostol
Aurica Mîndreci

ELECTRICITATE

FENOMENE ● INSTRUMENTE
ȘI METODE DE MĂSURAT
● APLICAȚII ●



Editura didactică și pedagogică — București 1975

Scanned with OKEN Scanner

V. TUTOVAN

PAULA APOSTOL AURICA MÎNDRECI

ELECTRICITATE

FENOMENE • INSTRUMENTE
ŞI METODE DE MĂSURAT
• APLICAŢII •

EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ,
BUCUREŞTI — 1975

Scanned with OKEN Scanner

PREFAȚĂ

Lucrarea de față este scrisă cu intenția de a înlesni studenților, care audiază un curs de electricitate, să aprofundeze cunoștințele dobîndite și să le aplice cu succes în practică. Ea tinde astfel să completeze bibliografia de specialitate din domeniul electricității.

Titlul fiecărui capitol reprezintă un subiect care, prin modul cum este tratat, conduce la diverse aplicații, toate acestea contribuind atît la înțelegerea unor fenomene, legi și noțiuni, cît și la deprinderea unor procedee practice specifice electricității.

Capitolele acoperă cea mai mare parte a unui curs de electricitate care se predă în învățămîntul superior. În unele din acestea se prezintă studiul funcționării și modul de utilizare a unui instrument sau aparat electric. În altele, se descriu și se discută diverse metode de măsurare, de mare importanță în practica de laborator, după care se dau exemple de aplicații ale acestor metode. Lucrarea mai cuprinde capitole în care se studiază, cu ajutorul diverselor instrumente și aparate, unele fenomene electrice care prezintă dificultăți în sesizarea și înțelegerea lor. În sfîrșit, sînt cuprinse și capitole în care se propune ca scop determinarea caracteristicilor electrice sau magnetice ale unor substanțe.

Prin modul de expunere, se urmărește să se arate cititorilor cum se propune o problemă de studiat și să-i facă să se deprindă cu realizarea unei instalații de măsurare, cu interpretarea rezultatelor obținute și cu aprecierea erorilor care le afectează. Totodată, se urmărește de a-i face pe cititor să se obișnuiască cu mînuirea aparaturii folosite, precum și cu procedeele de înlăturare a diverselor dificultăți care apar în cursul aplicării în practică a unor cunoștiințe.

Structura capitolelor este aceeași: mai întîi se fundamentează teoretic — plecîndu-se de la fenomene și utilizîndu-se metode de calcul, pe care studenții le cunosc — tot ceea ce interesează de aplicat în practică, iar apoi sînt prezentate schemele după care se realizează instalațiile de lucru și se dau detaliile necesare privind elementele și aparatele cuprinse în diverse circuite. În continuare, se descrie modul de lucru, atrăgîndu-se atenția asupra greșelilor care se pot comite frecvent și care scapă, obișnuit, experimentatorului în formare. Deseori se pun întrebări, la care studentul trebuie să se gîndească și să dea răspunsuri adecvate.

O mare atenție se acordă calculului erorilor, — prezentîndu-se diverse particularități în aplicarea acestuia, —, întrucît pentru aplicarea

Scanned with OKEN Scanner

în practică a unor cunoştinţe de fizică, este esenţial să se cunoască precizia cu care s-a efectuat o măsurare.

Cartea se adresează nu numai studenţilor de la facultăţile în cadrul cărora se predau cursuri de electricitate, ci şi cercetătorilor din diverse laboratoare în care se folosesc metode de investigaţie electrice şi profesorilor de fizică din învăţămîntul mediu; aceasta poate fi folosită şi de elevii ultimilor clase ale liceelor, întrucît subiectele sînt tratate gradat, atît în partea care priveşte expunerile teoretice, cît şi în cea aplicativă.

Acest volum reprezintă un rezultat al experienţei acumulate de fiecare dintre autori — în decurs de 15 pînă la 25 de ani — în cadrul Laboratorului de Electricitate al Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi.

Autorii

Scanned with OKEN Scanner

TABLA DE MATERII

Prefață 5

Capitolul 1. **Calculul erorilor de măsurare** 11
1.1. Noțiuni generale despre măsurători 11
1.2. Calculul erorilor în cazul măsurătorilor directe 13
1.3. Calculul erorilor în cazul măsurătorilor indirecte 21

Capitolul 2. **Electrometrul cu cadrane. Măsurarea rezistențelor foarte mari prin metoda pierderii de încărcare** 26
2.1. Electrometrul cu cadrane 26
2.2. Montaje utilizate 27
2.3. Măsurarea rezistențelor foarte mari prin metoda pierderii de încărcare 29
2.4. Etalonarea electrometrului utilizat 32
2.5. Măsurarea unei rezistențe foarte mari prin metoda pierderii de încărcare 33

Capitolul 3. **Studiul galvanometrului cu cadru mobil** 34
3.1. Funcționarea galvanometrului în regim permanent 34
3.2. Funcționarea galvanometrului în regim balistic 39
3.3. Determinarea constantelor galvanometrului 43

Capitolul 4. **Extinderea domeniului de măsurare al instrumentelor electrice de măsurat. Ampermetre și voltmetre** 52
4.1. Ampermetre și voltmetre de utilizare frecventă 52
4.2. Extinderea domeniului de măsurare al ampermetrelor 54
4.3. Extinderea domeniului de măsurare al voltmetrelor 55
4.4. Extinderea domeniului de măsurare al instrumentelor magnetoelectrice 57

Capitolul 5. **Măsurarea rezistențelor prin metode de deviație** 60
5.1. Măsurarea rezistențelor prin metoda ampermetrului și voltmetrului . 60
5.2. Măsurarea rezistențelor prin metoda comparației folosind un voltmetru și o rezistență etalon 63
5.3. Măsurarea rezistențelor unor becuri cu filamente din diferite materiale 64
5.4. Măsurarea unor rezistențe prin metoda comparației 65

Capitolul 6. **Puntea Wheatstone. Determinarea coeficientului de variație a rezistenței cu temperatura** 66
6.1. Puntea Wheatstone 66
6.2. Variantele punții Wheatstone 71
6.3. Variația rezistenței electrice cu temperatura 74
6.4. Măsurarea rezistenței electrice a unui fir conductor și a unor instrumente electrice uzuale cu puntea Wheatstone 75
6.5. Determinarea coeficientului de variație a rezistenței cu temperatura . 76

Capitolul 7. **Puntea Thomson. Determinarea parametrului de ordine de rază lungă** 77
7.1. Puntea dublă Thomson 77
7.2. Parametrul de ordine de rază lungă 80
7.3. Determinarea rezistivității unui conductor metalic și a parametrului de ordine de rază lungă, cu puntea Thomson 82

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 8. **Potenţiometre sau compensatoare de curent continuu. Utilizarea acestora la măsurarea tensiunilor, curenţilor şi rezistenţelor** . . 85
8.1. Metoda opoziţiei de măsurare a tensiunilor 85
8.2. Potenţiometre 90

Capitolul 9. **Efectul Seebeck. Termocupluri** 94
9.1. Efecte termoelectrice 94
9.2. Realizarea şi etalonarea unui termocuplu 97

Capitolul 10. **Efectul Hall** 101
10.1. Teoria elementară a efectului Hall 101
10.2. Aplicaţiile efectului Hall 105
10.3. Efectul Hall în cazul unui semiconductor 106

Capitolul 11. **Inducţia magnetică** 110
11.1. Introducere 110
11.2. Inducţia magnetică în vid 112
11.3. Inducţia magnetică în interiorul unui eşantion de substanţă magnetizată 116
11.4. Măsurarea inducţiei magnetice în întrefierul unui electromagnet . . 119
11.5. Măsurarea susceptivităţii unei substanţe paramagnetice 120

Capitolul 12. **Elementele magnetismului terestru** 121
12.1. Cîmpul magnetic terestru 121
12.2. Măsurarea elementelor magnetismului terestru 125
12.3. Măsurarea elementelor I şi B_0 133

Capitolul 13. **Caracteristicile magnetice ale substanţelor feromagnetice. Determinarea acestora prin metoda balistică** 135
13.1. Caracteristicile magnetice ale substanţelor feromagnetice 135
13.2. Curba de primă magnetizare 140
13.3. Ciclul de histerezis 145
13.4. Permeametrul Hopkinson 147

Capitolul 14. **Impedanţa şi puterea în circuite de curent alternativ. Măsurarea acestora prin metode de deviaţie** 150
14.1. Inductanţa proprie 150
14.2. Capacitatea 155
14.3. Inductanţa mutuală 157
14.4. Puterea în curent alternativ 159
14.5. Energia în curent alternativ 164
14.6. Măsurarea impedanţei şi puterii 165

Capitolul 15. **Circuitul *RLC* serie. Rezonanţa** 169
15.1. Circuitul *RLC* serie 169
15.2. Rezonanţa serie 171
15.3. Punerea în evidenţă şi măsurarea defazajului 175
15.4. Măsurarea factorului de calitate 175

Capitolul 16. **Puntea Wheatstone în curent alternativ. Măsurarea capacităţilor şi inductanţelor** 177
16.1. Puntea Wheatstone în curent alternativ 177
16.2. Diverse punţi în curent alternativ 178
16.3. Variaţia cu frecvenţa a inductanţei proprii în cazul unei bobine cu miez de fier 180

Scanned with OKEN Scanner

16.4. Măsurarea capacităţii şi a constantei dielectrice cu puntea Sauty . . 181
16.5. Măsurarea inductanţei proprii şi a inductanţei mutuale cu puntea Maxwell 182

Capitolul 17. **Transformatorul** 184
17.1. Fenomene şi relaţii de bază 184
17.2. Studiul unui transformator 188

Capitolul 18. **Osciloscopul catodic** 190
18.1. Principiul de construcţie 190
18.2. Părţile componente principale ale osciloscopului catodic 190
18.3. Dependenţa oscilogramelor de forma tensiunii bazei de timp . . . 195
18.4. Măsurarea tensiunilor 197
18.5. Măsurarea frecvenţelor prin metoda comparaţiei 197
18.6. Măsurarea defazajului 199

Capitolul 19. **Tuburi electronice şi dispozitive semiconductoare analoage** . . . 201
19.1. Dioda termoelectronică şi trioda 201
19.2. Dioda semiconductoare şi tranzistorul 209
19.3. Trasarea caracteristicilor statice ale diodei termoelectronice şi ale diodei semiconductoare 218
19.4. Trasarea caracteristicilor statice şi determinarea parametrilor unei triode 220
19.5. Trasarea caracteristicilor statice şi determinarea parametrilor principali ai unui tranzistor 222

Bibliografie 224

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 1 | CALCULUL ERORILOR DE MĂSURARE

1.1. NOȚIUNI GENERALE DESPRE MĂSURĂTORI

1.1.1. Introducere. În acest capitol vom trece în revistă unele cunoștințe și vom da unele indicații practice, necesare evaluării preciziei rezultatului unei măsurători.

A măsura o *mărime fizică* (concretă) x, înseamnă a o compara cu o altă mărime x_0, de aceeași natură, aleasă (prin convenție) ca *unitate de măsură*.

Raportul dintre mărimea de măsurat x și unitatea x_0 se numește *valoarea numerică* (sau rezultatul numeric) N a mărimii de măsurat:

$$\frac{x}{x_0} = N. \tag{1-1}$$

Produsul $Nx_0 = x$ reprezintă *rezultatul măsurării* sau *valoarea mărimii* considerate. Aceasta cuprinde un număr N și denumirea unității x_0 și se exprimă printr-un număr cu o anumită denumire: 2 A (doi amperi) etc. Cînd unitatea aleasă este mai mică de un număr de ori (mA), numărul N este mai mare, de același număr de ori (2 000), însă rezultatul măsurării este independent de unitatea folosită (2 A = 2 000 mA).

Dacă mărimea x se măsoară nemijlocit, cu un dispozitiv a cărui scară este gradată în unități x_0, se spune că s-a efectuat o *măsurătoare directă*. În acest mod se pot măsura: lungimea, temperatura, tensiunea electrică etc.

Nu orice mărime fizică se poate măsura direct, ca: volumul, permeabilitatea magnetică etc. În aceste cazuri, valoarea mărimii de măsurat f se deduce din rezultatele unor măsurători directe efectuate asupra anumitor mărimi x_i, care sînt în relații cantitative cu f: $f = f(x_i)$.

Unele mărimi se pot măsura direct sau indirect, după caz: o tensiune se poate măsura cu un voltmetru sau prin metoda opoziției etc.

În realitate, rezultatul măsurării, oricît de îngrijit s-ar efectua operațiile de măsurare, nu coincide nici o dată cu *adevărata valoare* x a mărimii de măsurat (în primul rînd, etalonul — realizarea practică a unității — nu coincide perfect cu unitatea).

Abaterea rezultatului măsurării — care s-a obținut prin măsurare — de la adevărata valoare a mărimii de măsurat, se numește *eroare de măsurare*.

Pentru a se putea conta pe rezultatul unei măsurări, adică pentru ca măsurarea să fie științifică, este necesar să se cunoască eroarea care afectează acest rezultat; sau, altfel spus, este necesar să se știe care este precizia rezultatului.

Erorile de măsurare se definesc în diverse moduri, după cum vom preciza mai departe (atît cît va fi necesar). Acestea pot proveni din numeroase *cauze*:

Scanned with OKEN Scanner

subiective, dacă se datorează observatorului (experimentatorului), sau *obiective*, care sînt independente de experimentator.

Din punct de vedere al caracterului și importanței, erorile se pot clasifica în: grosolane, sistematice și accidentale (sau întîmplătoare).

1.1.2. Clasificarea erorilor de măsurare. a. *Erorile grosolane* (greșelile), de neadmis, se comit din neatenția în observare sau în efectuarea calculelor, din cauza utilizării unor metode sau aparate necorespunzătoare etc.; acestea nu vor fi luate în considerație în cele ce urmează. De altfel, rezultatele afectate de astfel de erori diferă mult de celelalte rezultate obținute și trebuie să fie eliminate.

b. *Erorile sistematice*. Acestea au caracteristic faptul că afectează rezultatul măsurării *într-un singur sens*, sau după o lege care adesea poate fi cunoscută.

Originea acestora se găsește în diversele defecte ale instrumentelor de măsurare (indicații eronate), în acțiunea diverșilor factori externi asupra funcționării instrumentelor cu care se lucrează (cîmpuri magnetice, temperatură etc.), în principiul metodei de măsurare, în utilizarea unor formule în afara domeniului lor de valabilitate, în unele defecte ale observatorului (de văzut, de auzit etc.).

Erorile sistematice pot fi, principial, înlăturate complet, dacă se pot cunoaște cauzele care le-au produs; pentru aceasta însă, se cere deseori efectuarea unor operații migăloase, care cer uneori și înlocuirea experimentatorului sau a instrumentelor de măsurare etc. Deseori eliminarea acestora este numai parțială; iar dacă nu ne dăm seama că există, consecințele pot fi foarte supărătoare.

Uneori, erorile sistematice provin din erori accidentale și *clasificarea se face* atunci pur *convențional*. De exemplu, la fabricarea instrumentelor de măsurat (ampermetre etc.), în operația gradării scării lor intervin o serie de erori accidentale. Unele dintre aceste erori, care au mereu același sens, se pot elimina printr-o corecție; se poate considera în aceste cazuri că este vorba de erori sistematice.

Partea de eroare asupra etalonării instrumentului, care variază ca semn și care se exprimă prin ceea ce se numește *clasa aparatului* (0,2; 0,5 etc.), o vom considera ca fiind o eroare accidentală. De această eroare care face parte din *erorile de construcție*, vom ține mereu seama în cele ce urmează.

În capitolul *5*, se prezintă un caz tipic privind „măsurarea rezistențelor prin metoda ampermetrului și voltmetrului", în care se manifestă eroarea sistematică datorită metodei de măsurare și modul în care aceasta este înlăturată.

c. *Erorile accidentale* (întîmplătoare). Acestea se caracterizează prin faptul că variază ca mărime și semn și nu ascultă decît de legi statistice de ordonare. Erorile accidentale nu pot fi excluse complet niciodată; repetarea unei măsurători în condiții identice conduce la rezultate care diferă mai mult sau mai puțin între ele, oricîte precauții s-ar lua.

Cauzele, de cele mai multe ori neobservabile, care fac să apară aceste erori sînt aceleași ca și în cazul erorilor sistematice: variația atenției experimentatorului, modul lui de percepere, influența diverșilor factori externi (trepidații, frecări, temperatura, t.e.m. parazite etc.). Întrucît au caracter statistic, aceste erori pot să devină foarte mici, prin efectuarea unui număr mare de măsurători în condiții identice (ceea ce se realizează practic foarte greu).

Dacă numărul de măsurători — efectuate în condiții identice și în absența erorilor sistematice — este mare, frecvența erorilor accidentale este descrisă de o curbă sub formă de clopot, numită *curba lui Gauss*.

Scanned with OKEN Scanner

Funcţia $y=\varphi(\delta x)$ reprezintă *legea distribuţiei normale a erorilor accidentale* [11], iar

$$\delta_i x = x_i - x, \qquad (1\text{-}2)$$

diferenţa dintre adevărata valoare x a mărimii de măsurat (care nu este cunoscută) şi o *valoare individuală* (numită şi *valoare actuală*) x_i, rezultată dintr-o măsurare (numită şi *măsurare actuală*) care face parte dintr-un şir de n valori (dintr-o serie de măsurători) obţinute pentru mărimea de măsurat, se numeşte *eroarea accidentală a unei măsurări individuale* (*sau a unui şir de măsurări*).

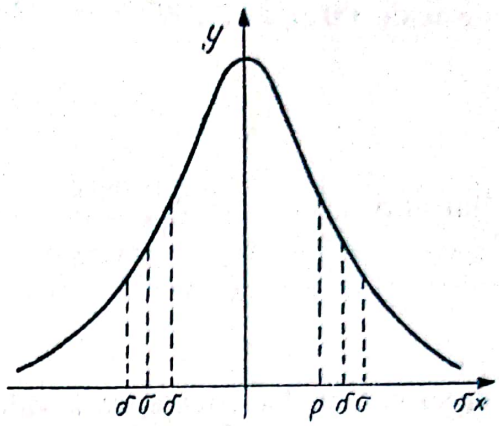


Fig. 1-1. Curba lui Gauss.

Din analiza ecuaţiei $y=\varphi(\delta x)$ (pe care nu o scriem, ci numai o reprezentăm în figura 1-1), rezultă, printre altele şi următoarele două caracteristici ale erorilor accidentale. Erorile accidentale egale în valoare absolută, dar de sensuri contrare sînt la fel de frecvente, — aceasta se vede şi din simetria curbei din figura 1-1. Pe baza acestei caracteristici, se constată că dacă numărul n de măsurători tinde către infinit, atunci media aritmetică a erorilor $\delta_i x$ tinde către zero (ca şi suma lor algebrică) :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i x}{n} = 0. \qquad (1\text{-}3)$$

Frecvenţa erorilor $\delta_i x$ este cu atît mai mare, cu cît valoarea lor absolută este mai mică ; şi această proprietate este ilustrată de curba din figura 1-1. Cu cît maximul curbei lui Gauss este mai pronunţat, cu atît precizia măsurării este mai mare, întrucît din numărul total de erori, cele mai multe sînt mici.

1.2. CALCULUL ERORILOR ÎN CAZUL MĂSURĂTORILOR DIRECTE

1.2.1. Erori reale. Dacă se ia ca *valoare de referinţă*, adevărata valoare x a mărimii de măsurat, diferenţa dintre x şi o valoare actuală x_i, se numeşte *eroare reală* :

$$\delta_i x = x_i - x \qquad (i=1,2,\ldots,n) \qquad (1\text{-}4)$$

ceea ce se scrie mai pe larg, dacă înlocuim notaţia — destul de greoaie — $\delta_i x$ cu δ_i :

$$\delta_1 = x_1 - x\,;\ \delta_2 = x_2 - x\,;\ldots;\ \delta_n = x_n - x. \qquad (1\text{-}5)$$

Cînd δ_i este pozitiv, s-a obţinut un rezultat (o valoare) cu *eroare prin exces* şi cînd δ_i este negativ, un rezultat cu *eroare prin lipsă*.

Sumînd egalităţile (1-4), se obţine

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i = \sum_{i=1}^{n} x_i - nx,$$

de unde rezultă că:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i}{n}. \tag{1-6}$$

Mărimea

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1-7}$$

reprezintă media aritmetică a valorilor actuale x_i și se numește *valoarea medie a șirului de măsurători*; iar

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i}{n} \tag{1-8}$$

reprezintă eroarea medie aritmetică a erorilor reale și se numește *eroarea mediei aritmetice* (sau valoarea medie a erorilor reale), întrucît din relația (1-6) rezultă:

$$x = \bar{x} - \delta \qquad \text{sau} \qquad \delta = \bar{x} - x. \tag{1-9}$$

Relațiile (1-8) și (1-9) arată că, dacă $n \to \infty$, eroarea mediei aritmetice tinde către zero, $\delta \to 0$ și valoarea mediei aritmetice $\bar{x}$ este foarte apropiată de aceea a valorii adevărate x, $\bar{x} \to x$.

În realitate, nu este suficient să se obțină un mare număr de valori măsurate (valori actuale), mai este necesar ca măsurătorile care au condus la aceste rezultate să fie foarte îngrijite (după cum se va vedea mai departe).

Uneori se iau în considerare *valorile absolute ale erorilor reale* (numite *erori* sau *abateri absolute*)

$$|\delta_i| = |x_i - x|; \tag{1-10}$$

media aritmetică a acestora,

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\delta_i|}{n} \tag{1-11}$$

se numește *eroare medie.*

Precizia rezultatului unei singure măsurări din întregul șir care a condus la valoarea x_i, se apreciază după teoria erorilor bazate pe calculul probabilităților [11], [18], prin *eroarea medie pătratică*, definită după formula:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{n}}. \tag{1-12}$$

În teoria erorilor se definește și *eroarea probabilă* ρ, față de care numărul erorilor de valoare mai mică (decît ρ) este egal cu acela al erorilor de valoare mai mare.

Între erorile θ, ρ și σ — eroarea medie pătratică a unui șir de valori —, există legăturile:

$$\theta = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\sigma \quad \text{și} \quad \rho = \frac{2}{3}\sigma. \tag{1-13}$$

Dacă distribuția erorilor accidentale are loc după legea lui Gauss, se constată că x_i se află în intervalele: $x \pm \sigma$, $x \pm 2\sigma$ și $x \pm 3\sigma$ cu probabilitățile de 68,3%, 95,4% și 99,73%. Se poate deci considera că eroarea accidentală a unei măsurări individuale (a unui șir de măsurări) are ca *eroare limită* (superioară) triplul erorii medii pătratice:

$$\delta_{lim} = 3\sigma. \tag{1-14}$$

În urma efectuării unui șir de n măsurători, se obține un *rezultat* care este media aritmetică $\bar{x}$ a celor n valori măsurate (individuale).

În practică, ceea ce interesează în mod deosebit, este eroarea care afectează *rezultatul obținut*; aceasta se calculează după formula:

$$\bar{S} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \text{ sau } \bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{n^2}} \tag{1-15}$$

unde $\bar{S}$ se numește *eroarea medie pătratică a mediei aritmetice* (a valorii medii).

Erorile: medie, probabilă și limită a valorii medii vor fi date de relațiile:

$$\bar{T} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \bar{S}; \quad \bar{R} = \frac{2}{3}\bar{S} \text{ și } \bar{\delta}_{lim} = 3\bar{S}. \tag{1-16}$$

Erorile δ, θ, σ, ρ, δ_{lim} ca și $\bar{T}$, $\bar{S}$, $\bar{R}$ și $\bar{\delta}_{lim}$, definite pînă acum, se numesc *erori absolute*; erorile absolute asupra lui $\bar{x}$, arată cîte cifre trebuie menținute în valcarea numerică a rezultatului.

Raportul dintre eroarea absolută (definită în unul din modurile indicate mai înainte) și valoarea mărimii de măsurat, se numește *eroare relativă*. Eroarea relativă $\varepsilon_r.x$ care afectează rezultatul ($\bar{x}$) (exprimată, — de exemplu —, cu ajutorul lui $\bar{S}$),

$$\varepsilon_r\, x = \frac{\bar{S}}{x} \tag{1-17}$$

arată precizia cu care s-a efectuat măsurarea; aceasta se exprimă, obișnuit, în procente:

$$\varepsilon_r\, x = \frac{\bar{S}}{x} \cdot 100\%. \tag{1-18}$$

Cu notațiile de mai sus, se poate scrie în cele din urmă că:

$$x = (\bar{x} \pm \bar{S}) \text{ sau } x = \bar{x}\left(1 \pm \frac{\bar{S}}{x}\,100\%\right). \tag{1-19}$$

1.2.2. Erori aparente (sau reziduale). Erorile reale nu se pot cunoaște decît în cazuri foarte rare, cînd se știe adevărata valoare x a mărimii de măsurat, care a fost luată ca valoare de referință (cînd se compară copiile cu etaloanele, acestea din urmă se pot considera că reprezintă valorile adevărate). De aceea, formulele în care intră δ_i nu pot fi folosite decît foarte rar.

Scanned with OKEN Scanner

Se impune deci să se găsească o altă valoare de referință x', care să fie cunoscută și în acest fel să se cunoască și abaterile valorilor x_i față de x'. Această valoare de referință, x' trebuie să fie cît mai apropiată de adevărata valoare x. Dacă se efectuează o serie de măsurători și se obțin n valori individuale (fiecare rezultînd din o măsurătoare), acestea converg tocmai către valoarea cea mai apropiată de x, pe care o căutăm și am notat-o cu x'. După teoria erorilor a lui Gauss, condiția pe care trebuie să o satisfacă x' este ca suma pătratelor abaterilor $x_i - x' = v_i x$ să fie minimă. Din derivatele $S'(x)$ și $S''(x)$ ale funcției

$$S(x) = (x_1 - x)^2 + \ldots + (x_n - x)^2. \tag{1-20}$$

rezultă pentru x' expresia:

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x} \tag{1-21}$$

care reprezintă chiar valoarea medie a seriei de n valori obținute prin măsurare.

Dacă se ia ca valoare de referință valoarea medie $\bar{x}$ a șirului de valori x_i — și așa se procedează în practică — care se consideră ca fiind cea mai probabilă, se obțin abaterile;

$$v_i x = x_i - \bar{x} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{1-22}$$

(pe care le vom nota pe scurt prin v_i), numite *erori aparente* (cărora li se mai spune erori reziduale sau erorile cele mai probabile).

Din (1-22) rezultă că erorile aparente — care se supun de asemenea legii distribuției normale a lui Gauss, cînd numărul măsurătorilor este mare și erorile sistematice sînt eliminate — au următoarea proprietate:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 0. \tag{1-23}$$

1.2.3. Exprimarea erorilor absolute prin erorile aparente. Avînd în vedere că în cadrul măsurătorilor sînt accesibile erorile aparente iar nu cele reale, se caută să se estimeze erorile absolute prin formule care-l conțin pe v_i și nu pe δ_i. Din formulele de definiție ale lui v_i și δ_i, (1-4) și (1-22), rezultă imediat că dacă $n \to \infty$, atunci $\bar{x} \to x$ și $v_i \to \delta_i$.

Din teorie, rezultă expresiile căutate:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}}; \quad \theta = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}}; \quad \rho = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}} \tag{1-24}$$

și

$$\bar{S} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}}; \quad \bar{T} = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}}; \quad \bar{R} = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}} \tag{1-25}$$

$$\delta_{\lim} = 3\,S = 4{,}5R = 3 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}}. \tag{1-26}$$

Scanned with OKEN Scanner

1.2.4. Exemplu de calcul al erorilor medii. Pentru estimarea erorilor care afectează o valoare individuală sau un rezultat, este indicat să se folosească σ și $\bar{S}$, deoarece, valorile lor fiind mai mari decît ale celorlalte erori, cu același caracter, care s-au definit, ne ferește să exagerăm în ceea ce privește aprecierea preciziei; de aceea, în exemplul prezentat, se vor calcula numai aceste două erori.

Teoretic, $\bar{S}$ scade nu cu n ci cu $\sqrt{n}$; pe de altă parte, în realitate nu se pot face prea multe măsurători exact în aceleași condiții experimentale și fără ca puterea de observație a experimentatorului să diminueze, sau nu se dispune de timp suficient pentru a le efectua; de aceea se preferă, adesea, să se facă un număr mai mic de măsurători îngrijite decît un număr mare de măsurători insuficient de bine conduse. Numai în cazuri cu totul excepționale este necesar să se execute un mare număr de măsurători cu acuratețe deosebită, la care pot participa chiar mai mulți experimentatori care să observe pe rînd.

În practica de laborator, este suficient să se facă 5—10 măsurători îngrijite; în acest caz însă, teoria erorilor [20] arată că eroarea medie pătratică $\bar{S}$ este de un număr t ori mai mare, t depinzînd de numărul n de măsurători. De exemplu, dacă n este 2; 3; 5; 7; 10; 15; 20 și 100, t are respectiv valorile: 235; 19,0; 6,6; 4,9; 4,1; 3,6; 3,3; și 3 [20].

În aceste cazuri, frecvente, rezultatul măsurării se va scrie sub forma:

$$x=\bar{x}\pm t\cdot\bar{S} \tag{1-27}$$

Cu un voltmetru (de clasă 0,5), a cărui scară este împărțită în 120 diviziuni, s-au efectuat 10 măsurători asupra unei tensiuni, lucrîndu-se cu scara de 2,4 V și s-au obținut următoarele valori individuale:

V	v_i	v_i^2
1,652	— 0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
1,650	— 0,003	$0{,}09\cdot10^{-4}$
1,656	0,003	$0{,}09\cdot10^{-4}$
1,650	— 0,003	$0{,}09\cdot10^{-4}$
1,654	0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
1,656	0,003	$0{,}09\cdot10^{-4}$
1,654	0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
1,652	— 0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
1,654	0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
1,652	— 0,001	$0{,}01\cdot10^{-4}$
$\bar{x}=V_{med}=1{,}653$	$\Sigma v_i=0{,}009-0{,}009=0$	$\Sigma v_i^2=0{,}42\cdot10^{-4}$

$$\sigma_V=\pm\sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n-1}}=\pm\sqrt{\frac{0{,}24\cdot10^{-4}}{10-1}}=0{,}0022\ \text{V}$$

$$\bar{S}_V=\frac{\pm\sigma}{\sqrt{n}}=\pm\frac{\sigma}{\sqrt{10}}=0{,}0007\ \text{V}.$$

Întrucît $n=10$, $t\simeq4$ și valoarea reală a lui V va fi cuprinsă în intervalul:

$$V=(1{,}653\pm0{,}003)\ \text{V}$$

Scanned with OKEN Scanner

iar

$$\varepsilon_r V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0{,}003}{1{,}650} \simeq 0{,}002 = 0{,}2\%.$$

La scrierea valorii numerice a rezultatului se mențin toate cifrele neatinse de eroare și prima cifră (nu mai multe) atinsă de eroare, după cum indică eroarea absolută (0,003).

Tensiunea de măsurat se cunoaște deci cu o eroare de 0,2% ; precizia măsurătorii este destul de bună. La aprecierea erorilor care afectează rezultatul măsurătorilor, s-a presupus că scara voltmetrului este perfect gradată și că nu intervin erorile de construcție ale instrumentului ; erorile accidentale provin numai din faptul că lecturile pe scara instrumentului se pot face cu o eroare minimă de 1—3 zecimi de diviziune.

1.2.5. Eroarea maximă. Foarte frecvente sînt cazurile cînd nu avem timp să facem mai multe măsurători, sau cînd mărimea de măsurat variază în timp și atunci efectuăm o singură măsurătoare (sau două) obținînd o singură valoare (actuală) măsurată. Alteori, procedăm în acest fel, dacă vrem să ne dăm seama numai de eroarea maximă cu care putem cunoaște o mărime oarecare (tensiune). În aceste cazuri, valoarea obținută se consideră ca fiind rezultatul măsurării și se estimează o *eroare maximă* Δx, (un amestec de erori accidentale și erori sistematice insesizabile), care nu se poate calcula cu ajutorul relațiilor de mai înainte ; de importanța acesteia ne putem da seama prin diverse aprecieri care variază de la caz la caz, ținînd în special cont de eroarea determinată de imprecizia instrumentului și de eroarea datorată impreciziei lecturii pe scara instrumentului (aparatului, dispozitivului).

a. *Eroarea datorată construcției aparatului.* Precizia rezultatului depinde în primul rînd de construcția instrumentului (aparatului) de măsurare. Instrumentele, datorită diferitelor imperfecțiuni tehnice, sînt construite cu o precizie mai mare sau mai mică ; acestea nu pot măsura niciodată exact valoarea mărimii de măsurat. *Eroarea de construcție* (a instrumentului), cum îi vom spune de aici înainte, se apreciează prin diferența dintre indicația x_i, a instrumentului de măsurare și aceea a unui instrument perfect, pe care o vom nota cu x_r^0 (real). Această diferență se numește *eroarea absolută de construcție* Δx_c *a instrumentului de lucru* și își are originea în diverse erori accidentale de etalonare :

$$\pm \Delta x_c = x_i - x_r^0. \tag{1-28}$$

În realitate, nu există instrumente perfecte ; există însă *instrumente* (aparate) *etalon*, care sînt construite cu cea mai mare precizie pe care o permite stadiul actual de dezvoltare a științei și tehnicii. Dacă notăm cu x_r indicația instrumentului etalon, atunci :

$$\pm \Delta x_c = x_i - x_r. \tag{1-29}$$

În practică, gradul de precizie al unui instrument se caracterizează prin ceea ce se numește *clasa instrumentului*, care se definește prin formula :

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta x_c}{} 100\% = \frac{x_i - x_r}{x_i} \cdot 100\% \tag{1-30}$$

unde x_l reprezintă valoarea maximă indicată de scara instrumentului. Clasa instrumentului, ε_c, este notată fie direct pe cadranul instrumentului, fie în fișa care îl însoțește. În exemplul de calcul al erorilor prezentat în paragraful 1.2.4., s-a menționat că voltmetrul are clasa 0,5 și că limita scării reprezintă 2,4 volți; în acest caz se poate scrie:

$$\varepsilon_c = 0{,}5\% = \frac{\Delta x_c}{2{,}4} \cdot 100\% ;$$

de aici:

$$\Delta x_c = \frac{0{,}5 \cdot 2{,}4}{100} = 0{,}012 \text{ V}.$$

Aparatele de clasele 0,1 și 0,2 se socotesc a fi etaloane; cele de clasă 0,5 și 1 sînt aparate de control (de lucru în laborator) și cele de clasele 1,5 și 2,5 sînt aparate industriale.

b. *Eroarea de lectură.* Cînd se citește numărul n_i de diviziuni de pe scara unui instrument care precizează poziția acului indicator al acestuia, spunem că facem o *lectură.* Dacă valoarea unei diviziuni este de α unități (α volți), atunci rezultatul măsurării x_i este dat de produsul $n_i\alpha$:

$$x_i = n_i\alpha. \tag{1-31}$$

Dacă n_r reprezintă o lectură efectuată cu ajutorul unui procedeu special de observație, cît mai precis și n_i reprezintă o lectură efectuată de un experimentator în mod obișnuit, diferența:

$$\Delta n_l = n_i - n_r \tag{1-32}$$

reprezintă *eroarea absolută de lectură.* Aceasta se transmite asupra rezultatului măsurării; expresia:

$$\Delta x_l = \pm \Delta n_l \cdot \alpha \tag{1-33}$$

reprezintă *eroarea datorită impreciziei lecturii* (asupra rezultatului) și o vom denumi, pe scurt, *eroare de lectură.*

Aprecierea lui Δn_l nu se poate face exact; în practică, Δn_l se ia egal cu 0,5 dintr-o diviziune. Dacă instrumentul este de clasă bună (0,2; 0,5), — scara acestuia fiind prevăzută cu oglindă și vîrful acului indicator fiind fin — Δn_l se poate aprecia pînă la cîteva zecimi (2—3) dintr-o diviziune. Dacă este necesar, eroarea de lectură poate fi micșorată prin efectuarea mai multor lecturi și calculînd eroarea medie față de o valoare medie a lecturii, așa cum s-a procedat în exemplul 1.2.4.

Eroarea de lectură reprezintă de fapt eroarea accidentală datorată factorilor subiectivi și obiectivi, putînd cuprinde și unele erori sistematice care scapă observatorului; de aceea importanța acesteia scade cu numărul de lecturi. Este de reținut însă faptul, că lecturile trebuie să se efectueze într-un interval de timp în care condițiile de măsurare nu se schimbă și nu variază nici factorii care produc diversele erori (temperatura, t.e.m. parazite etc.).

c. *Estimarea erorii maxime.* După ce s-au înlăturat toate erorile sistematice, — de exemplu după ce s-a făcut corecția erorii sistematice de etalonare a instrumentului, adunînd algebric corecția indicată în fișa aparatului la valoarea

Scanned with OKEN Scanner

obținută prin lectură etc. —, se apreciază valoarea lui Δn_l și apoi aceea a lui Δx_l. Pentru evaluarea lui Δx, se pot distinge două cazuri.

Dacă la repetarea primei măsurători, — prin deschiderea și închiderea circuitului după un timp oarecare —, se obține un rezultat care nu diferă de primul mai mult decît arată eroarea de construcție a instrumentului, atunci se ia ca rezultat una din valorile obținute prin măsurare și asupra acestui rezultat se calculează eroarea absolută maximă, care este egală cu suma erorilor: de construcție și de lectură.

Referindu-ne la exemplul din 1.2.4, se constată, în primul rînd, că eroarea de construcție fiind de minimum 0,5% — întrucît voltmetrul este de clasă 0,5 — și rezultatele a două măsurări nu diferă între ele cu mai mult de 0,4% (0,006/1,650), se poate lua ca rezultat oricare din valorile obținute prin măsurare. Prima măsurare dă rezultatul:

$$V=1{,}652 \text{ V}.$$

Scara voltmetrului folosit, fiind prevăzută cu oglindă și acul indicator fiind fin, fracțiunea minimă care se poate aprecia dintr-o diviziune este $\Delta n_l=0{,}2$; aceasta arată că eroarea absolută de lectură $\Delta V_l=0{,}2\cdot 0{,}02=0{,}004$ volți (0,02 volți fiind valoarea unei diviziuni a scării instrumentului).

Eroarea absolută de construcție, așa cum s-a arătat în 1.2.5, *a*, este:

$$\Delta x_c=0{,}012 \text{ V}.$$

Acum se poate calcula eroarea maximă absolută:

$$\Delta x=\Delta x_c+\Delta x_l; \qquad (1\text{-}34)$$

adică,

$$\Delta V=\pm(0{,}012+0{,}004)=\pm 0{,}016 \text{ V},$$

iar

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{0{,}016}{1{,}652}\simeq 0{,}01=1\%.$$

Eroarea calculată ținîndu-se seama de toate sursele de erori care au intervenit în operația de măsurare, este de 5 ori mai mare decît aceea calculată în 1.2.4, unde s-a ținut seama numai de eroarea de lectură (instrumentul fiind socotit perfect).

Observații. 1. Eroarea maximă ne previne să nu exagerăm în ceea ce privește precizia măsurătorilor, aceasta putînd avea consecințe negative.

2. În evaluarea erorii maxime, termenul important este eroarea de construcție, eroarea de lectură putînd fi redusă mult prin lecturi repetate. Eroarea maximă este cel puțin egală cu eroarea de construcție.

Pentru ca eroarea de construcție sa intervina cît mai puțin asupra erorii care afectează rezultatul măsurării, cînd aceasta se realizează cu un instrument de deviație (are scară și indicator), trebuie ca deviațiile să fie cît mai aproape de limita scării. Eroarea de construcție intervine cel mai puțin cînd deviația acului indicator atinge limita scării; atunci eroarea relativă de construcție este egală chiar cu clasa instrumentului. În toate celelalte cazuri (deviații mai mici) eroarea relativă de construcție este mai mare (în procente) decît clasa instru-

Scanned with OKEN Scanner

mentului. În exemplul din 1.2.4, clasa instrumentului fiind 0,5, înseamnă că $\varepsilon_c = 0{,}5\%$ este eroarea de construcție minimă. Cum deviația nu a fost aproape de limita scării (24 V), eroarea relativă de construcție este mai mare:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta x_c}{x} = \frac{0{,}012}{1{,}652} = 0{,}7\%.$$

De reținut: În cadrul lucrării de față, ori de cîte ori vor interveni erorile de construcție, vom considera că intervenția acestora este minimă (adică deviațiile sînt mari) și egală cu clasa instrumentului în procente (în exemplul prezentat, 0,5%).

În cazurile cînd diferența dintre două sau mai multe rezultate obținute este mai mare decît aceea care s-ar datora erorii de construcție a instrumentului, înseamnă că există erori importante datorită unor factori exteriori de care trebuie să se țină seama.

De această dată, se face un număr mare de măsurători (în condiții cît mai identice); ca rezultat, se ia media aritmetică a valorilor obținute și se calculează eroarea medie pătratică (la aceasta se adaugă eroarea de construcție).

Observație. Diferența dintre rezultate poate rămîne inferioară erorii de construcție în două cazuri: fie că erorile datorate unor factori întîmplători sînt foarte mici, fie că instrumentul nu este suficient de precis; atunci, înainte de a trece la calculul erorilor, se cere să se determine care este cauza acestei comportări a instrumentului (prin verificarea cu alt instrument etc.).

1.3. CALCULUL ERORILOR ÎN CAZUL MĂSURĂTORILOR INDIRECTE

1.3.1. Punerea problemei. Măsurătorile directe, de care ne-am ocupat, reprezintă cazuri destul de rare. De cele mai dese ori, valoarea unei mărimi u se calculează din formule care cuprind diverse mărimi x_i direct măsurabile sau cunoscute prin construcție; adică, între mărimea a cărei valoare trebuie cunoscută (determinată) și mărimile de care depinde aceasta, există relația:

$$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{1-35}$$

Și în aceste cazuri se pune întrebarea: care este valoarea cea mai probabilă (cea mai apropiată de adevărata valoare) și cu ce precizie se cunoaște aceasta (rezultatul), întrucît fiecare mărime direct accesibilă măsurătorilor (sau cunoscută prin construcție), — fiind cunoscută cu o anumită precizie —, contribuie la eroarea de care este afectat rezultatul. Se cere deci să știm care este legătura dintre erorile care afectează rezultatele măsurătorilor directe și eroarea asupra cunoașterii mărimii de măsurat indirect. Modul de transmitere a erorilor, depinde de forma funcției $f(x_i)$.

1.3.2. Eroarea medie (statistică). În cazul cînd se efectuează mai multe măsurători, valoarea cea mai probabilă $\bar{u}$ a mărimii de măsurat se obține înlocuind în (1-35) valorile medii $\bar{x}_i$ ale mărimilor măsurate direct:

$$\bar{u} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n). \tag{1-36}$$

Erorile $\bar{S}_i$ asupra mărimilor direct măsurabile (independente) nu se transmit în întregime asupra rezultatului (valorii mărimii compuse), ci se compen-

sează parțial; încît, după teoria statistică a erorilor, *eroarea medie* (statistică) *asupra rezultatului măsurării mărimii compuse* — adică asupra lui f — este dată de expresia:

$$\bar{S}_u = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \bar{S}_i \right)^2} \qquad (1\text{-}37)$$

care se numește *ecuația de transmitere a erorii* (a lui Gauss).

1.3.3. Eroare maximă. În 1.3.2. s-a arătat cum se calculează cel mai corect, în principiu, erorile care afectează rezultatele în măsurătorile indirecte.

În mod frecvent, din motive de economie de timp și de precauție pentru a nu se exagera în ceea ce privește precizia rezultatelor obținute — întrucît există erori necontrolabile de care nu știm cum să ținem seama, sau despre existența cărora nu avem nici o bănuială — și pentru a se evita operații laborioase de calcul, se evaluează *eroarea maximă*.

Această eroare se calculează după niște relații care se obțin considerînd că funcția u este diferențiabilă și că, — măsurătorile fiind bine executate —, erorile Δx_i comise asupra rezultatului $\bar{x}_i$ obținut pentru fiecare mărime direct măsurabilă sînt variații de ordinul întîi (ca și Δu), pătratele sau produsele acestora putînd fi neglijate.

În cazul unei funcții u de mai multe argumente $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$, independente între ele, afectate de erori datorate unor surse de asemenea independente una de alta, se vor aplica regulile calculului diferențial și în rezultatul final se vor înlocui diferențialele prin erori luîndu-le pe cele dintîi în valoare absolută. În acest fel, nu are loc o compensare oarecare a erorilor și se obține *eroarea maximă* care se poate comite asupra rezultatului măsurării indirecte (asupra lui $\bar{u}$).

Deci, dacă

$$u = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n),$$

$$\bar{u} + \Delta u = f(\bar{x}_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2 + \Delta x_2, \ldots, \bar{x}_n + \Delta x_n),$$

iar

$$\Delta u = f(\bar{x}_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2 + \Delta x_2, \ldots, \bar{x}_n + \Delta x_n) - f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n).$$

Prin dezvoltare în serie Taylor, reținînd numai termenul liniar și ținînd seama de cele precizate mai înainte, se obține relația după care se poate calcula *eroarea absolută maximă*:

$$\Delta u = \pm \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right| \qquad (1\text{-}38)$$

Eroarea relativă maximă $\varepsilon_u = \frac{\Delta u}{\bar{u}}$ se va calcula după relația:

$$\varepsilon_u = \pm d\,[\ln \bar{u}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n)]. \qquad (1\text{-}39)$$

Cu alte cuvinte, eroarea absolută maximă asupra funcției u (mărimea compusă) este dată de diferențiala funcției, iar eroarea relativă maximă este dată de dife-

renţiala logaritmului natural al funcţiei, în ambele cazuri diferenţialele argumentelor fiind înlocuite prin erori şi termenii fiind luaţi în valoare absolută.

De exemplu, dacă u este egal cu suma sau cu diferenţa a două mărimi direct măsurabile, $u=x_1+x_2$ sau $u=x_1-x_2$, formulele după care se calculează erorile maxime sînt :

a. În primul caz, $\Delta u=\Delta x_1+\Delta x_2$

şi
$$\frac{\Delta u}{u}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{x_1+x_2};$$

iar dacă

$$\frac{\Delta x_1}{x_1}=\frac{\Delta x_2}{x_2}, \quad \frac{\Delta u}{u}=\frac{\Delta x_1}{x_1}=\frac{\Delta x_2}{x_2}.$$

b. În cazul al doilea, $\Delta u=\Delta x_1+\Delta x_2$

şi
$$\frac{\Delta u}{u}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{x_1-x_2};$$

iar dacă :

$$\frac{\Delta x_1}{x_1}=\frac{\Delta x_2}{x_2}, \quad \frac{\Delta u}{u}=\frac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\cdot\frac{\Delta x_1}{x_1}.$$

În cazul unor expresii de forma : $u=\frac{x_1^a\cdot x_2}{x_3^c}$, $\frac{\Delta u}{u}=a\frac{\Delta x_1}{x_1}+\frac{\Delta x_2}{x_2}+c\frac{\Delta x_3}{x_3}$.

Observaţii. Erorile maxime asupra mărimilor care se măsoară indirect, se calculează din expresiile obţinute după regulile indicate mai înainte — şi după alte reguli particulare asupra cărora nu ne oprim — în funcţie de expresia lui u.

În practică, dificultăţile apar în aprecierea erorilor Δx_i ; pentru a le aprecia corect, trebuie exerciţiu şi multă atenţie. Deseori Δx_i se apreciază aşa cum s-a arătat la evaluarea erorii maxime care afectează rezultatul unei măsurători directe (1.2.5, *c*). Alteori, Δx_i se deduce din lectura unor deviaţii (indicate de diverse instrumente) provocate de variaţia unor elemente din instalaţia de măsurare ; transmiterea variaţiilor acestor elemente asupra deviaţiilor în cauză are loc în diverse moduri şi depinde de structura instalaţiei de măsurare şi de sensibilitatea instrumentelor pe care le cuprinde. Asemenea cazuri se prezintă în capitolele 6 (puntea Wheatstone), 8 (potenţiometre) etc.

În lucrare, erorile maxime s-au apreciat în felul în care se atrage atenţia mai sus, la evaluarea acestora ţinîndu-se seama de particularităţile fiecărei metode de măsurare.

Cînd este necesar şi condiţiile de măsurare permit, se pot face mai multe măsurători asupra mărimilor x_i şi se vor obţine atunci valorile $\bar{x}_i$ şi $\bar{S}_i$, aşa cum s-a arătat în paragraful 1.2.4, ţinîndu-se seama şi de erorile de construcţie. După ce se evaluează erorile medii comise asupra mărimilor măsurate direct, se calculează eroarea maximă asupra rezultatului aşa cum s-a arătat în 1.3.3.

1.3.4. Exemplu de calcul. a. Să se calculeze eroarea care afectează rezultatul măsurării unei rezistenţe R, prin metoda ampermetrului şi voltmetrului (cap. 5). Se va considera — şi aceasta este posibil — că erorile sistematice de metodă au fost eliminate.

Scanned with OKEN Scanner

Vom presupune că măsurarea căderii de potențial V de la capetele lui R a decurs așa cum se arată în 1.2.4 sau în 1.2.5.

b. Intensitatea curentului se măsoară cu un ampermetru de clasa 0,5, avînd scara de 0,240 A (prevăzută cu oglindă) cu 120 diviziuni.

Dacă se consideră că instrumentul nu intervine cu nici o eroare asupra rezultatului (nu există erori de construcție), cum s-a făcut în 1.2.4, se obține eroarea medie asupra lui I.

I_i	v_i	v_i^2
0,1958	−0,0002	$4\cdot10^{-8}$
0,1960	0,	0,
0,1962	0,0002	$4\cdot10^{-8}$
0,1956	−0,0004	$16\cdot10^{-8}$
0,1958	−0,0002	$4\cdot10^{-8}$
0,1962	0,0002	$4\cdot10^{-8}$
0,1960	0,	0
0,1962	0,0002	$4\cdot10^{-8}$
0,1960	0,	0
0,1962	0,0002	$4\cdot10^{-8}$
$I_{med}=0,1960$	$\Sigma v_i=0$	$\Sigma v_i^2=40\cdot10^{-8}$
$\sigma_I=2,1\cdot10^{-4}$	$\bar{S}_I\simeq3\cdot10^{-4}$	(luînd $t=4,1$)

$$I=(0,1960\pm0,0003)\ \text{A};\qquad \frac{\Delta I}{I}=\varepsilon_I=0,15\%.$$

Pentru evaluarea erorii maxime asupra lui I, se va proceda ca în 1.2.5. Și în acest caz se va considera că fracțiunea minimă care se poate distinge dintr-o diviziune este: $\Delta n_l=0,2$.

Atunci, $\Delta I_l=0,2\cdot2\cdot10^{-3}=4\cdot10^{-4}$ A

$\Delta I_c=0,0012$ A.

$$\Delta I=0,0016\ \text{A}\ \text{și}\ \frac{\Delta I}{I}=0,8\%$$

$$I=(0,1958\pm0,0016)\ \text{A}.$$

c. *Eroarea medie asupra lui R*. Dacă se vor lua în considerare erorile medii asupra mărimilor V și I, eroarea medie care îl afectează pe R se va calcula după formula (1 —37).

Pentru că $V=(1,653\pm0,003)$ V, $\bar{S}_V=0,003$

și $I=(0,1960\pm0,0003)$ A, $\bar{S}_I=0,0003$,

se obține pentru $R_{mediu}=8,43\ \Omega$, din relația $R=\frac{V}{I}$

$$\text{și}\ \bar{S}_R=\sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\cdot\bar{S}_V\right)^2+\left(\frac{\partial R}{\partial I}\cdot\bar{S}_I\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{I}\bar{S}_V\right)^2+\left(\frac{V}{I^2}\bar{S}_I\right)^2}=0,02\ \Omega.$$

Deci : $R=(8{,}43\pm0{,}02)\Omega$ și $\varepsilon_R=0{,}25\%$.

d. *Eroarea maximă.* În acest caz se pleacă de la următoarele date :

(1.2.5, *c*) $V=(1{,}652\pm0{,}016)V$, $\Delta V=0{,}016$ V ; $\varepsilon_V=1\%$

(1.3.4, *b*) $I=(0{,}1958\pm0{,}0016)$A, $\Delta I=0{,}0016$ A ; $\varepsilon_I=0{,}8\%$

$$R_{mediu}=8{,}43\ \Omega.$$

Relația $\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta I}{I}$ ne dă :

$$\frac{\Delta R}{R}=1\%+0{,}8\%=1{,}8\%$$

$$\Delta R=0{,}018\cdot8{,}43=0{,}15\ \Omega$$

de unde : $R=(8{,}4\pm0{,}2)\ \Omega$ și $\varepsilon_R\simeq2\%$.

Observație. Dacă se folosesc erorile maxime asupra lui V și I și se utilizează pentru determinarea erorii asupra lui R formula (1—37) se constată că ε_R și ΔR sînt mai mici ; adică s-a ținut seama de compensarea parțială a erorilor :

$$\bar{S}_R=\sqrt{\left(\frac{0{,}016}{0{,}196}\right)^2+\left(\frac{1{,}65}{0{,}196}\cdot0{,}0016\right)^2}\simeq0{,}1\ \Omega,$$

$$R=(8{,}4\pm0{,}1)\Omega \quad \text{și} \quad \varepsilon_R\simeq1{,}2\%.$$

1.3.5. Determinarea condițiilor optime de măsurare. Calculul erorilor cuprinde și problema determinării celor mai bune condiții de măsurare, pentru ca precizia rezultatului să fie maximă. Această problemă se poate rezolva numai în unele cazuri ; așa sînt acelea referitoare la măsurarea rezistențelor cu puntea cu fir (cap. 6) și la măsurarea rezistențelor prin metoda pierderii de încărcare (cap. 2), care s-au dat ca exemple în lucrare.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 2

ELECTROMETRUL CU CADRANE. MĂSURAREA REZISTENȚELOR FOARTE MARI PRIN METODA PIERDERII DE ÎNCĂRCARE

2.1. ELECTROMETRUL CU CADRANE

2.1.1. Principiul de construcție și de funcționare. Electrometrele sînt instrumente electrostatice bazate pe interacțiunea dintre conductorii încărcați electric ai unui sistem izolat, care servesc la măsurarea diferențelor de potențial și a sarcinilor electrice. Un electrometru este constituit dintr-un condensator deformabil și un sistem de balanță cu ajutorul căruia se echilibrează forțele (momentul forțelor) electrostatice prin forțe (momentul forțelor) mecanice, ceea ce permite cunoașterea uneia din cele două mărimi (Q și V) de care depinde energia electrostatică a sistemului de conductori. Unul din cele mai perfecționate și mai folosite tipuri de electrometre electrostatice este electrometrul relativ cu cadrane (al lui W. T h o m s o n).

Acesta este alcătuit (fig. 2-1) din patru sferturi de cutie cilindrică (cadrane), de înălțime mică (3—5 mm), constituind doi conductori imobili și o paletă ușoară simetrică (sub formă de aripi de fluture din aluminiu, foaie de mică argintată etc.) suspendată cu un fir subțire (bronz fosforos, cuarț argintat), cu torsiune după axul cilindrului (avînd diametrul de aproximativ 10^{-2} mm) putînd să se rotească în interiorul celor patru cadrane (paleta constituie conductorul mobil). O oglindă mică, prinsă de tija paletei, permite să se cunoască unghiul de rotire al paletei prin metoda Poggendorff (fig. 3-4). Cadranele opuse, 1 și 1′, sînt legate între ele și formează un singur conductor, ca și cadranele 2 și 2′.

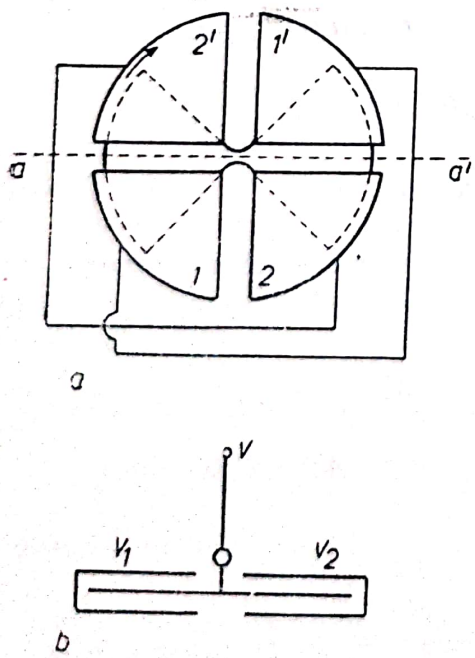


Fig. 2-1. Electrometrul cu cadrane.

Pentru a ajunge la relația dintre potențialele V, V_1 și V_2 ale celor trei conductori și unghiul α de răsucire a firului (deplasarea spotului pe rigla instrumentului), se pleacă de la considerații energetice.

Energia electrostatică a sistemului de conductori se poate considera că este energia celor două condensatoare: C_1 format din perechea de cadrane 1—1′ și porțiunea de paletă care se află în interiorul lor și C_2 format din cadranele 2—2′ și porțiunea de paletă pe care o cuprind.

Inițial, cînd paleta este în poziția de zero mecanic (nici o diferență de potențial

aplicată), aceasta este dispusă simetric față de cele patru cadrane (linia punctată aa' este o linie de simetrie).

Cînd potențialele celor trei conductori sînt V_1, V_2 și V, energia sistemului se poate scrie:

$$W=\frac{1}{2}C_1(V_1-V)^2+\frac{1}{2}C_2(V_2-V)^2.$$

Expresia momentului în raport cu axa de rotație, a forțelor de natură electrostatică, care acționează asupra paletei (armătura mobilă comună celor două condensatoare), este:

$$M=\frac{dW}{d\alpha}=\frac{1}{2}(V_2-V)^2\cdot\frac{dC_2}{d\alpha}-\frac{1}{2}(V_1-V)^2\frac{dC_1}{d\alpha};$$

adică, $M=M_2-M_1$, unde M_2 este momentul forței electrostatice corespunzător condensatorului doi, care va tinde să rotească paleta într-un sens (în sensul arătat de săgeată în fig. 2-1), iar M_1, corespunzător condensatorului unu, va tinde să rotească paleta în sens invers. Cînd paleta suferă o rotație $d\alpha$, datorită simetriei sistemului, variațiile capacităților celor două condensatoare sînt egale și de semne contrare (capacitatea lui C_2 crește, iar a lui C_1 scade, în cazul indicat în fig. 2-1):

$$\frac{dC_2}{d\alpha}=-\frac{dC_1}{d\alpha}=K''.$$

K'' este o caracteristică a instrumentului și reprezintă capacitatea pe unitatea de unghi de acoperire a oricăruia dintre cele două condensatoare. Expresia lui M devine:

$$M=\frac{1}{2}K''[(V_2-V)^2-(V_1-V)^2] \text{ sau } M=K''(V_1-V_2)\left(V-\frac{V_1+V_2}{2}\right).$$

La echilibru, cînd paleta este rotită de un unghi α, M este compensat de momentul de torsiune M' al firului de suspensie, care este proporțional cu unghiul de rotire ($M=K'\alpha$, unde K' este constanta de torsiune a firului), adică este satisfăcută condiția: $M=M'$. În cele din urmă:

$$\alpha=K(V_1-V_2)\left(V-\frac{V_1+V_2}{2}\right). \qquad (2\text{-}1)$$

2.2. MONTAJE UTILIZATE

2.2.1. Montajul heterostatic. În funcție de tensiunile de măsurat și de posibilitățile laboratorului, electrometrul cu cadrane se utilizează în diverse montaje.

Montajul heterostatic (în care se aplică și o tensiune auxiliară) este cel mai frecvent folosit și se poate prezenta sub două variante. În ambele cazuri însă este necesar să se cunoască, cu o precizie cît mai bună, tensiunea auxiliară V; teoria detaliată a electrometrelor cu cadrane arată că valoarea tensiunii V trebuie să fie, în majoritatea cazurilor, de aproximativ 100 V pentru ca sensibilitatea să fie maximă.

Scanned with OKEN Scanner

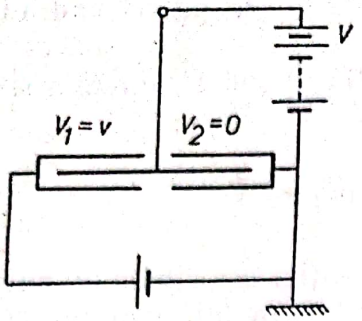


Fig. 2-2. Montaj heterostatic asimetric.

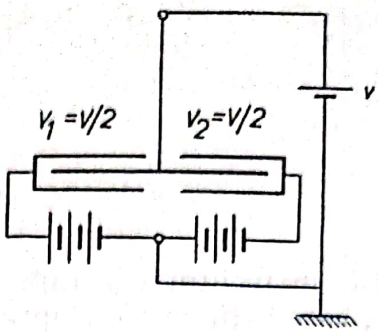


Fig. 2-3. Montaj heterostatic simetric.

a. *Varianta montajului asimetric* (fig. 2-2). În acest caz, pentru că $V_1=v$ — tensiunea de măsurat — este în general mică (de ordinul a $10^{-1}-10^{-3}$ V) și deoarece $V_2=0$, formula (2-1) devine:

$$\alpha=K\,V\,v \tag{2-2}$$

Dacă tensiunea de măsurat este de ordinul a 10^{-2} V, eroarea care afectează rezultatul măsurării este de aproximativ 10^{-4}.

Teoria arată că sensibilitatea acestui montaj variază în funcție de V, trecînd printr-un maximum. Deviația α crește cu V, pînă cînd valoarea lui V se apropie de aceea corespunzătoare maximului (aproximativ 100 V). Dacă V variază în timpul măsurării, sensibilitatea aparatului $S=\frac{\Delta\alpha}{\Delta v}$ variază de asemenea, fără ca zero electric să se schimbe. Între α și v există proporționalitate atît timp cît v este mic față de V. Montajul este indicat pentru măsurarea diferențelor de potențial mici (<1 V) continue.

b. *Varianta montajului simetric* (fig. 2-3). De această dată, diferența de potențial de măsurat v se aplică paletei, iar tensiunea auxiliară V se aplică celor doi conductori imobili astfel ca $V_1=\frac{V}{2}$ și $V_2=-\frac{V}{2}$; în aceste condiții, formula (2-1) se va scrie ca și în cazul primei variante:

$$\alpha=k\,V\,v. \tag{2-3}$$

Această variantă are o sensibilitate tot atît de bună ca și prima, prezentînd și avantajul că α rămîne proporțional cu v indiferent de valoarea acestuia. Dacă montajul este îngrijit realizat, se recomandă la măsurarea diferențelor de potențial mici continue ($10^{-1}-10^{-3}$ V); dacă potențialele V_1 și V_2 nu sînt perfect egale în valoarea absolută, instrumentul nu-și mai păstrează același zero. În aceste condiții, dacă potențialul unei perechi de cadrane diferă cu ε față de al celeilalte, formula (2-1) arată că poziției de zero îi corespunde o diferență de potențial egală cu $v=\pm\frac{\varepsilon}{2}$. Erorile datorate faptului că $|V_1|\neq|V_2|$ pot fi foarte importante în cazul măsurării diferențelor de potențial mici ($v\sim10^{-3}$ V).

2.2.2. Montajul homostatic (se aplică electrometrului o singură tensiune, cea de măsurat). Acesta se realizează după cum indică figura 2-4. În montajul homostatic nu mai intervine tensiunea auxiliară V ca o sursă suplimentară de erori, însă sensibilitatea este mult mai mică.

Întrucît $V_1=V=v$ şi $V_2=0$, formula (2-1) devine:

$$\alpha=\frac{K}{2}V^2. \qquad (2\text{-}4)$$

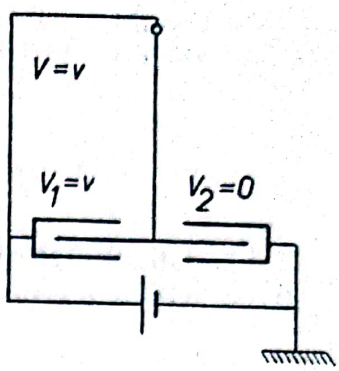


Fig. 2-4. Montaj homostatic.

Cu acest montaj este convenabil să se măsoare diferenţe de potenţial mari ($10-10^2$V), întrucît α este proporţional cu pătratul lui v. Din acelaşi motiv ($\alpha\sim v^2$) montajul homostatic are avantajul că poate fi utilizat şi la măsurarea diferenţelor de potenţial alternative (fie că sînt sau nu sinusoidale).

De reţinut. Cu electrometrele cu cadrane se pot măsura direct diferenţe de potenţial şi sarcini electrice pînă la aproximativ 10^{-4} V şi 10^{-16} C, iar indirect, intensităţi de curent şi rezistenţe pînă la aproximativ 10^{-15} A şi 10^{12} Ω.

2.3. MĂSURAREA REZISTENŢELOR FOARTE MARI PRIN METODA PIERDERII DE ÎNCĂRCARE

2.3.1. Principiul metodei. Electrometrul cu cadrane poate fi utilizat în montaje speciale şi la măsurarea intensităţilor de curent foarte mici sau a rezistenţelor foarte mari, după cum s-a menţionat mai sus. Acestea din urmă se pot măsura, de exemplu, prin metoda pierderilor de încărcare.

Este vorba de o metodă de deviaţie, la baza căreia stă fenomenul de descărcare în timp a unui condensator foarte bun (care nu prezintă curenţi de fugă), legat în paralel cu rezistenţa de măsurat; diferenţa de potenţial între armăturile condensatorului sau ale grupului — C legat în paralel cu R_x — se măsoară cu electrometrul El (fig. 2-5).

Întrerupătorul K se lasă deschis şi se fac contactele 1—1′ şi 2—2′; electrometrul arată tensiunea U_0 de la armăturile condensatorului de capacitate cunoscută, C (se foloseşte un condensator foarte bun şi se consideră că descărcarea pe propria rezistenţă R_0 este neglijabilă). Apoi, la momentul $t=0$, se întrerup contactele 1—1′ şi 2—2′ şi se închide întrerupătorul K; după un timp t, electrometrul va indica tensiunea U.

Dacă se ţine seama că în timpul descărcării condensatorului prin R_x, între sarcina electrică q de pe condensator, diferenţa de potenţial u între armăturile acestuia şi curentul i care circulă prin rezistenţa R_x sînt satisfăcute în orice moment relaţiile

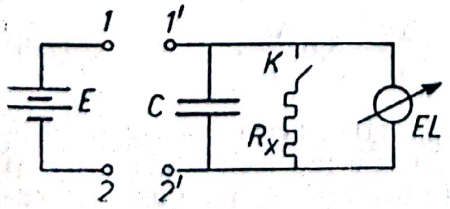


Fig. 2-5. Metoda pierderii de încărcare, utilizînd un electrometru.

$$q=Cu, \quad i=\frac{u}{R_x} \quad \text{şi} \quad dq=-i\,dt,$$

unde semnul (—) arată că încărcarea condensatorului scade cu dq în timpul dt, se poate scrie următoarea ecuaţie diferenţială:

$$-\frac{du}{u}=\frac{dt}{CR_x}$$

Prin integrarea acesteia între limitele indicate mai sus, se ajunge la relaţia care dă valoarea rezistenţei R_x;

$$R_x = \frac{t}{C \ln \frac{U_0}{U}}. \tag{2-5}$$

2.3.2. Calculul erorii. Plecînd de la expresia care conduce la estimarea erorii relative pentru măsurătorile indirecte,

$$\Delta_r U = \pm d[\ln f(x, y, z, \ldots)],$$

în care diferenţialele argumentelor sînt înlocuite prin erori, iar termenii sînt luaţi în valoare absolută şi aducînd problema la o singură variabilă, se pot găsi condiţiile în care măsurarea să fie afectată de cele mai mici erori.

Astfel, se poate scrie:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta \alpha_2}{\alpha_2}}{\ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2}},$$

după ce s-a considerat că $U_0 = K\alpha_1$ şi $U = K\alpha_2$.

În ipoteza că $\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2$ şi notînd $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = n$, expresia de mai sus devine:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{1+n}{\ln n} \cdot \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1}.$$

Eroarea relativă minimă asupra lui R va avea loc pentru acea valoare a lui n, care face minimă funcţia:

$$f(n) = \frac{1+n}{\ln n}.$$

Condiţia de minim se obţine din expresia derivatei $f'(n)$, dezvoltînd în serie $e^{1/n}$ şi reţinînd primii doi termeni ai dezvoltării; astfel se ajunge la ecuaţia:

$$n^2 - ne - e = 0.$$

Rădăcina $n = \frac{e}{2} + \sqrt{\frac{e^2}{4} - e} = 3{,}6$ conduce la evaluarea erorii maxime posibile asupra lui R, în condiţiile optime de măsurare:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{min} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{1+3{,}6}{\ln 3{,}6} \cdot \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + 3{,}6 \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1}. \tag{2-6}$$

Observaţii. 1. Dacă nu se dispune de un electrometru, acesta poate fi înlocuit cu un galvanometru balistic, (cap. 3.2) fig. 2-6. Se fac contactele 1—1′ şi 2—2′ (K fiind deschis); după ce se întrerup aceste legături, se închide întrerupătorul K'. Galvanometrul va indica o deplasare a spotului α_0 proporţională cu U_0, căci $Q_0 = CU_0$ şi $Q_0 = B_0\alpha_0$ (B_0 — constanta balistică). Se încarcă din nou

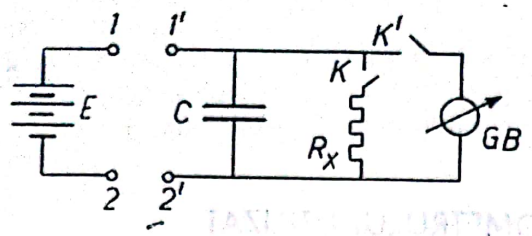


Fig. 2-6. Metoda pierderii de încărcare, utilizînd un galvanometru balistic.

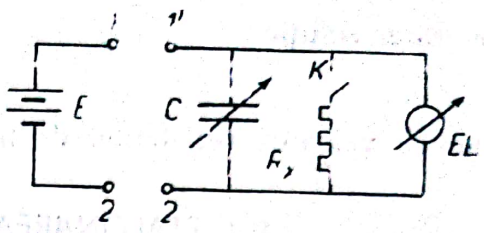


Fig. 2-7. Metoda pierderii de încărcare, varianta cu condensator variabil.

condensatorul C, se izolează (îndepărtînd legăturile 1—1' și 2—2'), se închide K la momentul $t=0$ și după un timp oarecare t se închide și K'; se obține o deplasare a spotului pe rigla gradată, egală cu α, care este proporțională cu U, căci $Q=CU$. Ne-am referit la cazul în care se dispune de un condensator foarte bun (fără pierderi).

2. Dacă trebuie să ținem seama și de rezistențele de izolament R_0 ale condensatorului și electrometrului (cînd izolamentele acestora nu sînt de bună calitate sau cînd R_x este de același ordin de mărime ca R_0), se operează ca mai sus, măsurînd pe U_C după timpul t (K fiind deschis) și repetînd operația pe U_R după timpul t (K fiind închis). Din relațiile:

$$R_0=\frac{t}{C\cdot\ln\frac{U_0}{U_C}} \quad \text{și} \quad R=\frac{t}{C\cdot\ln\frac{U_0}{U_R}} \tag{2-7}$$

unde $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_x}$, se obțin atît R_x cît și R_0.

2.3.3. Varianta cu condensator variabil. Uneori valoarea rezistenței de măsurat depinde de valoarea tensiunii aplicate; în acest caz trebuie menținută constantă tensiunea de la bornele rezistenței R_x. Aceasta se poate realiza, dacă se dispune de un condensator variabil etalonat și se face montajul după schița din figura 2-7. Prima parte a măsurătorii decurge ca și în cazul precedent. În a doua parte, după ce se fac și se desfac iarăși contactele 1—1' și 2—2', se închide K la momentul $t=0$, cînd $C=C_0$ și se variază capacitatea condensatorului în așa fel, încît tensiunea U de la capetele lui R_x, să rămînă constantă un interval de timp oarecare t, după care valoarea capacității este C. În acest caz, între valorile instantanee ale mărimilor Q, I și C sînt satisfăcute relațiile:

$$q=cU, \quad i=\frac{U}{R_x} \text{ și } dq=-i\,dt.$$

Din acestea, se obține ecuația

$$\frac{U}{R_x}=-U\frac{dc}{dt},$$

a cărei soluție:

$$R_x = \frac{t}{C_0 - C} \tag{2-8}$$

ne dă valoarea rezistenței de măsurat.

2.4. ETALONAREA ELECTROMETRULUI UTILIZAT

2.4.1. Etalonarea în varianta montajului heterostatic asimetric. Relațiile obținute pentru a fi aplicate direct în măsurătorile cu electrometrul cu cadrane sînt aproximative, întrucît la deducerea lor s-au făcut unele aproximații (sistemele — o pereche de cadrane și paleta — au fost considerate ca fiind condensatoare, s-au neglijat unele cupluri parazite etc.). De aceea în practică, pentru a obține rezultate mai precise, electrometrele se etalonează folosindu-se tensiuni cunoscute.

Divizorul de tensiune D_1 (fig. 2-8) se realizează cu două cutii de rezistențe gemene de 10 000 Ω și se alimentează cu un acumulator E cu t.e.m. de 2 V.

Divizorul de tensiune D_2 este alimentat de la o baterie de 100—120 V. Acesta nu este necesar, dacă bateria permite să se preia tensiuni în trepte de cîte 10 V. Inversorul și întrerupătorul sînt făcute din parafină și godeuri cu mercur; este bine ca punțile de legătură să aibă un izolament foarte bun. Rezistența ρ de ordinul a 10^7 Ω, în serie cu paleta, are rolul de a proteja firul de suspensie în cazul unei atingeri dintre paletă și cadrane.

Să se traseze curbele $\alpha = f(v)$ pentru tensiunea auxiliară V=constant (V=50; 60; . . . 120 V).

Pentru etalonare, se va folosi — în condiții adecvate — un element Weston, care să nu debiteze un curent mai mare de 10^{-4} A.

Care este precizia etalonării?

2.4.2. Etalonarea în montajul homostatic (fig. 2-9). Bateria de acumulatori B trebuie să aibă o tensiune de circa 100 V. Se poate folosi un divizor de tensiune D adecvat; dacă este posibil, se pot prelua tensiunile în trepte, direct de la baterie.

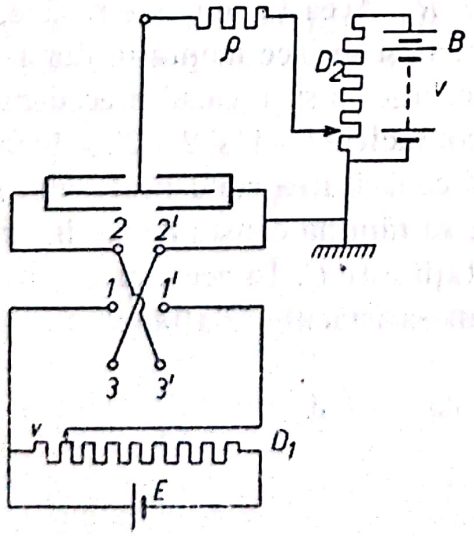


Fig. 2-8. Etalonarea electrometrului cu cadrane în montaj heterostatic asimetric.

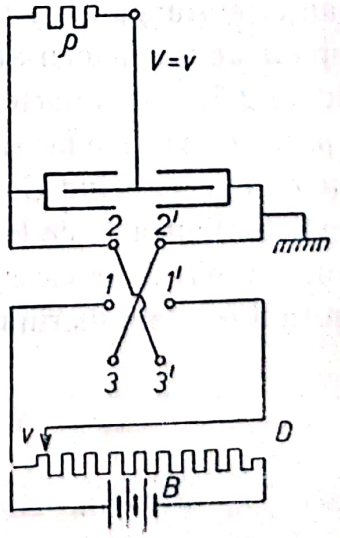


Fig. 2-9. Etalonarea electrometrului cu cadrane în montaj homostatic.

Să se traseze curbele $\alpha = f(v)$, v fiind cunoscut pe altă cale.

Să se compare precizia etalonării cu aceea a cazului precedent.

Se poate face o etalonare și în curent alternativ.

2.5. MĂSURAREA UNEI REZISTENȚE FOARTE MARI PRIN METODA PIERDERII DE ÎNCĂRCARE

2.5.1. **Utilizarea electrometrului în montaj heterostatic asimetric** (fig. 2-10). Se utilizează un condensator cu mică, avînd o capacitate de ordinul unui microfarad.

Se procedează așa cum s-a descris în partea teoretică.

Lectura tensiunii U se va face pentru intervale de timp t de diferite valori: 20; 30; 40; 60 secunde.

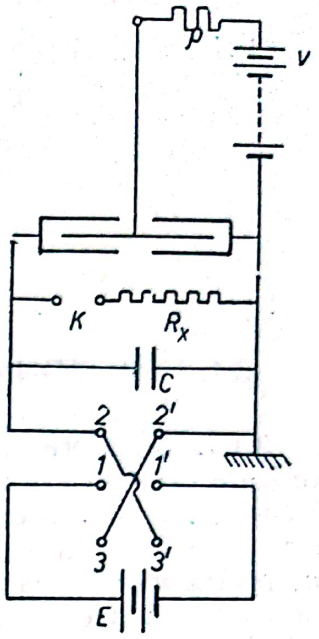


Fig. 2-10. Metoda pierderii de încărcare utilizînd electrometrul cu cadrane pentru măsurarea unei rezistențe foarte mari.

Să se calculeze eroarea care afectează rezultatul măsurării. Aceasta va fi minimă, cînd se va alege un interval de timp t astfel încît raportul

$$\frac{U_0}{U} \simeq 3{,}5.$$

Recomandări. 1. La începutul fiecărei măsurări, să se verifice dacă nu s-au schimbat: zero mecanic (nici o tensiune aplicată) și zero electric (fără să se aplice tensiunea de măsurat v).

2. Deplasarea α a spotului să reprezinte media aritmetică a deplasărilor α_d și α_s obținute cu ajutorul inversorului.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 3 | STUDIUL GALVANOMETRULUI CU CADRU MOBIL

3.1. FUNCȚIONAREA GALVANOMETRULUI ÎN REGIM PERMANENT

3.1.1. Descrierea instrumentului. Galvanometrele sînt instrumente caracterizate printr-o mare sensibilitate, folosite la măsurarea intensității curenților, a tensiunilor și a sarcinilor electrice foarte mici. Elementele constitutive de bază sînt : o bobină sub formă de cadru parcursă de curent și un magnet. În funcție de partea mobilă, cadru sau magnet, galvanometrele poartă, obișnuit, numele de galvanometre cu cadru mobil și galvanometre cu magnet mobil.

Galvanometrul cu cadru mobil este alcătuit dintr-o bobină dreptunghiulară cu N spire, fiecare de arie S (fig. 3-1). Acest cadru este prins între două puncte A și A', cu ajutorul a două fire de torsiune, care servesc în același timp și la conducerea curentului. Cadrul se poate roti în jurul axei AA', într-o inducție magnetică B din întrefierul unui magnet. Forma pieselor polare (N-S), precum și miezul de fier (f) asigură o distribuție radială și uniformă a liniilor de cîmp în întrefier. O oglindă prinsă de cadru permite cunoașterea rotirii acestuia prin măsurarea devierii unui fascicul luminos care cade pe oglindă.

3.1.2. Ecuația de mișcare a cadrului. Aceasta poate fi stabilită, scriind că suma momentelor tuturor forțelor care acționează asupra cadrului este egală cu zero.

La trecerea unui curent electric prin spirele cadrului, forța Laplace, acționînd asupra laturilor perpendiculare, pe inducția B, creează un cuplu de rotație în jurul axei AA' care tinde să așeze cadrul perpendicular pe inducția B. Momentul acestui cuplu este :

$$M_1 = \Phi_0 \, I$$

în care $\Phi_0 = BSN$ reprezintă *constanta de flux a galvanometrului*, adică fluxul care ar traversa cadrul dacă suprafața spirelor acestuia ar fi perpendiculară pe inducția B.

Prin rotirea cadrului cu un unghi α față de poziția inițială, firul de suspensie se torsionează și apare un moment de torsiune care se opune rotației provocate de acțiunea forțelor electromagnetice. Mărimea acestui moment este :

$$M_2 = -C\alpha,$$

C — fiind constanta de torsiune a firului de suspensie.

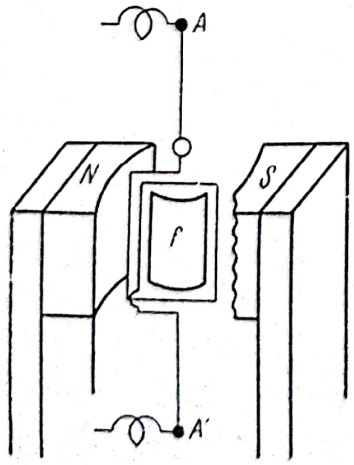


Fig. 3-1. Galvanometru cu cadru mobil.

Prin mişcarea cadrului în întrefier, apare un cuplu de frînare, care se datorează frecării vîscoase a cadrului cu aerul şi curenţilor induşi în cadru prin deplasarea acestuia în inducţia B. Expresia momentului acestor forţe, care cuprinde doi termeni, ambii fiind proporţionali cu viteza de rotire a cadrului, este:

$$M_3 = -\left(A_1 + \frac{\Phi_0^2}{R}\right) \cdot \frac{d\alpha}{dt},$$

în care A_1 este *constanta de amortizare mecanică*, iar $\frac{\Phi_0^2}{R}$ este *constanta de amortizare electromagnetică*. $R = g + R_e$ reprezintă *resiztenţa totală a circuitului*, formată din rezistenţa g a galvanometrului şi rezistenţa R_e a circuitului exterior.

În mişcarea sistemului mobil al galvanometrului intervin şi forţe de inerţie. Momentul acestor forţe în raport cu axa AA' este:

$$M_4 = -K \frac{d^2\alpha}{dt^2},$$

unde K este momentul de inerţie al cadrului. Însumînd aceste momente, se obţine ecuaţia de mişcare a cadrului:

$$K \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = \Phi_0 I, \qquad (3\text{-}1)$$

unde $A = A_1 + \frac{\Phi_0^2}{R}$. Soluţia acestei ecuaţii diferenţiale cuprinde doi termeni:

$$\alpha = \alpha_s + \gamma(t). \qquad (3\text{-}2)$$

Primul termen α_s indică poziţia de echilibru stabil a cadrului, adică deviaţia permanentă suferită de cadrul parcurs de curent.

Al doilea termen $\gamma(t)$ descrie mişcarea pe care o efectuează cadrul din momentul în care începe să se rotească şi pînă cînd se opreşte în poziţia de echilibru stabil.

3.1.3. Echilibrul stabil al echipajului mobil. a. *Relaţia de echilibru.* Soluţia α_s se obţine înlocuind pe α din ecuaţia (3-1) prin $\alpha_s + \gamma(t)$. Ţinînd cont că α_s este constant în timp şi că la echilibru $\gamma(t) = 0$, se obţine:

$$\alpha_s = \frac{\Phi_0}{C} \cdot I. \qquad (3\text{-}3)$$

Deci, în cazul echilibrului stabil al cadrului, deviaţia α_s este proporţională cu intensitatea curentului care traversează galvanometrul. De aici rezultă posibilitatea utilizării acestuia ca instrument de măsurare a intensităţii curentului, în funcţie de unghiul de rotire a sistemului mobil.

b. *Sensibilitatea.* Ca şi în cazul altor instrumente de măsurare *sensibilitatea de curent* a galvanometrului se defineşte prin raportul,

$$S_I = \frac{\Delta\alpha}{\Delta I} \text{ (rad/A)}, \qquad (3\text{-}4)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $\Delta\alpha$ este unghiul de rotație al cadrului corespunzător unei variații ΔI a curentului care îl străbate. Din ecuațiile (3-3) și (3-4) rezultă expresia sensibilității de curent a galvanometrului:

$$S_I = \frac{\Phi_0}{C} = \frac{BSN}{C}. \tag{3-5}$$

Sensibilitatea S_I crește prin mărirea numărului de spire, a ariei lor, a inducției în întrefier și prin micșorarea constantei de torsiune a firului. La galvanometrele moderne, creșterea sensibilității rezultă îndeosebi din micșorarea constantei C. Se folosesc fire metalice plate cu grosimi de ordinul micronilor sau fire subțiri de cuarț metalizate și se obține C de ordinul $4 \cdot 10^{-10}$ N·m/rad. Îmbunătățirile aduse magneților permanenți au condus la creșterea inducției în întrefier (de exemplu: de la 0,04 Wb/m² la 0,4 Wb/m²). Cu aceste realizări, sensibilitatea galvanometrelor actuale atinge valori de ordinul 10^{12} mm/A/m.

Galvanometrul fiind adesea utilizat și la măsurarea tensiunilor electrice mici (de exemplu, tensiuni termoelectromotoare), se definește și *sensibilitatea de tensiune*:

$$S_U = \frac{\Delta\alpha}{\Delta U},$$

ΔU fiind variația tensiunii la bornele galvanometrului. Dacă prin galvanometru trece curentul de intensitate I, atunci $U = gI$, și se poate scrie:

$$S_U = \frac{S_I}{g} \text{ (rad/V)}. \tag{3-6}$$

Sensibilitatea de tensiune este mai mică decît sensibilitatea de curent; mărirea acesteia necesită o micșorare a rezistenței interioare a galvanometrului. Micșorarea lui g duce însă la scăderea lui S_I, după cum arată relațiile (3-35) și (3-36).

Deoarece, în general, se lucrează cu galvanometrul funcționînd în regim critic, sensibilitatea de tensiune se mai definește uneori prin raportul:

$$S'_U = \frac{S_I}{R_c},$$

unde R_c este rezistența critică a galvanometrului.

3.1.4. Mișcarea echipajului mobil. Pentru a cunoaște mișcarea pe care o execută cadrul în intervalul de timp în care acesta ajunge la poziția de echilibru stabil, ne oprim asupra termenului al doilea al ecuației (3-2).

Acest termen reprezintă soluția generală a ecuației

$$K\frac{d^2\gamma}{dt^2} + A\frac{d\gamma}{dt} + C\gamma = 0, \tag{3-7}$$

care este de forma:

$$\gamma(t) = Me^{r_1 t} + Ne^{r_2 t},$$

unde r_1 și r_2 sînt rădăcinile ecuației caracteristice,

$$r_{12} = -\frac{A}{2K} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4K^2} - \frac{C}{K}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Aceste rădăcini pot fi complexe sau reale. În primul caz, $\gamma(t)$ va fi o funcţie periodică, iar în al doilea caz va fi aperiodică critică pentru $r_1=r_2$ şi hipercritică pentru r_1 diferit de r_2.

a. *Regimul periodic amortizat* α. Dacă între constantele aparatului are loc inegalitatea,

$$\frac{A^2}{4K^2} < \frac{C}{K} \tag{3-8}$$

mişcarea cadrului va fi descrisă de ecuaţia:

$$\alpha=\alpha_s+\gamma(t)=\alpha_s-\alpha_s\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}\cdot e^{-at}\sin\left(bt+\text{arc tg}\,\frac{b}{a}\right), \tag{3-9}$$

în care s-a notat:

$$a=\frac{A}{2K} \text{ şi } b=\sqrt{\frac{C}{K}-\frac{A^2}{4K^2}}$$

Cadrul porneşte din poziţia $\alpha=0$, nu se opreşte în poziţia corespunzătoare echilibrului stabil şi execută o serie de oscilaţii în jurul acestei poziţii (fig. 3-2, curba I). Amplitudinile oscilaţiilor sînt limitate de curbele care reprezintă factorul $\pm\alpha_s\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}\cdot e^{-at}$; acestea scad cu timpul. Teoretic, amplitudinea oscilaţiilor devine egală cu zero după un timp infinit; practic însă, acest timp este destul de scurt (de ordinul secundelor).

Admiţînd că amortizarea datorită frecării cadrului cu aerul, (A_1), este neglijabilă, expresia (3-8) mai poate fi scrisă în felul următor:

$$R > \frac{\Phi_0^2}{2\sqrt{CK}}. \tag{3-10}$$

Expresia (3-10) arată condiţia pe care trebuie să o satisfacă valoarea rezistenţei totale a circuitului, pentru ca sistemul mobil al galvanometrului să execute o mişcare oscilatorie.

β. *Amortizarea oscilaţiilor*. Cadrul se va opri în poziţia stabilă cu atît mai repede, cu cît amortizarea oscilaţiilor este mai mare. Gradul de amortizare se poate caracteriza prin raportul a două amplitudini succesive şi de aceeaşi parte a poziţiei stabile a cadrului.

$$\lambda=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\ldots\ldots\ldots\ldots=\frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}=e^{aT}.$$

Logaritmînd acest raport, se obţine:

$$\delta=aT=\frac{A}{2K}\cdot T. \tag{3-11}$$

Mărimea δ este denumită *decrementul logaritmic* al oscilaţiilor. Considerînd şi în acest caz, că amortizarea mecanică este neglijabilă, δ se poate exprima simplu prin constantele aparatului:

$$\delta=\frac{\Phi_0^2}{2KR}\cdot T. \tag{3-12}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă că se poate obține o anumită valoare a decrementului δ alegînd în mod convenabil rezistența R a circuitului. Cînd R este foarte mare (circuit deschis, $R=\infty$), amortizarea oscilațiilor este foarte mică și se datorește numai frecării cadrului cu aerul; în acest caz,

$$\delta_0 = \frac{A_1}{2K} \cdot T_0. \tag{3-13}$$

În ecuația (3-9), b reprezintă pulsația oscilațiilor cadrului; din aceasta rezultă:

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{K} - \frac{A^2}{4K^2}}}. \tag{3-14}$$

Perioada de oscilație depinde de K și C, care sînt constante și de A care este funcție de R. Se poate deci schimba perioada de oscilație, variind rezistența circuitului în care se află galvanometrul. Dacă rezistența crește, T scade. În cazul particular, în care $R=\infty$, pericada este minimă și egală cu:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}. \tag{3-15}$$

b. *Regimul aperiodic critic.* Dacă este satisfăcută condiția

$$\frac{A^2}{4K^2} = \frac{C}{K}, \tag{3-16}$$

ecuația care descrie mișcarea sistemului mobil al galvanometrului este:

$$\alpha = \alpha_s + \gamma(t) = \alpha_s - \alpha_s e^{-at}(1 + at).$$

Cadrul se apropie de poziția stabilă, fără a o depăși (curba II, fig. 3-2). Din relația (3-16), neglijînd amortizarea mecanică, se poate determina rezistența R_c corespunzătoare regimului aperiodic critic, numită *rezistență critică*:

$$R_c = \frac{\Phi_0^2}{2\sqrt{CK}}. \tag{3-17}$$

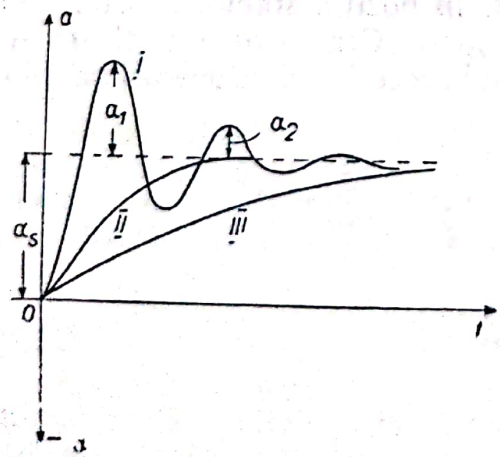


Fig. 3-2. Mișcarea cadrului galvanometrului:
I — în regim periodic amortizat,
II — în regim aperiodic critic și
III — în regim aperiodic.

Rezistența critică este o caracteristică a galvanometrului. Pentru a aduce un galvanometru în regimul critic de funcționare, se alege o rezistență exterioară de valoare,

$$R'_c = R_c - g$$

care este denumită *rezistența critică exterioară.*

Adesea, nu este comodă utilizarea galvanometrului în regim periodic, deoarece trebuie să se aștepte un timp îndelungat pentru stabilirea cadrului în poziția de echilibru. Este mai avantajos, de exemplu, în metodele de zero (punți, compensatoare) să

se lucreze cu galvanometrul în regim aperiodic, apropiat de regimul critic, sau chiar în regimul critic, cînd echipajul mobil ajunge în timpul cel mai scurt în poziţia stabilă.

c. *Regimul aperiodic (hipercritic)*. Galvanometrul funcţionează în acest regim dacă între constantele lui are loc relaţia :

$$\frac{A^2}{4K^2} > \frac{C}{K}.$$

Cadrul se apropie cu atît mai încet de poziţia stabilă, cu cît rezistenţa circuitului este mai mică (curba III, fig. 3-2). Acest regim de funcţionare este puţin utilizat, deoarece lectura poziţiei stabile trebuie efectuată după un timp relativ mare şi adesea rău definit.

3.2. FUNCŢIONAREA GALVANOMETRULUI ÎN REGIM BALISTIC

3.2.1. Principiul de funcţionare. Sarcinile electrice mici (de exemplu : sarcina unui condensator încărcat, sarcina produsă prin inducţie electromagnetică într-un circuit etc.) se pot măsura cu galvanometrul cu cadru mobil, funcţionînd în regim balistic. Sarcina electrică străbate cadrul galvanometrului sub forma unui curent variabil de scurtă durată, producînd o deviaţie α_1 a acestuia. Deviaţia α_1 este proporţională cu sarcina electrică ce a trecut prin galvanometru, dacă durata de scurgere a curentului este mai mică decît timpul necesar cadrului să se pună în mişcare.

3.2.2. Relaţia dintre sarcina electrică şi deviaţia maximă a cadrului. a. *Prima fază.* Mişcarea cadrului în timpul trecerii cantităţii de electricitate este descrisă de ecuaţia (3-1), stabilită anterior :

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2} + A\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = i\Phi_0$$

unde i reprezintă valoarea instantanee a curentului care trece prin galvanometru într-un timp foarte scurt (de ordinul fracţiunii de secundă). Admitem că în acest interval de timp, 0-τ, cadrul nu s-a pus în mişcare ; integrăm ecuaţia (3-1) între limitele acestui interval de timp :

$$K\int_0^\tau \frac{d^2\alpha}{dt^2}dt + A\int_0^\tau \frac{d\alpha}{dt}dt + C\int_0^\tau \alpha dt = \Phi_0\int_0^\tau i dt.$$

Ultimii doi termeni din membrul I sînt nuli, deoarece $\alpha=0$. Dacă ω_0 este viteza unghiulară a cadrului în momentul τ, iar Q este sarcina electrică totală care a trecut prin cadru, după integrare, se poate scrie :

$$K\omega_0 = \Phi_0 Q. \qquad (3\text{-}18)$$

Scanned with OKEN Scanner

Relaţia (3-18) arată că trecerea curentului electric prin galvanometru într-un timp scurt $(0-\tau)$ imprimă acestuia un moment cinetic $K\omega_0$ datorită căruia cadrul se pune în mişcare după timpul τ cu viteza unghiulară ω_0.

b. *A doua fază*. Cadrul fiind lansat cu viteza ω_0, execută o mişcare reprezentată printr-o ecuaţie de forma ecuaţiei (3-7)

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2}+A\frac{d\alpha}{dt}+C\alpha=0$$

deoarece toată sarcina electrică a trecut prin galvanometru $(i=0)$.

Luînd ca nouă origine pentru timp momentul τ, condiţiile iniţiale ale mişcării vor fi : la $t=0$, cadrul pleacă din poziţia de repaus $\alpha=0$, cu viteza unghiulară $\omega_0=\frac{d\alpha}{dt}$.

Ca şi în cazul regimului permanent, caracterul mişcării cadrului depinde atît de datele constructive, cît şi de rezistenţa circuitului galvanometrului.

α. *Regimul periodic amortizat*. Circuitul posedă o rezistenţă mai mare decît rezistenţa critică (3-10). Soluţia ecuaţiei (3-7) este de forma :

$$\alpha=Fe^{-at}\sin(bt+\varphi) \tag{3-19}$$

unde

$$a=\frac{A}{2K} \text{ şi } b=\sqrt{\frac{C}{K}-\frac{A^2}{4K^2}}.$$

Mişcarea cadrului este oscilatorie amortizată, cu perioada :

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{K}-\frac{A^2}{4K^2}}}.$$

Deoarce perioada oscilaţiilor amortizate T diferă foarte puţin de perioada proprie $T_0=2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}$, chiar şi în cazul oscilaţiilor extrem de amortizate, conform ecuaţiei (3-41), $\left(\frac{T-T_0}{T}=\frac{\delta^2}{8\pi^2}\right)$, relaţia (3-19) se poate scrie şi sub forma :

$$\alpha=Fe^{-at}\sin\left(\sqrt{\frac{K}{C}}\,t+\varphi\right). \tag{3-20}$$

Constantele F şi φ se determină din condiţiile iniţiale : la $t=0$, $\alpha=0$ şi $\frac{d\alpha}{dt}=\omega_0=\frac{\Phi_0}{K}Q$. De aici rezultă $\varphi=0$ şi $F=\frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}}Q$. Prin înlocuirea acestor constante, ecuaţia (3-20) devine :

$$\alpha=\frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}}e^{-at}\cdot Q\cdot\sin\sqrt{\frac{K}{C}}\cdot t, \tag{3-21}$$

Din figura 3-3, care reprezintă graficul oscilaţiei cadrului în timp, se vede că deviaţia maximă are loc la momentul $t=T/4$. Aceasta rezultă şi din ecuaţia (3-21), în care $\sin\sqrt{\frac{K}{C}}\cdot t=1$ pentru $t=T/4$.

Deviaţia maximă va fi dată de relaţia:

$$\alpha_1=\frac{\Phi_0}{\sqrt{KC}}e^{-\alpha\frac{T}{4}}\cdot Q \qquad (3\text{-}22)$$

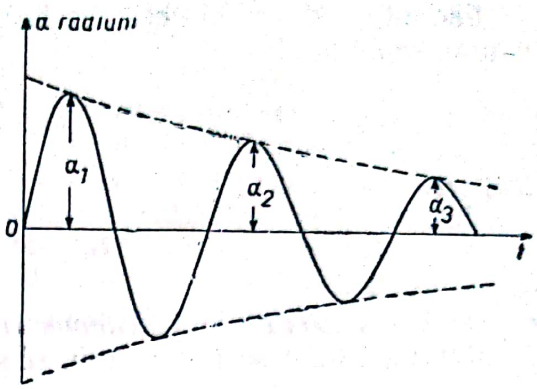


Fig. 3-3. Oscilaţiile cadrului galvanometrului funcţionînd în regim balistic; cazul mişcării periodice amortizate.

În mişcarea periodică amortizată, deviaţia maximă este proporţională cu sarcina electrică, însă factorul de proporţionalitate depinde de amortizarea datorită circuitului. Gradul de amortizare se apreciază evaluînd decrementul logaritmic, definit prin relaţia (3-11), unde $A=A_1+\frac{\Phi_0^2}{R}$ este *coeficientul de amortizare.*

Înlocuind pe δ în expresia lui α_1 (3-22), avem:

$$\alpha_1=\frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}}\cdot e^{-\frac{\delta}{4}}\cdot Q;$$

sau

$$Q=\frac{\sqrt{CK}}{\Phi_0}\left(1+\frac{\delta}{4}\right)\alpha_1. \qquad (3\text{-}23)$$

Aceasta rezultă din faptul că, $e^{\frac{\delta}{4}}=\left(1+\frac{\delta}{4}\right)+\frac{1}{2!}\left(\frac{\delta}{4}\right)^2\ldots$

De aici,

$$Q=B\alpha_1 \qquad (3\text{-}24)$$

unde

$$B=\frac{\sqrt{CK}}{\Phi_0}\left(1+\frac{\delta}{4}\right)$$

este adesea denumită *constanta balistică a galvanometrului*; această denumire este însă improprie, deoarece B este funcţie de rezistenţa circuitului. Pentru a utiliza relaţia (3-24), este necesar ca măsurătorile cu galvanometrul să se facă în circuite de aceeaşi rezistenţă cu a circuitului în care a fost determinată valoarea lui B. Orice schimbare a rezistenţei circuitului necesită o nouă etalonare a galvanometrului.

O definiţie a constantei balistice care să fie independentă de rezistenţa circuitului este posibilă dacă se consideră un caz particular: cînd $R=\infty$ (cazul descărcării unui condensator). În aceste condiţii, $\delta=0$ dacă se neglijează amortismentul mecanic. Particularizînd ecuaţia (3-23) pentru acest caz, găsim:

$$\alpha_0=\frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}}\cdot Q.$$

Scanned with OKEN Scanner

Făcînd să intervină perioada proprie T_0 și sensibilitatea de curent S_I a galvanometrului,

$$\alpha_0 = \frac{2\pi}{T_0} \cdot S_I \cdot Q. \tag{3-25}$$

Raportul

$$S_b = \frac{\alpha_0}{Q} = \frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}} \text{ rad/C} \tag{3-26}$$

reprezintă *sensibilitatea galvanometrului funcționînd în regim balistic.*

Relația (3-25) se poate scrie și sub forma :

$$Q = B_0 \cdot \alpha_0, \quad \text{unde } B_0 = \frac{\sqrt{CK}}{\Phi_0}$$

B_0 este *constanta galvanometrului balistic* și se exprimă în C/rad. Înlocuind pe B_0 în ecuația (3-24), se obține :

$$Q = B_0 \cdot \alpha_1 \left(1 + \frac{\delta}{4}\right). \tag{3-27}$$

Deci, Q se poate măsura dacă se cunoaște B_0 și δ corespunzător rezistenței circuitului.

β. *Regimul aperiodic critic.* Rezistența totală a circuitului galvanometrului este egală cu rezistența critică (3-17). Mișcarea cadrului este descrisă de o ecuație de forma :

$$\alpha = e^{-at}(A + Bt). \tag{3-28}$$

Constantele A și B se determină din aceleași condiții inițiale ca și în cazul precedent ; prin înlocuirea lor în ecuația (3-28), rezultă :

$$\alpha = e^{-at} \cdot \frac{\Phi_0}{K} \cdot Q \cdot t.$$

Timpul $t_{max} = \frac{T_0}{2\pi}$, în care sistemul mobil capătă deviația maximă, se obține din condiția $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, iar deviația maximă va fi dată de relația :

$$\alpha_{max} = \frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}} \cdot \frac{1}{e} \cdot Q.$$

Din ultima relație, se deduce sensibilitatea galvanometrului balistic în regim critic :

$$S_{b \cdot cr} = \frac{\Phi_0}{\sqrt{CK}} \cdot \frac{1}{e}. \tag{3-29}$$

Din compararea relațiilor (3-26) și (3-29), rezultă că un galvanometru balistic este de 2,72 ori mai puțin sensibil în regimul critic decît în regimul periodic amortizat. Timpul necesar atingerii deviației maxime în regimul aperiodic critic este mai mic decît timpul corespunzător atingerii maximului în regimul periodic amortizat, adică $\frac{T_0}{2\pi} \simeq \frac{T_0}{6} < \frac{T_0}{4}$.

Pentru măsurarea sarcinilor electrice, ca și în cazul măsurărilor curenților, se utilizează galvanometrul în regim aperiodic critic pentru același avantaj: stabilirea cadrului în timpul cel mai scurt la poziția de zero.

γ. *Regimul aperiodic (hipercritic).* Rezistența circuitului este mai mică decît rezistența critică. Și în acest regim de funcționare, deviația maximă α_{max} este proporțională cu cantitatea de electricitate care a trecut prin cadru. Sensibilitatea S_b este mai mică decît în celelalte cazuri, iar timpul în care sistemul mobil revine în poziția de zero, crește odată cu amortizarea circuitului.

Observație. Cînd un galvanometru este utilizat pentru măsurarea sarcinilor electrice, funcționînd în regim balistic, se obișnuiește să se spună că se lucrează cu un *„galvanometru balistic."*

Deci: *orice galvanometru cu cadru mobil, cînd funcționează în regim balistic, este un „galvanometru balistic".*

Obișnuit, *această denumire se dă unui galvanometru cu perioadă de oscilație T_0 mare* (~10—20 s), deoarece cadrul acestuia are inerție mare și se pune în mișcare după un timp τ mai mare decît galvanometrele cu perioadă mică (2—5 s); un asemenea galvanometru poate măsura sarcini electrice care se scurg un timp mai îndelungat prin cadrul său (ca în cazul curenților obținuți prin inducție electromagnetică).

3.3. DETERMINAREA CONSTANTELOR GALVANOMETRULUI

3.3.1. Lectura deviației cadrului și instalația de măsurare.

a) *Constantele de măsurat.* Pentru a ști cînd putem utiliza un galvanometru de care dispunem și pentru a-i impune un anumit regim de funcționare în circuitul de măsură, este necesar să se cunoască valorile constantelor acestuia: sensibilitățile S_I, S_U și S_b, K (momentul de inerție al cadrului), Φ_0 (fluxul de inducție proprie) C (constanta de torsiune a firului de suspensie), A_1 (coeficientul de amortizare mecanică), g (rezistența galvanometrului), R_c (rezistența critică), R'_c (rezistența critică exterioară), T_0 (pericada de oscilație proprie) și δ_0 (decrementul logaritmic al oscilațiilor în circuit deschis). Pentru aceasta, este suficient să se măsoare:

sensibilitatea de curent, S_I,
rezistența galvanometrului, g,
perioada de oscilație în circuit deschis, T_0,
decrementul logaritmic al oscilațiilor în circuit deschis, δ_0,
decrementul logaritmic al oscilațiilor în circuit închis, δ,
și constanta balistică, B_0.

b) *Lectura unghiului de deviație a cadrului.* Un fascicul de lumină trece printr-o fantă cu fir reticular și cade pe oglinda galvanometrului; după reflexie, pe o riglă gradată așezată la distanța L de oglindă, se obține un spot luminos, reprezentînd imaginea fantei. Rotirea cu un unghi α a cadrului și deci a oglinzii, produce o deviere de 2α a razei reflectate (fig. 3-4). Deviația α se exprimă în funcție de deplasarea 0 a spotului pe riglă, prin relația:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\theta}{L},$$

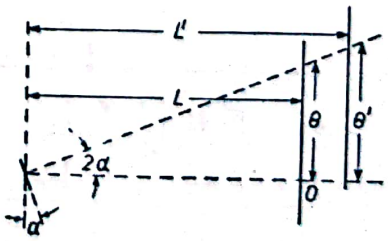


Fig. 3-4. Procedeul de lectură a deplasării spotului pe rigla gradată.

de unde

$$\alpha=\frac{1}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{\theta}{L}.$$

Prin dezvoltare în serie, se obține:

$$\alpha=\frac{1}{2}\,\frac{\theta}{L}\left(1-\frac{1}{3}\,\frac{\theta^2}{L^2}+\ \ldots\right). \tag{3-30}$$

Pentru deviații α mici (de exemplu $\alpha=3°$), se poate reține numai primul termen,

$$\alpha=\frac{1}{2}\cdot\frac{\theta}{L} \tag{3-31}$$

făcînd o eroare de 0,3%. Dacă rigla se află la distanța de 1 m de oglindă, deplasarea θ a spotului pe riglă, corespunzătoare unghiului $\alpha=3°$, este de 105 mm. Lectura pe riglă fiind efectuată cu o eroare absolută de maximum 0,5 mm, rezultă că eroarea relativă de lectură este de 0,5% ; deci de același ordin de mărime cu eroarea datorită aproximării unghiului α. Pentru unghiuri α mai mari de 3°, eroarea datorită aproximării unghiului α poate să depășească cu mult eroarea de lectură a deplasării θ. De exemplu, pentru $\alpha=7°$, rezultă $\theta=250$ mm pe rigla aflată la distanța de 1 m (această deplasare reprezintă o jumătate din lungimea unei rigle obișnuite de laborator). Eroarea de lectură asupra lui θ va fi de 0,2%, în timp ce valoarea datorită aproximării unghiului α este de 2%. Rezultă că pentru $\theta>100$ mm pe rigla așezată la distanța de 1 m, este necesar să se țină cont la determinarea unghiului α și de termenul al doilea al dezvoltării.

c) *Instalația de măsurare.* În cazul unui galvanometru puțin sensibil, măsurătorile se fac cu ajutorul unei instalații realizată după schema din figura 3-5, *a*. Circuitul este alimentat de la o sursă de tensiune constantă (un acumulator de 2 V).

Sursa este legată în serie cu galvanometrul și o cutie de rezistențe cu fișe (sau cu ploturi), de valoare mare (aproximativ 1 MΩ). Rezistența S—o cutie de rezistențe de ordinul sutelor de ohmi — poate fi introdusă în circuit cu ajutorul întrerupătorului K_1. Contactul K_2 servește la amortizarea oscilațiilor cadrului, iar inversorul K permite obținerea deviațiilor sistemului mobil în ambele sensuri față de poziția stabilă.

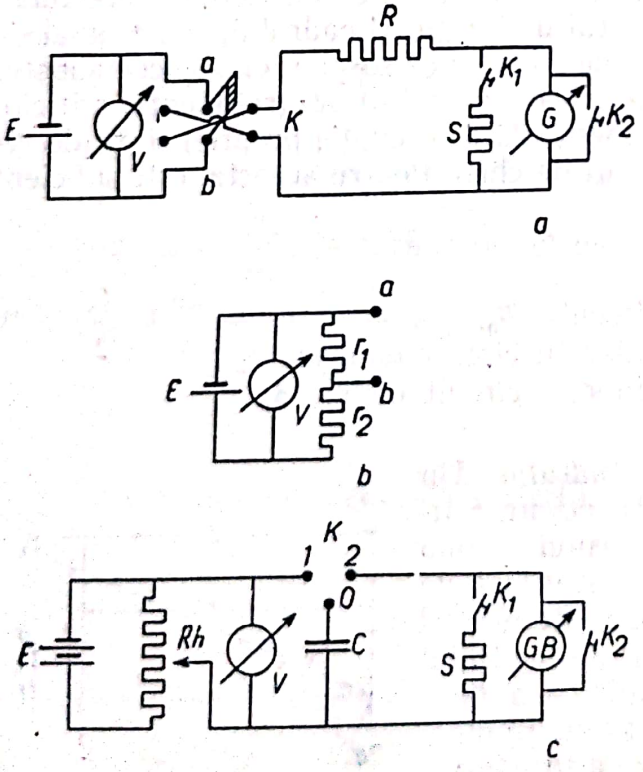


Fig. 3-5. Instalația de studiu a unui galvanometru :

a — de sensibilitate redusă, *b* — de sensibilitate mare, *c* — funcționînd în regim balistic.

În cazul unui galvanometru mai sensibil, sursa de curent E nu se introduce direct în circuitul galvanometrului, ci prin intermediul unui divizor de tensiune format din două cutii de rezistențe r_1 și r_2 (fig. 3-5, *b*). Un astfel de divizor poate fi alcătuit din $r_1=10\ \Omega$ și $r_2=990\ \Omega$. La bornele *a*, *b*, se obține tensiunea

$$U_{ab}=\frac{r_1}{r_1+r_2}\cdot E$$

E este valoarea t.e.m. indicată de voltmetrul V.

Studiul galvanometrului în regim balistic se face cu ajutorul montajului indicat în fig. 3-5, *c*. Sursa de curent E (o baterie de acumulatori de 6 V sau 12 V) este legată la capetele reostatului Rh, utilizat ca divizor de tensiune. Voltmetrul V măsoară tensiunea care este aplicată condensatorului C (de 1 sau 2 μF) cu ajutorul întrerupătorului dublu K.

3.3.2. Determinarea rezistenței *g* a galvanometrului. Se realizează instalația după schema din figura 3-5, *a* sau *b*.

a. K_1 — deschis, rezistența R avînd valoarea R_1. Curentul I_g care trece prin galvanometru,

$$I_g=\frac{U_{ab}}{R_1+g}$$

produce o deplasare θ a spotului.

b. K_1 — închis, rezistența R avînd valoarea $R_2<R_1$ și S o valoare oarecare S_1. Aplicînd legile lui Kirchhoff, curentul I'_g prin galvanometru va fi dat de expresia:

$$I'_g=\frac{U_{ab}}{R_2+g+\frac{R_2\,g}{S_1}}.$$

Acestui curent îi corespunde o deviație θ'. Se variază rezistența S pînă cînd θ' devine egal cu θ. În acest caz, $I_g=I'_g$ și se poate scrie:

$$\frac{U_{ab}}{R_1+g}=\frac{U_{ab}}{R_2+g+\frac{R_2 g}{S}},$$

de unde

$$g=\frac{R_1-R_2}{R_2}\cdot S. \qquad (3\text{-}32)$$

În cazul particular, în care rezistența $R_2=\frac{R_1}{2}$,

$$g=S.$$

c. *Eroarea de determinare a rezistenței g.* Logaritmînd și diferențiind expresia (3-32) și apoi trecînd la erori, se obține relația:

$$\frac{\Delta g}{g}=\frac{R_1}{R_1-R_2}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}+\frac{\Delta R_2}{R_2}\right)+\frac{\Delta S}{S}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Erorile relative $\frac{\Delta R_1}{R_1}$ și $\frac{\Delta R_2}{R_2}$ reprezintă erorile de construcție ale rezistențelor R_1 și R_2. Acestea sînt date de constructor, iar în cazul cutiilor de rezistență uzuale din laborator, ele au valoarea de 0,2%. Termenul $\frac{\Delta S}{S}$ reprezintă suma a două erori relative $\varepsilon + \frac{\Delta' S}{S}$, în care ε este eroarea de construcție a rezistenței S, iar $\Delta' S$ reprezintă o variație a rezistenței S care modifică deviația θ (corespunzătoare egalității celor doi curenți) cu $\Delta\theta$ egal cu eroarea de lectură.

Se remarcă faptul că valorile rezistențelor R_1 și R_2 trebuie să fie diferite pentru ca eroarea $\frac{\Delta g}{g}$ să fie mică. Aceasta conduce însă la micșorarea lui S, deci la creșterea erorii relative $\frac{\Delta S}{S}$.

3.3.3. Determinarea sensibilității de curent S_I.

a. *Constanta de curent.* Întrerupătorul K_1 — deschis; curentul prin galvanometru este:

$$I = \frac{E}{R+g} \tag{3-33}$$

sau, utilizînd divizorul de tensiune,

$$I = \frac{\frac{r_1}{r_1+r_2} \cdot E}{R+g} \tag{3-34}$$

În funcție de rotirea cadrului, curentul se poate exprima prin relația (3-3),

$$I = \frac{C}{\Phi_0} \cdot \alpha,$$

α fiind exprimat în radiani. Înlocuind pe α cu valoarea aproximativă din (3-31), rezultă:

$$I = \frac{C}{\Phi_0} \cdot \frac{1}{2L} \cdot \theta = P \cdot \theta,$$

unde

$$P = \frac{C}{\Phi_0} \cdot \frac{1}{2L}$$

P este *constanta de curent* a galvanometrului și reprezintă curentul care produce o deplasare a spotului de 1mm pe rigla așezată la distanța $L=1$ m de galvanometru. Valoarea constantei P se exprimă în A/mm/m.

Pentru determinarea lui P, se inversează curentul I cu inversorul K, pentru a obține deviații de o parte și de cealaltă a poziției de zero a spotului. Deviația θ reprezintă media acestor două deviații. Valoarea curentului I se obține din relația (3-33) sau (3-34), cu condiția ca g să fie cunoscut.

Dacă distanța focală a oglinzii galvanometrului impune ca rigla să fie așezată la o distanță L' diferită de 1 m, se obține o deviație θ' și deci o constantă

Scanned with OKEN Scanner

P'. Această valoare se reduce la valoarea P, corespunzătoare distanței de $L=1$ m, multiplicînd-o cu $L'(P=P'L')$. Aceasta rezultă din proporționalitatea laturilor triunghiurilor asemenea din figura 3-4.

$$\frac{\theta'}{L'}=\frac{\theta}{1}.$$

b. *Eroarea de determinare a constantei de curent, P.* Calculul erorii relative asupra lui P din formula

$$P=\frac{E}{R+g}\cdot\frac{1}{\theta}, \qquad (3\text{-}35)$$

conduce la expresia:

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{1}{1+\frac{g}{R}}\left(\frac{\Delta R}{R}+\frac{g}{R}\frac{\Delta g}{g}\right)+\frac{\Delta E}{E}+\frac{\Delta\theta}{\theta}.$$

În general, $\frac{g}{R}\ll 1$ și prin urmare $\frac{g}{R}\cdot\frac{\Delta g}{g}\ll\frac{\Delta R}{R}$; în acest fel,

$$\frac{\Delta P}{P}\simeq\frac{\Delta R}{R}+\frac{\Delta E}{E}+\frac{\Delta\theta}{\theta}.$$

$\frac{\Delta E}{E}$ reprezintă suma erorilor de lectură și de construcție care afectează rezultatul măsurării tensiunii cu voltmetrul V. Eroarea $\frac{\Delta\theta}{\theta}$ conține doi termeni $\xi+\frac{1}{3}\frac{\theta^2}{L^2}$ unde ξ este eroarea relativă de lectură, iar $\frac{1}{3}\frac{\theta^2}{L^2}$ — eroarea datorită aproximării $\alpha=\frac{1}{2}\frac{\theta}{L}$. Această eroare crește cu valoarea deviației θ, după cum s-a arătat (3.3.1.b). Aceasta poate fi înlăturată, dacă se calculează P după relația $P=\frac{i}{\theta'}$ în care $\theta'=\theta\left(1-\frac{1}{3}\frac{\theta^2}{L^2}\right)$(3-30); θ este valoarea medie a deviațiilor determinate experimental.

c. *Sensibilitatea de curent S'_I a galvanometrului* se definește ca fiind deplasarea spotului, în mm, care corespunde unității de curent (1 ampère), cînd rigla se găsește la distanța $L=1$ m de oglindă:

$$S'_I=\frac{\Delta\theta}{\Delta I}=\frac{1}{P}\ \text{mm/A/m}. \qquad (3\text{-}36)$$

Între S'_I măsurat și S_I definit prin relația (3-4) există legătura:

$$S'_I=2\cdot 10^3\ S_I.$$

3.3.4. Determinarea perioadei de oscilație a cadrului în circuit deschis, T_0.

a. Întrerupătorul K_1 este deschis și K închis. Se întrerupe circuitul cu inversorul K și se măsoară, cu ajutorul unui cronometru, timpul t în care spotul trece

de n ori în același sens prin dreptul unei diviziuni a scării (de exemplu diviziunea zero). Perioada de oscilație a cadrului va fi $T_0=\frac{t}{n}$. După relația (3-15),

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}.$$

b. Expresia erorii relative de determinare a lui T_0 este:

$$\frac{\Delta T_0}{T_0}=\frac{\Delta t}{t}.$$

3.3.5. Determinarea decrementului logaritmic al oscilațiilor în circuit deschis, (δ_0).

a. Procedînd ca în cazul precedent, se imprimă cadrului o mișcare periodică în circuit deschis. Se face lectura a două amplitudini ale oscilațiilor spotului θ_0 și θ_0' de aceeași parte a poziției de zero, separate prin m perioade de oscilație. Decrementul logaritmic se calculează cu ajutorul relației,

$$\delta_0=\frac{1}{m}\ln\frac{\theta_0}{\theta_0'}$$

Circuitul fiind deschis ($R=\infty$), amortizarea oscilațiilor se datorează numai frecării cadrului cu aerul (3-13); deci:

$$\delta_0=\frac{A_1}{2K}T_0,$$

în care A_1 este coeficientul de amortizare mecanică.

b. Eroarea relativă de determinare a lui δ_0 este dată de relația:

$$\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0}=\left(\frac{\Delta\theta_0}{\theta_0}+\frac{\Delta\theta_0'}{\theta_0'}\right)\frac{1}{\ln\frac{\theta_0}{\theta_0'}}$$

Dacă $\Delta\theta_0=\Delta\theta_0'$, rezultă:

$$\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0}=\left(1+\frac{\theta_0}{\theta_0'}\right)\frac{1}{\ln\frac{\theta_0}{\theta_0'}}\cdot\frac{\Delta\theta_0}{\theta_0}$$

Se poate arăta că eroarea $\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0}$ este minimă, dacă $\frac{\theta_0}{\theta_0'}=3{,}6$. Atunci numărul de oscilații m va corespunde egalității $\theta_0'=\frac{\theta_0}{3{,}6}$.

Observație. Perioada de oscilație a cadrului în circuit deschis T_0, precum și decrementul logaritmic al oscilațiilor în circuit deschis δ_0, pot fi determinate și cu instalația a cărei schemă este reprezentată în figura 3-5, c, K_1 fiind deschis. Impulsul de oscilație a cadrului se obține făcînd succesiv contactele 0-1 și 0-2, cu ajutorul întrerupătorului K.

Scanned with OKEN Scanner

3.3.6. Determinarea decrementului logaritmic al oscilațiilor în circuit închis (δ).

a. *Galvanometrul este parcurs de un curent constant* (fig. 3-5, *a*). Întrerupătorul K_1 este deschis. Se alege o valoare a rezistenței R astfel ca regimul de mișcare al cadrului să fie periodic amortizat. Se închide circuitul și spotul execută oscilații în jurul poziției de echilibru θ_e, care trebuie cunoscută dintr-o determinare efectuată anterior. În raport cu această poziție θ_e, se notează două amplitudini situate de aceeași parte și separate prin p perioade.

Decrementul logaritmic este dat de relația:

$$\delta=\frac{1}{p}\ln\frac{\theta}{\theta'}. \qquad (3\text{-}37)$$

b. *Galvanometrul funcționează în regim balistic* (fig. 3-5, *c*). K_1 este închis, rezistența S avînd valoarea S_1 pentru care mișcarea cadrului este periodic amortizată. Prin descărcarea condesatorului C prin galvanometru (contactele 0-1, 0-2), spotul execută oscilații în jurul „poziției zero" de pe riglă. Dacă θ și θ' sînt două amplitudini de aceeași parte a poziției de zero, separate prin p perioade, se determină decrementul logaritmic δ după aceeași relație (3-37).

În ambele cazuri, amortizarea este cauzată de frînarea mecanică și de cea electromagnetică a cadrului:

$$\delta=\left(A_1+\frac{\Phi_0^2}{R}\right)\frac{T}{2K} \qquad (3\text{-}38)$$

c. Eroarea relativă și condiția de eroare minimă se calculează ca și pentru δ_0.

3.3.7 Determinarea constantei galvanometrului balistic. Se realizează montajul după figura 3-5, *c*.

a. Se încarcă condensatorul C și apoi se descarcă prin galvanometrul legat în paralel cu rezistența S (contactele 0-1 și 0-2). Rezistența S are valoarea $S_1 > R'_c$ (R'_c fiind rezistența critică exterioară). Prin galvanometrul balistic trece sarcina electrică:

$$Q_1=Q\frac{S}{S+g},$$

unde $Q=CV$ reprezintă sarcina totală de pe armăturile condensatorului.

Din relația (3-27),

$$B_0=\frac{1}{1+\frac{\delta}{4}}\cdot\frac{Q_1}{\alpha_1}. \qquad \text{(C/rad)}$$

Deviației α_1 radiani a cadrului îi corespunde o deplasare a spotului luminos de θ_1 mm pe rigla așezată la distanța de 1 m de galvanometru (3.3.1). Astfel,

$$B'_0=\frac{1}{1+\frac{\delta}{4}}\cdot\frac{Q_1}{\theta_1}\ \text{C/mm/m}, \quad \text{sau} \quad B'_0=\frac{CV}{1+\frac{\delta}{4}}\cdot\frac{S}{S+g}\cdot\frac{1}{\theta_1}\ \text{C/mm/m}$$

fiind cunoscut pentru fiecare valoare a rezistenței S.

Scanned with OKEN Scanner

Între B_0 și B'_0 există relația:

$$B_0 = 2 \cdot 10^3 B'_0;$$

de aici rezultă sensibilitatea $S_b = \frac{1}{2 \cdot 10^3 B'_0}$ rad/C.

b. Eroarea de determinare a lui B_0 este dată de relația:

$$\frac{\Delta B_0}{B_0} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta \theta_1}{\theta_1} + \frac{g}{S+g}\left(\frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta g}{g}\right) + \frac{\delta}{4+\delta} \cdot \frac{\Delta \delta}{\delta}.$$

c. Se dă rezistenței S valoarea $S_2 = R'_c$ și procedînd în mod asemănător, se măsoară constanta galvanometrului balistic în cazul amortizării critice.

Observații. a. Pentru a măsura cu galvanometrul balistic o sarcină electrică, este necesar să se cunoască decrementul logaritmic corespunzător rezistenței circuitului. Valcarea lui δ se poate stabili cu ușurință, dacă se cunoaște curba de variație a decrementului logaritimic cu rezistența circuitului $\delta = f(R)$. Această curbă se determină experimental; se dau mai multe valori rezistenței de pe circuit $R > R'_c$ și se determină valorile corespunzătoare ale lui δ prin procedeul indicat (3.3.6). Cu datele obținute, se trasează curba $\delta = f(R)$.

b. Constantele S_U, Φ_0, K, C, R_c, A_1 se determină prin calcul.

3.3.8. Sensibilitatea de tensiune S_U. Din relațiile (3-6) și (3-36) rezultă:

$$S_U = \frac{S_I}{g} \text{ rad/V} \quad \text{și} \quad S'_U = \frac{S'_I}{g} \text{ mm/V/m}.$$

Între S_U și S'_U există relația: $S'_U = 2 \cdot 10^3 \cdot S_U$.

Să se determine sensibilitatea de tensiune S_U și în cazul regimului aperiodic critic.

3.3.9. Constanta de flux Φ_0. Din relațiile (3-5) și (3-15) rezultă:

$$\frac{K}{\Phi_0} = \frac{T_0^2}{4\pi^2 S_I}. \tag{3-39}$$

Expresia decrementului logaritimic (3-38) poate fi scrisă și sub forma:

$$\delta = \left(\frac{A_1}{2K} + \frac{\Phi_0^2}{2KR}\right) T_0, \tag{3-40}$$

unde s-a înlocuit T cu T_0. Această substituție este acceptabilă, cu eroarea dată de relația $T = T_0\left(1 + \frac{\delta^2}{8\pi^2}\right)$ rezultată din (3-38) și (3-15).

Observație. Se poate verifica faptul că,

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\delta^2}{8\pi^2}. \tag{3-41}$$

în cazul unei amortizări în care $\frac{\theta}{\theta'} = 3{,}6$, eroarea este de aproximativ 2%, iar cînd $\frac{\theta}{\theta'} = 3$, eroarea este de 1,2%.

Scanned with OKEN Scanner

Din (3-13), (3-39) şi (3-40) rezultă valoarea constantei Φ_0:

$$\Phi_0 = \frac{R(\delta - \delta_0)\, T_0}{2\,\pi^2\, S_I} \quad \text{(Wb sau N·m/A)}.$$

Eroarea relativă de determinare a lui Φ_0 este dată de relaţia:

$$\frac{\Delta\Phi_0}{\Phi_0} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta S_I}{S_I} + \frac{\delta_0}{\delta - \delta_0}\,\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} + \frac{\delta}{\delta - \delta_0}\,\frac{\Delta\delta}{\delta} + \frac{\Delta T_0}{T_0},$$

erorile relative asupra mărimilor R, S_I, δ, T_0 şi δ_0, fiind cunoscute din determinările anterioare.

3.3.10. Constanta de torsiune C a firului. Din relaţia (3-5) rezultă:

$$C = \frac{\Phi_0}{S_I} \text{ N·m/rad}.$$

3.3.11. Momentul de inerţie K al cadrului. Din expresia perioadei T_0 rezultă:

$$K = \frac{T_0^2\, C}{4\,\pi^2} \text{ Kg·m}^2.$$

3.3.12. Constanta de amortizare mecanică, A_1. Din relaţia (3-13) rezultă:

$$A_1 = \frac{2K\,\delta_0}{T_0}.$$

3.3.13. Rezistenţa critică, R_c. Din ecuaţiile (3-17) şi (3-40) se obţine:

$$R_c = \frac{R(\delta - \delta_0)}{2\pi - \delta_0}.$$

În general $\delta_0 \ll 2\pi$ şi se poate scrie: $R_c = \dfrac{R(\delta - \delta_0)}{2\pi}$,

iar
$$\frac{\Delta R_c}{R_c} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\delta_0}{\delta - \delta_0}\,\frac{\Delta\delta_0}{\delta_0} + \frac{\delta}{\delta - \delta_0}\,\frac{\Delta\delta}{\delta}.$$

Observaţii. Experimental, se poate determina direct valoarea rezistenţei critice exterioare R'_c, închizînd întrerupătorul K_1 (fig. 3-5, a) şi reglînd succesiv rezistenţa S de la valori mari spre valori mici, pînă cînd la deschiderea circuitului cu inversorul K, spotul să vină din poziţia de echilibru, la poziţia de zero, fără a o depăşi. Astfel, mişcarea cadrului trece dintr-un regim periodic într-un regim aperiodic, pentru o anumită valoare a rezistenţei S care reprezintă rezistenţa critică exterioară R'_c. Precizia de măsurare cu această metodă este relativ mică.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 4 | EXTINDEREA DOMENIULUI DE MĂSURARE AL INSTRUMENTELOR ELECTRICE DE MĂSURAT. AMPERMETRE ŞI VOLTMETRE

4.1. AMPERMETRE ŞI VOLTMETRE DE UTILIZARE FRECVENTĂ

4.1.1. Generalităţi. Ampermetrele şi voltmetrele sînt instrumente electrice cu care se efectuează măsurători relative privind intensitatea de curent şi diferenţa de potenţial, în funcţie de deviaţia unui sistem mobil propriu.

Ampermetrele se conectează în serie în circuitul în care se măsoară intensitatea curentului I, iar voltmetrele în paralel cu porţiunea de circuit la capetele căreia se măsoară diferenţa de potenţial U.

Introducerea acestor instrumente în reţeaua electrică nu trebuie să modifice valorile curenţilor şi tensiunilor; pentru aceasta, ampermetrele ar trebui să aibă rezistenţa electrică interioară practic nulă, iar voltmetrele—rezistenţa interioară practic infinită. În realitate, aceste rezistenţe au valori de care trebuie să se ţină seama; de aceea calitatea acestor instrumente este apreciată în funcţie şi de puterea pe care o consumă din circuitele în care sînt introduse.

Dacă se notează cu R_a rezistenţa ampermetrului şi cu R_v rezistenţa voltmetrului, puterea consumată este respectiv: $R_a \cdot I^2$ şi U^2/R_v; dacă I şi U sînt valori limită superioare care pot fi măsurate de ampermetru sau voltmetru, aceste puteri reprezintă consumul maxim sau *puterea nominală a aparatului.*

Pentru o bună fidelitate a măsurărilor este necesar ca puterea nominală să fie neglijabilă faţă de puterea circuitului în care se efectuează măsurarea. Rezultă astfel că R_a trebuie să fie neglijabil faţă de rezistenţa circuitului în care se măsoară curentul şi R_v foarte mare în raport cu rezistenţa porţiunii de circuit la capetele căreia se măsoară tensiunea.

În funcţie de principiul de funcţionare, deviaţiile sistemului mobil pot fi proporţionale cu intensitatea curentului care produce cuplul activ (acesta producînd rotirea echipajului mobil) sau cu pătratul intensităţii acestui curent.

4.1.2. Ampermetre şi voltmetre magnetoelectrice. În cazul ampermetrelor şi voltmetrelor cu magnet permanent şi cadru mobil (magnetoelectrice) — a căror construcţie este asemănătoare, în principiu, cu aceea a galvanometrului cu cadru mobil — deviaţiile α ale echipajului mobil sînt proporţionale cu intensitatea curentului care parcurge cadrul (de care depinde valoarea cuplului activ) şi sensul lor depinde de sensul acestui curent: $\alpha = K \cdot I$.

În general, sensibilitatea acestor instrumente este mai mică decît aceea a galvanometrului, fie datorită reducerii lungimii firelor de torsiune care susţin cadrul, fie datorită înlocuirii acestora cu resoarte spirale şi pivoţi de susţinere

Scanned with OKEN Scanner

a cadrului (fig. 4-1). În ambele cazuri, cuplul de torsiune (antagonist) este mai mare decît la galvanometru. Rotirea echipajului mobil este indicată de un ac fixat pe axul cadrului, avînd lungimea de aproximativ 10 cm și al cărui vîrf se deplasează în fața unui cadran gradat. Prin aceasta, sensibilitatea este micșorată de aproximativ 20 de ori față de cazul în care lectura s-ar face la distanța de 1 m de cadru prin metoda Poggendorff (ca la galvanometrul cu oglindă).

De exemplu, cadrul unui miliampermetru magnetoelectric, avînd o rezistență de 10 Ω, prezintă o deviație maximă de aproximativ 90° dacă este traversat de un curent de 1 mA. Același instrument va indica aceeași deviație, dacă i se aplică la borne o d.d.p. de 10 mV. Din cele de mai sus, rezultă că instrumentul consumă o putere de maximum 10^{-5} W.

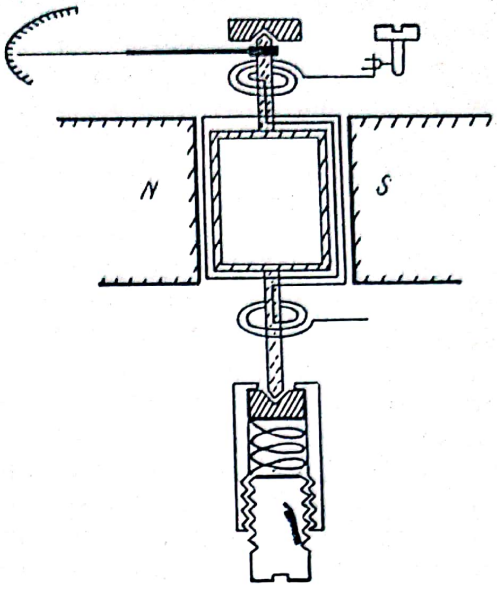


Fig. 4-1. Instrument magnetoelectric (cu magnet permanent și cadru mobil).

Abaterile maxime ale valorilor indicate de aparat față de valorile reale ale curentului sau ale tensiunii, raportate la valoarea maximă pe care o poate măsura aparatul, exprimată în procente, reprezintă clasa de precizie a aparatului și este dată de constructor pentru fiecare aparat. Din acest punct de vedere, instrumentele de măsurat mărimi electrice, se împart în 6 clase de precizie: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5.

Instrumentele magnetoelectrice, în general, sînt de clasă 0,2 și 0,5, fiind folosite la măsurări de precizie.

Pentru a utiliza aceste instrumente în c.a., este necesar să fie prevăzute cu elemente redresoare. În acest caz, instrumentele sînt etalonate în valori efective (nu în valori medii). Obișnuit, se folosesc scheme care redresează ambele alternanțe (fig. 4-2).

4.1.3. Ampermetre și voltmetre feromagnetice și electrodinamice. Ampermetrele și voltmetrele feromagnetice și electrodinamice pot fi utilizate la măsurători atît în c.c. cît și în c.a., deoarece sensul deviațiilor echipajului lor mobil este independent de sensul curentului care le traversează: $\alpha = K \cdot I^2$.

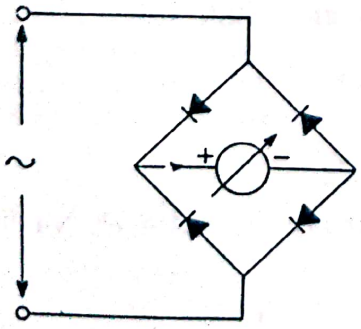


Fig. 4-2. Schema unui montaj pentru redresarea curentului alternativ.

În cazul instrumentelor feromagnetice, curentul de măsurat străbate o bobină care face parte dintr-un circuit magnetic. Echipajul mobil este constituit dintr-o piesă de fier moale, care se deplasează astfel încît reluctanța circuitului să devină minimă [18].

Pentru măsurarea curenților mari (zeci sau sute de amperi), bobina din circuitul magnetic se realizează din conductori cu diametre (grosimi) relativ mari, numărul de spire reducîndu-se pe măsură ce intensitatea curentului de măsurat este mai mare.

Scanned with OKEN Scanner

Nici în cazul voltmetrelor bobina nu poate să aibă un număr prea mare de spire, deoarece este necesar ca intensitatea curentului să aibă o valoare suficient de mare, pentru a crea cuplul motor necesar. De exemplu, un voltmetru care măsoară maximum 100 V are o rezistență interioară de aproximativ 40—50 Ω/V.

Consumul propriu de energie al acestor instrumente este destul de mare; în cazul unui ampermetru cu scara de 5 A sau a unui voltmetru cu scara de 100 V, puterea consumată este de aproximativ 2—5 W. Ele sînt mai puțin precise decît instrumentele magnetoelectrice, fiind în general de clasa 1,5—2,5.

Instrumentele electrodinamice sînt construite pe principiul electrodinamometrului. Bobina mobilă — susținută pe pivoți — în serie cu bobina fixă este parcursă de curentul care produce cuplul motor (activ). Cuplul reactiv (antagonist), opus cuplului forțelor electrodinamice (activ), este realizat cu ajutorul unor resoarte spirale care servesc în același timp și pentru aducerea curentului la bobina mobilă.

Pentru producerea unui cuplu activ mare, este necesar un curent relativ mare; prezența resoartelor spirale limitează valoarea acestui curent. Consumul instrumentelor electrodinamice este în general mare. De exemplu, un ampermetru cu scara de 5 A sau un voltmetru cu scara de 100 V consumă pînă la aproximativ 5 W.

Instrumentele electrodinamice sînt de aceeași clasă de precizie (0,2—0,5) ca și instrumentele magnetoelectrice, fiind folosite pentru măsurări de precizie, îndeosebi, în c.a.

4.2. EXTINDEREA DOMENIULUI DE MĂSURARE AL AMPERMETRELOR

Precizare. În cele ce urmează, ne vom referi numai la modul cum se poate lărgi domeniul de măsurare al unui ampermetru magnetoelectric, feromagnetic sau electrodinamic.

4.2.1. Ampermetre cu o singură scară. Indiferent de construcție și de principiul de funcționare, pentru fiecare instrument cu care se măsoară intensitatea curentului, se poate defini o anumită valoare a intensității curentului I_0, care produce deviația maximă a acului indicator în fața cadranului instrumentului. Măsurarea unui curent de intensitate mai mare decît I_0 este posibilă, dacă se șuntează instrumentul. Astfel, un curent de intensitate I, de N ori mai mare decît I_0 va produce aceeași deviație maximă, dacă se conectează în paralel cu rezistența R_0 a instrumentului o rezistență R_s, numită *șunt*, a cărei valoare se determină aplicînd legile lui Kirchhoff (fig. 4-3):

$$I_s = I - I_0$$

și

$$I_s R_s = I_0 R_0,$$

I_s fiind curentul prin șunt. Valoarea șuntului R_s va fi dată de relația:

$$R_s = \frac{I_0}{I_s} R_0 = \frac{I}{I - I_0} \cdot R_0 = \frac{1}{\left(\frac{I}{I_0} - 1\right)} \cdot R_0$$

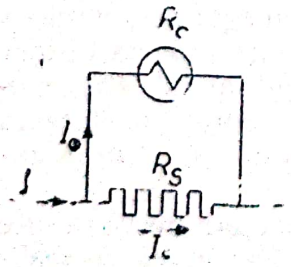


Fig. 4-3. Ampermetru magnetoelectric cu o singură scară.

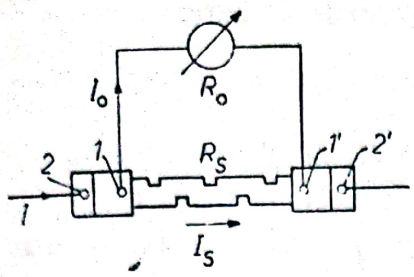


Fig. 4-4. Instrument magnetoelectric cu șunt.

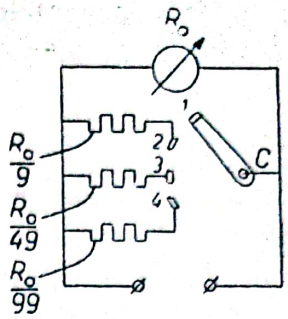


Fig. 4-5. Ampermetru magnetoelectric cu mai multe scări.

Raportul I/I_0 dintre curentul total și curentul prin instrument se numește coeficient de șuntare (putere multiplicatoare, factor de multiplicare). Notînd acest raport cu N, vom avea:

$$R_s = \frac{R_0}{N-1}. \tag{4-1}$$

Exemplu. Rezistența necesară pentru a transforma un miliampermetru, care indică deviația maximă cînd este traversat de un curent de 10 mA și are rezistența interioară de 5 Ω, într-un ampermetru care să indice aceeași deviație maximă la un curent de 10 A, este de 0,005 Ω.

Șunturile sînt rezistențe foarte mici, de ordinul sutimilor sau miimilor de ohm. Obișnuit, acestea sînt compuse dintr-o bandă din manganină sau constantan (aliaje cu coeficient de temperatură foarte mic), ale cărei extremități sînt fixate la două piese de cupru sau alamă, fiecare din ele fiind prevăzute cu două borne: una de curent și cealaltă de potențial (tensiune) (fig. 4-4). Instrumentul se conectează la bornele de potențial 1—1′ (fig. 4-4), iar bornele de curent 2—2′ (fig. 4-4) servesc la conectarea ansamblului instrument șunt (ampermetru) în circuitul în care se măsoară curentul. La calculul rezistenței R_s trebuie să se țină cont și de rezistența conductorilor de legătură care unesc bornele instrumentului cu bornele de tensiune ale șuntului.

4.2.2. Ampermetre cu mai multe scări. Pentru intensități care nu depășesc cîțiva amperi, se construiesc obișnuit instrumente cu mai multe scări (sensibilități), șunturile aflîndu-se în cutia instrumentului. În figura 4-5 este prezentată schema unui ampermetru cu patru scări de măsurare. Acestea corespund factorilor de multiplicare 10, 50 și 100, șunturile avînd valorile $R_0/9$, $R_0/49$ și $R_0/99$. Limita superioară de măsurare a instrumentului se schimbă prin fixarea comutatorului în una din cele patru poziții (1, 2, 3, 4). În poziția 1 a comutatorului, instrumentul este introdus în circuit fără șunt.

4.3. EXTINDEREA DOMENIULUI DE MĂSURARE AL VOLTMETRELOR

Precizare. Cele ce urmează se referă, așa cum am procedat și pînă aici, la instrumentele magnetoelectrice, feromagnetice și electrodinamice.

4.3.1. Voltmetre cu o scară sau cu mai multe scări. Pentru fiecare instrument, se poate defini o valoare U_0 a tensiunii (în general, fracțiuni de volt),

care, aplicată la bornele acestuia, produce deviația maximă. Fiind dată rezistența proprie r_0, deviația maximă corespunde unui curent

$$I_0 = \frac{U_0}{r_0}. \tag{4-2}$$

Pentru a extinde domeniul de măsurare al unui voltmetru, se conectează în serie cu instrumentul o rezistență adițională neinductivă (fig. 4-6). O tensiune U de m ori mai mare decît U_0 va produce aceeași deviație maximă, atunci cînd instrumentul în serie cu rezistența R va fi străbătut de un curent egal cu I_0.

În acest caz, se poate scrie:

$$I_0 = \frac{U}{r_0 + R}; \tag{4-3}$$

$r_0 + R$ reprezintă rezistența interioară R_v a voltmetrului.

Din relațiile (4-2) și (4-3) se obține:

$$\frac{U}{U_0} = 1 + \frac{R}{r_0}.$$

Dacă se notează cu m raportul de multiplicare U/U_0, valoarea rezistenței adiționale va fi dată de relația:

$$R = (m-1)r_0. \tag{4-4}$$

Rezistențele adiționale au în general valori mari.

În voltmetrele foarte bune, se utilizează instrumente cu limita de măsurare a curentului mică (50—100 μA), rezistența interioară a acestor voltmetre fiind de 20 000 și respectiv 10 000 de ohmi pe volt. De exemplu, un voltmetru cu scara 0—150 V, are rezistența interioară de 3 MΩ, dacă intensitatea maximă I_0 a curentului care poate traversa instrumentul este de 50 μA și de 1,5 MΩ, dacă I_0 este de 100 μA.

În figura 4-7 este reprezentată schema unui voltmetru cu patru scări de măsurare. Limita superioară de măsurare se mărește de 10, 100 și 1 000 ori (corespunzător așezării comutatorului în pozițiile 2, 3, 4) față de limita de măsurare a instrumentului fără rezistența adițională (poziția 1 a comutatorului). Rezistențele adiționale au valorile: $9r_0$, $99r_0$, $999r_0$.

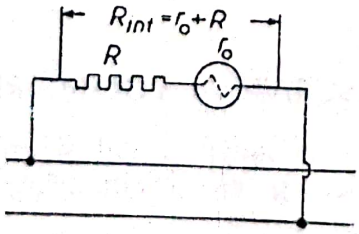


Fig. 4-6. Voltmetru magnetoelectric cu o singură scară.

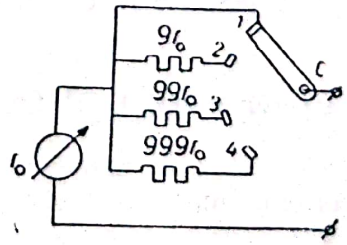


Fig. 4-7. Voltmetru magnetoelectric cu mai multe scări.

4.4. EXTINDEREA DOMENIULUI DE MĂSURARE AL INSTRUMENTELOR MAGNETOELECTRICE

Precizare. Extinderea domeniului de măsurare al instrumentelor electrice de diverse construcţii şi principii de funcţionare (magnetoelectrice, feromagnetice, electrodinamice, de inducţie, termice, electrostatice, electronice) se realizează prin diverse procedee, utilizîndu-se şunturi, rezistenţe adiţionale, divizori de tensiune (rezistivi, capacitivi), transformatori de măsură.

În cazul instrumentelor magnetoelectrice, feromagnetice şi electrodinamice, se utilizează pentru lărgirea domeniului de măsurare — în mod obişnuit — şunturi şi rezistenţe adiţionale.

În ceea ce priveşte şuntul, acesta este cel mai mult folosit în cazul instrumentelor magnetoelectrice, care, prin construcţie, au o rezistenţă proprie relativ mare (5Ω—100Ω); instrumentele feromagnetice şi electrodinamice sînt deseori construite iniţial astfel ca să se poată măsura cu acestea curenţi pînă la o anumită valoare maximă (1 A, 5 A, 10 A). Rezistenţele adiţionale sînt folosite la fel de frecvent.

În cele ce urmează, ne vom referi numai la extinderea domeniului de măsurare a instrumentelor magnetoelectrice.

4.4.1. Ampermetre magnetoelectrice. După cum s-a arătat, pentru a folosi un instrument la măsurarea unui curent avînd intensitatea I de N ori mai mare decît acela pe care îl suportă instrumentul I_0, se conectează la bornele acestuia, în paralel, o rezistenţă numită şunt. Valoarea şuntului se poate calcula dacă se cunoaşte rezistenţa interioară a instrumentului R_0, cu ajutorul relaţiei:

$$R_s = \frac{R_0}{N-1}.$$

Dacă vrem, de exemplu, ca deviaţia maximă indicată de instrument să fie produsă de un curent I de 100 de ori mai intens decît I_0 ($N=100$), trebuie ca $R_s = R_0/99$.

Şunturile se execută dintr-un fir (sau o bandă) de manganină (constantan) a cărui secţiune se alege astfel încît densitatea de curent să nu depăşească 1—1,5 A/mm². La o densitate de curent mai mare conductorul se încălzeşte şi rezistenţa acestuia se modifică.

Lungimea conductorului se determină din relaţia:

$$R_s = \rho \frac{l}{S}$$

unde R_s este rezistenţa şuntului în ohmi; l — lungimea conductorului în metri; S — aria secţiunii drepte a conductorului în m²; ρ — rezistivitatea materialului din care se execută şuntul.

În practică, se taie placa (banda, firul) de manganină astfel încît să aibă o rezistenţă puţin mai mică decît R_s şi se sudează cu cele două blocuri de alamă (fig. 4-4). Se crestează apoi plăcuţa de manganină pentru a-i creşte rezistenţa pînă la valoarea dorită.

Se verifică dacă instrumentul însoţit de şunt dă aceleaşi indicaţii ca un ampermetru etalon. Pentru aceasta, instrumentul şuntat se conectează într-un circuit în serie cu instrumentul etalon. Valoarea curentului se stabileşte cu aju-

Scanned with OKEN Scanner

torul a două reostate legate în serie cu ampermetrele (fig. 4-8). Unul din reostate servește la reglarea fină a curentului.

Să se realizeze dintr-un miliampermetru cu scara de 1 mA, un ampermetru cu scările de 1 A și 5 A. Rezistența proprie a instrumentului și rezistența aproximativă a șuntului se vor măsura cu metode adecvate (punți). *Să se determine* care este precizia ampermetrului realizat în funcție de ampermetrul etalon utilizat.

4.4.2. Voltmetre magnetoelectrice. Pentru a măsura cu un instrument electric o tensiune U de m ori mai mare decît tensiunea U_0 corespunzătoare curentului maxim prin instrument, se conectează în serie cu acesta o rezistență adițională R. Dacă se cunoaște rezistența proprie r_0 a instrumentului, valoarea rezistenței adiționale se determină cu relația:

$$R=(m-1)\cdot r_0.$$

De exemplu, cu un instrument avînd limita de măsurare a curentului de 0,5 mA și rezistența proprie $r_0=100\ \Omega$, se poate realiza un voltmetru cu limita de măsurare de 10 V, dacă se conectează în serie cu instrumentul o rezistență adițională de 19 900 Ω. Rezistența interioară a acestui voltmetru va fi de 20 000 Ω.

Rezistențele adiționale se realizează din fir de manganină (constantan). Pentru ca densitatea de curent prin firul din care este constituită rezistența adițională să nu depășească 1 A/mm² sau 1,5 A/mm², diametrul firului se calculează cu ajutorul relațiilor $d_{mm}=0{,}036\sqrt{I_0}$, sau $d_{mm}=0{,}029\sqrt{I_0}$, I_0 fiind intensitatea maximă a curentului care trece prin fir, exprimată în mA.

Lungimea firului se determină cu formula:

$$l_m=\frac{9785\ R\ d^2}{\rho} \qquad (4\text{-}5)$$

în care factorii din membrul drept se exprimă în Ω, mm² și $\frac{\Omega\cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

În practică, se ia un fir cu lungimea ceva mai mare decît cea calculată. Valoarea exactă a rezistenței adiționale se stabilește prin compararea indicațiilor voltmetrului realizat cu indicațiile unui voltmetru etalon. În acest scop se realizează un montaj după schema din figura 4-9.

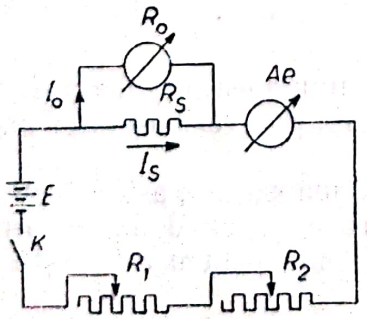


Fig. 4-8. Schema unui montaj de verificare a unui ampermetru magnetoelectric.

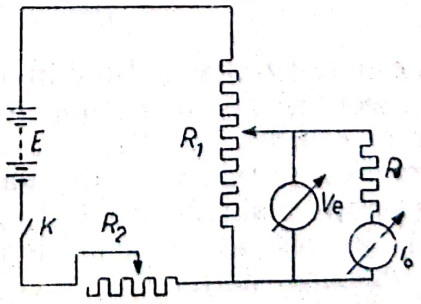


Fig. 4-9. Schema unui montaj de verificare a unui voltmetru magnetoelectric.

Cele două voltmetre se conectează în paralel ; tensiunea se reglează cu un divizor de tensiune R_1. *Să se realizeze* din același miliampermetru folosit mai înainte, un voltmetru cu scările de 10 V și 100 V și *să se determine* care este precizia voltmetrului obținut.

Observații. a. Rezistența proprie a instrumentului magnetoelectric folosit pentru extinderea limitei de măsurare se poate determina prin metoda ampermetrului și voltmetrului (cap. 5).

b. Atît șuntul, cît și rezistența adițională, pentru a nu-și varia proprietățile electrice în timp, trebuie să fie prelucrate cu multă grijă prin tratamente termice adecvate.

c. Coeficientul de temperatură al șuntului și rezistenței adiționale trebuie să fie cît mai mic (10^{-4}).

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 5 | MĂSURAREA REZISTENȚELOR PRIN METODE DE DEVIAȚIE

5.1. MĂSURAREA REZISTENȚELOR PRIN METODA AMPERMETRULUI ȘI VOLTMETRULUI

5.1.1. Principiul metodei ampermetrului și voltmetrului. Această metodă este indirectă, deoarece valoarea R_x a rezistenței de măsurat se obține din raportul dintre tensiunea U de la bornele acesteia, indicată de voltmetru și intensitatea curentului I, care o străbate, citită la ampermetru.

Raportul dintre tensiune și curent nu reprezintă riguros valoarea rezistenței de măsurat, deoarece aparatele de măsurare consumă energie. După mărimea rezistenței de măsurat (pentru ca energia absorbită de cele două instrumente să fie cît mai mică) se utilizează două montaje.

a. *Montajul aval* (*derivație scurtă*). Acesta se realizează legînd voltmetrul la bornele rezistenței necunoscute (fig. 5-1). În acest caz, voltmetrul indică diferența de potențial U de la bornele rezistenței, însă ampermetrul indică suma intensităților curenților I_x și I_v, care trec respectiv prin R_x și R_v (R_v — rezistența internă a voltmetrului).

Valoarea aproximativă R'_x a rezistenței de măsurat este dată de relația:

$$R'_x = \frac{U}{I}. \tag{5-1}$$

Valoarea efectivă R_x a rezistenței de măsurat se obține din relația:

$$R_x = \frac{U}{I - I_v} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}. \tag{5-2}$$

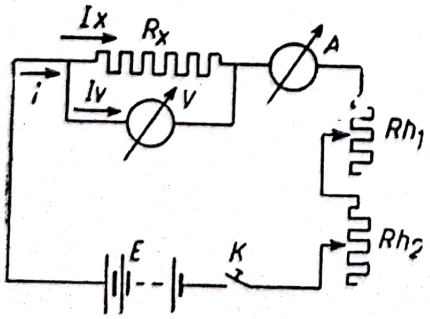


Fig. 5-1. Măsurarea rezistențelor prin metoda ampermetrului și voltmetrului: montaj aval.

Dacă se compară relațiile (5-1) și (5-2), se observă că cele două valori sînt cu atît mai apropiate, cu cît rezistența voltmetrului este mai mare în comparație cu aceea de măsurat. Acest montaj este deci indicat pentru măsurarea rezistențelor de valori mici în comparație cu rezistența voltmetrului.

Folosirea relației (5-1) pentru determinarea rezistenței necunoscute dă o valoare a lui R_x afectată de o *eroare sistematică prin lipsă*. Din

Scanned with OKEN Scanner

relațiile (5-1) și (5-2), rezultă că eroarea sistematică relativă asupra lui R_x, în acest caz, are expresia:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R'_x - R_x}{R_x} = \frac{R'_x}{R_v}, \tag{5-3}$$

ceea ce arată că eroarea relativă sistematică este cu atît mai neînsemnată, cu cît rezistența voltmetrului este mai mare în raport cu aceea de măsurat. De exemplu, dacă $R_x = 10^{-2} R_v$, eroarea relativă sistematică este de 1%.

Dacă pentru măsurarea diferenței de potențial U, se folosește un voltmetru electrostatic sau un compensator, eroarea sistematică devine egală cu zero. Cum în acest caz, $R_x = R'_x$, rezultatul măsurării va fi afectat numai de erori accidentale care provin din lecturile efectuate pe cele două aparate și din etalonarea acestora (din construcție):

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{\Delta U}{U}\right)_{et} + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)_{lect} + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{et} + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{lect}. \tag{5-4}$$

Erorile accidentale de lectură se micșorează făcînd — pentru o singură determinare — de un număr mare de ori, lectura căderii de tensiune și a intensității curentului, în calcule introducîndu-se valorile medii.

De exemplu, dacă la măsurarea rezistenței necunoscute se folosesc două instrumente, un ampermetru cu scara de 1 A, avînd 100 de diviziuni, de rezistență interioară 0,1 Ω și un voltmetru cu scara de 120 V, avînd 120 de diviziuni, cu rezistență interioară de 5 000 Ω/V, ambele de clasă 0,2 și se citește pe cele două instrumente: $I = 0{,}8$ A și $U = 48$ V, atunci, după relația (5-4):

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = 0{,}2\% + 0{,}2\% + \frac{0{,}005}{0{,}8} + \frac{0{,}5}{48} = 0{,}004 + 0{,}006 + 0{,}01 = 2\%$$

În mod obișnuit, rezistența voltmetrului are o valoare finită; în aceste cazuri, erorile de măsurare se calculează în raport cu relația (5-2):

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}\right)\left(1 + \frac{R_x}{R_v}\right). \tag{5-5}$$

Folosind datele din exemplul anterior, rezultă:

$$\frac{\Delta R_x}{R} = 0{,}02\left(1 + \frac{60}{5\,000 \cdot 120}\right) \simeq 0{,}02 = 2\%.$$

Aceasta arată că, dacă rezistența interioară a voltmetrului este mare în raport cu aceea de măsurat, eroarea de măsurare se poate calcula cu relația (5-4).

b. *Montajul amonte (derivație lungă)*. Acesta se realizează legînd voltmetrul la capetele porțiunii de circuit formată din rezistența necunoscută și ampermetru, cum se arată în schema de mai jos (fig. 5-2). În acest montaj, ampermetrul indică intensitatea curentului care trece prin R_x, iar voltmetrul indică suma căderilor de potențial pe ampermetru și pe R_x.

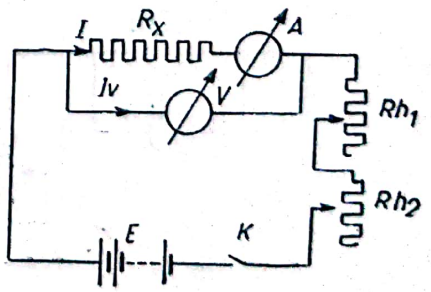


Fig. 5-2. Măsurarea rezistențelor prin metoda ampermetrului și voltmetrului: montaj amonte.

Folosirea relației (5-1) conduce la un rezultat care este afectat de o *eroare siste-*

matică prin adaos ($R'_x > R_x$); valoarea reală a rezistenţei este dată în acest caz de relaţia:

$$R_x = \frac{U - R_a I}{I}. \tag{5-6}$$

unde R_a reprezintă rezistenţa interioară a ampermetrului.

Din cele de mai sus, rezultă expresia erorii sistematice relative:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R'_x - R_x}{R_x} = \frac{R_a}{R_x} \tag{5-7}$$

Această eroare este cu atît mai mică, cu cît rezistenţa de măsurat este mai mare în raport cu aceea a ampermetrului. Deci, folosirea acestui montaj este recomandată pentru măsurarea rezistenţelor mari în comparaţie cu rezistenţa ampermetrului.

În cazul montajului amonte, eroarea accidentală relativă datorată construcţiei şi lecturilor efectuate pe cele două instrumente se va calcula după relaţia:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}\right)\left(1 + \frac{R_a}{R_x}\right) \tag{5-8}$$

Utilizînd datele din exemplul luat mai înainte, se obţine:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(0{,}2\% + 0{,}2\% + \frac{0{,}005}{0{,}8} + \frac{0{,}5}{48}\right)\left(1 + \frac{0{,}1}{60}\right) \simeq 2\%;$$

deci, cînd rezistenţa R_x este mult mai mare în comparaţie cu aceea a ampermetrului, calculul erorii se poate face folosind relaţia (5-4).

Precizia acestei metode este limitată în special de erorile de lectură; de aceea se recomandă să se aleagă instrumentele de măsurat astfel încît indicaţiile lor în cazul măsurării efectuate să fie cît mai apropiate de valorile maxime ale scărilor.

Metoda ampermetrului şi voltmetrului se recomandă în special cînd se cere cunoaşterea valorii rezistenţei în condiţiile de lucru. De exemplu, se poate măsura rezistenţa unui bec de iluminat, în funcţie de intensitatea curentului care trece prin aceasta, adică de temperatura filamentului.

5.1.2. Măsurarea rezistenţei interioare a ampermetrului şi voltmetrului. Erorile sistematice nu intervin în cazul particular al măsurării rezistenţei interioare a unuia din cele două instrumente cu care se lucrează; aceasta se face realizînd montajele arătate în figurile 5-3, *a* şi 5-3, *b*, respectiv pentru măsurarea rezistenţei interioare a ampermetrului şi a voltmetrului.

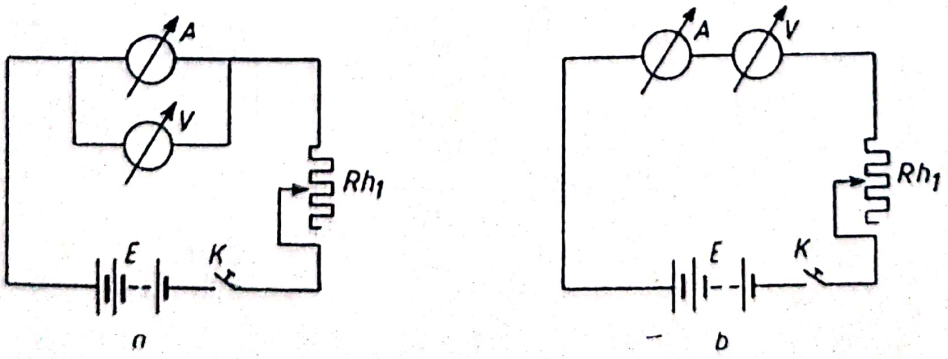


Fig. 5-3. Schemele unor montaje de măsurare a rezistenţei interioare: *a* — a unui ampermetru, *b* — a unui voltmetru.

Observaţii 1. Cunoscînd prin măsurări prealabile rezistenţele interioare ale celor două instrumente, se poate găsi valoarea rezistenţei pentru care erorile sistematice de măsurare sînt aceleaşi, oricare ar fi montajul folosit.

Aceasta se obţine dacă se egalează expresiile erorilor sistematice corespunzătoare celor două montaje, ambele fiind luate cu semnul plus şi dacă se ţine seama că $R_a \ll R_v$:

$$R_x = \sqrt{R_a R_v}. \tag{5-9}$$

2. În cazul măsurării rezistenţei unei porţiuni de circuit care are un coeficient de autoinducţie mare, voltmetrul se conectează după închiderea circuitului, pentru a nu i se aplica o tensiune electromotoare de autoinducţie care poate fi mare în raport cu tensiunea nominală a voltmetrului.

5.2. MĂSURAREA REZISTENŢELOR PRIN METODA COMPARAŢIEI FOLOSIND UN VOLTMETRU ŞI O REZISTENŢĂ ETALON

5.2.1. Principiul metodei. Metoda comparaţiei pentru măsurarea rezistenţelor ca şi aceea a ampermetrului şi voltmetrului se bazează pe aplicarea legii lui Ohm; aceasta necesită folosirea unui voltmetru şi a unei rezistenţe etalon.

Se leagă în serie rezistenţa de măsurat R_x şi rezistenţa etalon R_e, cum se arată în schema din figura 5-4.

Dacă măsurările căderilor de potenţial U_x şi U_e, respectiv de la bornele rezistenţei R_x şi a etalonului R_e, se fac cu ajutorul unui voltmetru electronic, al unui electrometru sau cu un compensator, se poate scrie riguros:

$$\frac{U_x}{U_e} = \frac{R_x}{R_e}; \tag{5-10}$$

de aici:

$$R_x = \frac{U_x}{U_e} \cdot R_e \tag{5-11}$$

5.2.2. Calculul erorilor. Dacă rezistenţa internă R_v a voltmetrului are valoare finită şi se ţine seama de acest fapt, relaţia (5-10) se scrie:

$$\frac{U_x}{U_e} = \frac{\dfrac{R_x \cdot R_v}{R_x + R_v}}{\dfrac{R_e \cdot R_v}{R_e + R_v}} = \frac{R_x(R_e + R_v)}{R_e(R_x + R_v)};$$

de aici rezultă:

$$R_x = \frac{R_e R_v U_x}{(R_e + R_v) U_e - R_e U_x} \tag{5-12}$$

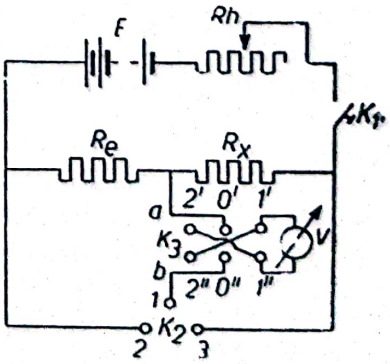


Fig. 5-4. Metoda comparaţiei de măsurare a rezistenţelor.

Dacă se folosește relația (5-10), rezultatul R'_x este afectat de o eroare sistematică absolută $\Delta R_x = (R_x' - R_x)$ dată de relația:

$$\Delta R_x = R_e \frac{U_x}{U_e}\left(1 - \frac{R_x + R_v}{R_e + R_v}\right) = R_e \cdot \frac{U_x}{U_e} \cdot \frac{R_e - R_x}{R_e + R_v} \tag{5-13}$$

(unde R'_x este valoarea aproximativă). Expresia erorii sistematice relative se va scrie:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_e \cdot \frac{U_x}{U_e} \frac{R_e - R_x}{R_e + R_v}}{R_e \frac{U_x}{U_e} \frac{R_x + R_v}{R_e + R_v}} = \frac{R_e - R_x}{R_x + R_v} \tag{5-14}$$

Ultima relație (5-14) arată că măsurarea este cu atît mai puțin afectată de *eroarea de metodă*, cu cît valoarea rezistenței de măsurat R_x este mai apropiată de aceea a etalonului R_e și cu cît rezistența voltmetrului este mai mare ($R_v \to \infty$).

Dacă metoda comparației în varianta descrisă mai sus se folosește la măsurarea rezistențelor mici (1-10 Ω), condițiile precizate mai sus sînt îndeplinite; erorile sistematice sînt neglijabile în raport cu cele care se datorează lecturilor celor două căderi de potențial și construcției (clasei) voltmetrului și a rezistenței etalon; expresia erorii accidentale relative în acest caz este:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_e}{R_e} + \frac{\Delta U_e}{U_e} + \frac{\Delta U_x}{U_x}. \tag{5-15}$$

5.3. MĂSURAREA REZISTENȚELOR UNOR BECURI CU FILAMENTE DIN DIFERITE MATERIALE

Pentru măsurarea unei rezistențe cu cele două montaje, aval și amonte, se vor folosi: o sursă de curent continuu cu t.e.m. de 120 V, un sistem de două reostate Rh_1 și Rh_2 în serie, — unul de valoare mare (1 500 Ω) și altul de valoare mică (150 Ω), ($Rh_1 \simeq 10\ Rh_2$), acesta din urmă utilizîndu-se pentru variația fină a curentului pe circuit — un ampermetru cu mai multe scări (0,006—6 A), un voltmetru cu mai multe scări (1,2—110 V) și un întrerupător, realizîndu-se montajele după schemele din figurile 5-1 și 5-2.

Se vor determina mai întîi rezistențele interne ale celor două instrumente folosite, procedîndu-se cum s-a descris în partea teoretică (fig. 5-3, *a* și 5-3, *b*).

Cu ambele montaje se vor măsura rezistențele a două becuri, unul cu filament de cărbune și unul cu filament de wolfram, în funcție de intensitatea curentului care le parcurge. Intensitatea se va varia în limite largi — în trepte de 0,1 A — cu ajutorul celor două reostate Rh_1 și Rh_2. Pentru fiecare valoare a intensității curentului citită pe ampermetru, se va face lectura tensiunii corespunzătoare la voltmetru. Scările celor două instrumente se vor schimba, după caz, astfel încît să se poată face un număr suficient de mare de determinări.

Se va începe lucrul cu o astfel de poziție a celor două cursoare ale reostatelor, încît valorile rezistențelor variabile să fie maxime.

Se va avea grijă ca valoarea intensității curentului, în tot timpul măsurătorilor, să nu depășească valorile maxime ale curenților care pot fi suportați de cele două reostate (indicate pe etichetele acestora).

Scanned with OKEN Scanner

Să se calculeze pentru fiecare rezistență în parte și în cazul ambelor montaje, erorile sistematice relative și absolute, așa cum s-a indicat în partea teoretică.

Să se facă discuții asupra erorilor sistematice pentru diverse valori ale rezistenței aceluiași bec, în cazul aceluiași montaj; se vor observa diferențele dintre erorile sistematice pentru aceleași valori ale rezistenței filamentului aceluiași bec, măsurate cu ambele montaje.

Să se traseze graficele rezistenței filamentelor celor două becuri în funcție de intensitatea curentului.

Să se discute comportarea diferită a rezistenței celor două filamente cu variația intensității curentului, știind că temperatura filamentelor crește cu creșterea intensității curentului.

5.4. MĂSURAREA UNOR REZISTENȚE PRIN METODA COMPARAȚIEI

Se realizează montajul indicat de schema din figura 5-4. Cu voltmetrul V se măsoară tensiunile de la bornele rezistențelor R_x și R_e, comutarea instrumentului făcîndu-se cu ajutorul comutatorului K_2; cînd se fac contactele 1—2 și 1—3, se măsoară căderile de potențial U_e și U_x.

Se observă că, atunci cînd se măsoară tensiunea de la bornele rezistenței etalon, potențialul în punctul b este pozitiv față de cel din a care este negativ, ceea ce impune ca la comutarea voltmetrului să se țină cont de polaritate. La măsurarea căderii de potențial U_x, polaritatea se schimbă și de aceea trebuie inversate legăturile la voltmetru; aceasta se realizează cu ajutorul inversorului K_3.

Se vor face un număr mare de determinări, variind cu ajutorul reostatului Rh, (fig. 5-4) intensitatea curentului de pe circuit și citind cele două tensiuni U_e și U_x, pentru fiecare valoare a intensității curentului.

Să se măsoare trei rezistențe egale ca valoare, aceasta fiind apropiată de a rezistenței etalon. Să se grupeze apoi două rezistențe în paralel și să se măsoare rezistența echivalentă; se vor lega cele trei rezistențe în paralel și se va măsura din nou rezistența echivalentă.

Să se calculeze erorile sistematice în cele trei cazuri și să se facă corecțiile necesare, ținînd cont de faptul că eroarea sistematică este minimă cînd rezistența de măsurat este egală ca valoare cu rezistența etalon. Se pot grupa apoi aceleași rezistențe în serie.

Să se discute abaterile valorilor rezistențelor echivalente măsurate la legarea în paralel și în serie a celor trei rezistențe față de cele calculate cu relațiile bine cunoscute de la legarea rezistențelor în serie și paralel.

Care este precizia măsurătorilor efectuate?

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 6 | PUNTEA WHEATSTONE. DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE VARIAȚIE A REZISTENȚEI CU TEMPERATURA

6.1. PUNTEA WHEATSTONE

6.1.1. Principiul metodei. Cu această punte se pot măsura rezistențe de valori cuprinse într-un domeniu foarte larg — de la zecimi de ohm pînă la sute de mii de ohmi — cu o eroare care poate fi mai mică de 0,1%.

Puntea Wheatstone este alcătuită dintr-un ansamblu de patru rezistențe r_1, r_2, r_3, r_4 legate sub forma unui patrulater; într-o diagonală a patrulaterului se leagă o sursă de curent E (pilă, acumulator), iar în cealaltă un galvanometru G, cum se arată în schema din figura 6-1. Măsurările cu puntea Wheatstone se bazează pe legile lui Kirchhoff; aplicîndu-le la schema din figura 6-1, se obțin ecuațiile:

$$
\begin{aligned}
i_1 &= i_2 + i_g \\
i_3 &= i_4 + i_g \\
i &= i_1 + i_4 \\
r_1 i_1 + g i_g - r_4 i_4 &= 0 \\
r_2 i_2 - g i_g - r_3 i_3 &= 0 \\
\rho i + r_1 i_1 + r_2 i_2 &= E
\end{aligned}
$$

unde ρ este rezistența interioară a sursei de curent, iar g — rezistența interioară a galvanometrului.

Rezolvînd acest sistem de ecuații, se obține expresia curentului i_g care trece prin galvanometru:

$$
i_g = E \frac{r_1 r_3 - r_2 r_4}{\rho(r_1+r_4)(r_2+r_3) + g(r_1+r_2)(r_3+r_4) + \rho g(r_1+r_2+r_3+r_4) + r_1 r_2 (r_3+r_4) + r_3 r_4 (r_1+r_2)}. \tag{6-1}
$$

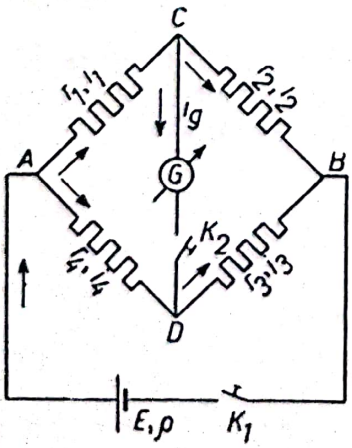


Fig. 6-1. Puntea Wheatstone.

Această expresie arată că i_g își schimbă semnul după cum $r_1 r_3$ este mai mare sau mai mic decît $r_2 r_4$ (ceea ce servește la delimitarea domeniului în care este cuprinsă valoarea rezistenței de măsurat).

Dacă punctele C și D (între care este conectat instrumentul indicator) sînt la același potențial sau altfel spus $i_g = 0$, puntea este în echilibru. Cînd puntea este adusă la echilibru, între cele patru rezistențe există o relație simplă care permite determinarea uneia, dacă celelalte trei sînt cunoscute:

$$
r_1 r_3 = r_2 r_4. \tag{6-2}
$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci într-o punte adusă la echilibru, produsele rezistențelor din laturile opuse ale punții sînt egale.

Dacă, de exemplu, r_3 reprezintă rezistența necunoscută r_x de măsurat, se poate scrie:

$$r_3 = r_x = \frac{r_2}{r_1} \cdot r_4. \tag{6-3}$$

Din relația (6-3) se vede că echilibrul punții poate fi atins în două moduri:

a. — fie păstrînd raportul r_2/r_1 constant și variindu-l pe r_4,

b. — fie dîndu-i lui r_4 o anumită valoare și variind raportul r_2/r_1.

Relația (6-3) arată că ecuația de echilibru nu depinde de sursa de curent (E, ρ) și nici de galvanometru (g), ceea ce ar duce la concluzia că diagonalele pot fi permutate între ele. Studiul detaliat al punții Wheatstone arată însă că plasarea sursei și a indicatorului de curent în cele două diagonale nu este indiferentă în privința sensibilității.

6.1.2. Sensibilitatea punții. Sensibilitatea S a punții se exprimă prin raportul între variația indicației galvanometrului $\Delta\alpha$ corespunzătoare unei variații Δr_x a rezistenței de măsurat și Δr_x:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta r_x}. \tag{6-4}$$

După relația (6-1), o variație a lui r_x cu Δr_x va produce o variație a curentului:

$$\Delta i_g = \frac{E[r_1(r_x + \Delta r_x) - r_2 r_4]}{g(r_1 + r_2)(r_x + r_4) + \pi},$$

unde

$$\pi = r_1 r_2 r_x + r_2 r_x r_4 + r_x r_1 r_4 + r_1 r_2 r_4.$$

Cum acest curent trece prin indicatorul de zero, care este un galvanometru, se va produce o deplasare a spotului egală cu $\Delta\alpha$, adică:

$$\Delta i_g = K\Delta\alpha$$

unde K este constanta permanentă (de curent) a galvanometrului.

Egalînd expresiile de mai sus ale lui Δi_g și ținînd cont că în apropierea echilibrului $r_1 r_x = r_2 r_4$, se găsește:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta r_x} = \frac{E}{K} \cdot \frac{r_1}{g(r_1 + r_2)(r_x + r_4) + \pi}. \tag{6-5}$$

Din expresia de mai sus, se vede că sensibilitatea este cu atît mai mare, cu cît tensiunea electromotoare a sursei de alimentare este mai mare și cu cît galvanometrul este mai sensibil (are constanta K mai mică).

Pentru mărirea sensibilității punții Wheatstone, se poate utiliza un galvanometru a cărui constantă K să fie oricît de mică posibil; în același scop însă, nu se poate folosi o tensiune electromotoare E oricît de mare. Cutiile de rezistență cu care se alcătuiește puntea admit un curent limită (aproximativ 10^{-3} A), ceea ce limitează valoarea tensiunii electromotoare de alimentare.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă se calculează eroarea relativă corespunzătoare sensibilității S [înmulțind relația (6-5) cu r_x și luînd $\Delta\alpha=1$], se constată că aceasta este atît de mică ($\simeq 10^{-3}\%$) încît poate fi neglijată față de erorile de măsurare.

Heaviside a determinat care trebuie să fie relațiile dintre fiecare din rezistențele r_2, r_1 și r_4 și rezistențele r_x, ρ și g (adică $r_2=f(r_x, \rho, g$ etc.) pentru ca sensibilitatea punții să fie maximă. Din condițiile lui Heaviside și ținînd seama de faptul că puterea furnizată de sursa de alimentare este maximă cînd rezistența exterioară este egală cu rezistența interioară ρ a sursei, iar sensibilitatea galvanometrului este maximă cînd rezistența circuitului exterior este egală cu rezistența sa interioară g, s-a găsit că sensibilitatea punții este maximă cînd:

$$r_4=r_x=r_1=r_2=g=\rho. \tag{6-6}$$

Aceste condiții nu pot fi îndeplinite în realitate niciodată. Dacă abaterea de la condițiile (6-6) nu este prea mare, ceea ce se poate realiza practic, sensibilitatea punții nu scade într-o măsură atît de mare încît să contribuie la creșterea erorilor de măsură.

Observație. În timpul măsurătorilor cu puntea pot să apară forțe electromotoare parazite (de contact, termoelectrice) care sînt greu de localizat; acestea fac ca echilibrul obținut să fie doar aparent.

Eroarea introdusă de tensiunile electromotoare parazite se poate elimina făcînd două măsurători, dînd curentului de alimentare sensuri diferite sau aplicînd, după cum se va vedea, una din variantele punții Wheatstone (varianta prin substituție).

6.1.3. Calculul erorii de măsurare. Valoarea rezistenței necunoscute se obține din relația:

$$r_x=\frac{r_2}{r_1}\cdot r_4;$$

sau, notînd raportul $r_2/r_1=m$, se mai poate scrie:

$$r_x=m\,r_4. \tag{6-7}$$

Eroarea relativă care afectează rezultatul măsurătorii va fi dată de relația:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta r_4}{r_4}. \tag{6-8}$$

Erorile comise asupra lui m provin numai din erorile de cunoaștere asupra rezistențelor r_2 și r_1, datorită construcției:

$$\frac{\Delta m}{m}=\frac{\Delta r_1}{r_1}+\frac{\Delta r_2}{r_2}. \tag{6-9}$$

De exemplu, dacă rezistențele etalon r_2 și r_1 sînt construite cu o eroare de 0,2%, atunci eroarea asupra lui m va fi de cel mult, 0,4%. Această eroare poate fi însă mai mică decît 0,1%, în anumite cazuri.

Eroarea relativă asupra lui r_4, $\left(\frac{\Delta r_4}{r_4}\right)$, provine din: a) eroarea de cunoaștere datorită construcției rezistenței variabile r_4 utilizată pentu echilibrarea

punţii şi b) eroarea de determinare datorită condiţiilor de efectuare a măsurării.

Obişnuit, rezistenţa r_4 se poate varia în trepte de 1 Ω. Dacă instrumentul de zero nu este sensibil, este suficientă o variaţie a lui r_4 egală cu treapta, pentru a se ajunge la echilibru (cu eroare mare). Cînd se foloseşte însă un galvanometru sensibil, variaţia lui r_4 egală cu treapta nu mai este suficientă pentru echilibrarea punţii; dacă r este valoarea rezistenţei r_4 care ar aduce spotul galvanometrului la zero, cînd $r'<r$, spotul se va afla la distanţa α_1 de o parte a poziţiei de zero, iar cînd $r''>r$ la distanţa α_2 în partea opusă.

Ţinînd cont de faptul că variaţia deviaţiilor cadrului galvanometrului este proporţională cu variaţia rezistenţelor, se poate scrie:

$$\frac{r-r'}{\alpha_1}=\frac{r''-r}{\alpha_2}=\frac{r''-r'}{\alpha_1+\alpha_2}$$

sau

$$r=r'+(r''-r')\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}. \qquad (6\text{-}10)$$

a. — Eroarea de cunoaştere datorită construcţiei se calculează în ipoteza că lecturile deviaţiilor α_1 şi α_2 nu sînt atinse de erori. Dacă erorile de construcţie ale rezistenţelor sînt cunoscute şi egale,

$$\frac{\Delta r'}{r'}=\frac{\Delta(r''-r')}{r''-r'}=\frac{\Delta\rho}{\rho},$$

atunci eroarea absolută maximă de cunoaştere va fi dată de relaţia:

$$\Delta r=\Delta r'+\Delta(r''-r')\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{\Delta\rho}{\rho}\left[r'+(r''-r')\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}\right]. \qquad (6\text{-}11)$$

Ţinînd seama de relaţia (6-10),

$$\frac{\Delta r}{r}=\frac{\Delta\rho}{\rho}. \qquad (6\text{-}12)$$

Dacă presupunem că eroarea de construcţie $\Delta\rho/\rho$ a rezistenţei r_4 este tot 0,2%, atunci:

$$\frac{\Delta r}{r}=0{,}2\%.$$

b. — Eroarea de determinare se calculează în ipoteza că r' şi $r'-r''$ nu sînt atinse de erori şi că lecturile pe scala galvanometrului se fac cu aceeaşi eroare absolută: $\Delta\alpha=\varepsilon$.

Diferenţiind relaţia (6-10), se obţine:

$$dr=(r''-r')\frac{(\alpha_1+\alpha_2)d\alpha_1-\alpha_1(d\alpha_1+d\alpha_2)}{(\alpha_1+\alpha_2)^2}=(r''-r')\frac{\alpha_2 d\alpha_1-\alpha_1 d\alpha_2}{(\alpha_1+\alpha_2)^2},$$

de unde rezultă expresia erorii absolute,

$$\Delta r=(r''-r')\frac{(\alpha_1+\alpha_2)\Delta\alpha}{(\alpha_1+\alpha_2)^2}=(r''-r')\frac{\Delta\alpha}{\alpha_1+\alpha_2}.$$

Eroarea relativă de determinare va fi dată de relaţia:

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{det}=\frac{r''-r'}{r}\cdot\frac{\Delta\alpha}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{r''-r'}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{\alpha_1+\alpha_2}. \qquad (6\text{-}13)$$

Scanned with OKEN Scanner

Lucrînd cu atenţie, dacă scala este aşezată la 1 m de galvanometru, eroarea de lectură ε nu depăşeşte 0,5 mm.

Presupunînd că rezistenţa de măsurat $r_x=100\ \Omega$ şi că pentru o diferenţă $r''-r'=1\ \Omega$ se produce o deplasare a spotului $\alpha_1+\alpha_2=25$ mm, atunci:

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{det}=\frac{1}{100}\cdot\frac{0,5}{25}=2\cdot10^{-4}=0,02\%.$$

Însumînd toate erorile care afectează rezultatul măsurării rezistenţei necunoscute, se obţine:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta\rho}{\rho}+\frac{r''-r'}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{\alpha_1+\alpha_2}. \qquad (6\text{-}14)$$

Comparînd datele din exemplele de mai sus, se observă că eroarea de determinare este neglijabilă faţă de cea de cunoaştere (datorită construcţiei rezistenţelor); de aceea se poate admite că eroarea relativă de măsurare a lui r_x este:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta\rho}{\rho}=0,001+0,002=0,3\%.$$

Observaţii. 1. Erorile care afectează măsurătorile cu puntea Wheatstone pot fi de ordinul lui $10^{-1}\%$ şi mai mici, atît timp cît valorile rezistenţelor de măsurat sînt cuprinse aproximativ între 0,1 Ω şi $10^5\ \Omega$. Dacă se depăşesc limitele acestui domeniu, erorile cresc mult.

Cînd rezistenţele sînt mai mici de 0,1 Ω, erorile de măsurare cresc datorită firelor de legătură, a căror rezistenţă, prin structura punţii, este înglobată în rezultatul măsurării; cînd r_x este mic ($\sim10^{-2}\ \Omega$), rezistenţa firelor de legătură se apropie ca ordin de mărime de aceea a lui r_x.

Cînd rezistenţa r_x este mare ($\sim10^7\ \Omega$), erorile de măsurare cresc în urma scăderii sensibilităţii punţii datorită rezistenţelor prea mari care o alcătuiesc.

2. Pentru cazurile cînd se utilizează raportul $m\neq1$, cînd sensibilitatea nu mai poate fi maximă, trebuie avut grijă ca intensitatea curentului care trece prin unele ramuri ale punţii, r_1 şi r_2 sau r_3 şi r_4 (fig. 6-1), să nu depăşească valoarea limită permisă prin construcţie (altfel se deteriorează cutiile de rezistenţe).

Totodată, pe baza calculului erorilor, este bine să se estimeze anticipat dacă un raport mult diferit de unitate, mai este convenabil. De exemplu, presupunînd că r_4, care are treapta de 1 Ω, este cunoscut cu o eroare de 0,2% (prin construcţie) şi că $r_x=2,435\ \Omega$, este convenabil să utilizăm raportul 1/1 000 pentru a cunoaşte cît mai multe zecimale?

Avem:

$$r_x=\frac{r_2}{r_1}\cdot r_4=\frac{1}{1\,000}\cdot2\,435=2,435\ \Omega.$$

Dar eroarea de construcţie care afectează rezistenţa $r_4=2\,435\ \Omega$ este:

$$\frac{0,2}{100}\cdot2\,435\simeq5\ \Omega.$$

Unităţile nu mai au rost să fie folosite şi se cîştigă în sensibilitate dacă se foloseşte raportul 1/100, fără a se pierde din precizie.

Scanned with OKEN Scanner

6.2. VARIANTELE PUNȚII WHEATSTONE

6.2.1. Metoda substituției. Dînd raportului $m=\frac{r_2}{r_1}$ o anumită valoare, se realizează echilibrul punții cu ajutorul unei rezistențe T care poate fi variabilă în mod continuu și a cărei valoare nu este necesar să o cunoaștem (fig. 6-2, *a*).

Pentru momentul echilibrului, se scrie:

$$r_2T=r_1r_x.$$

Se înlocuiește apoi r_x cu o rezistență variabilă etalonată r (fig. 6-2, *b*) și se realizează din nou echilibrul, cu același m; echilibrului îi va corespunde relația:

$$r_2\,T=r\,r_1.$$

Din egalitățiile de mai sus, rezultă că:

$$r_x=r. \qquad (6\text{-}15)$$

Aplicînd deci metoda substituției în cazul măsurătorilor rezistențelor cu puntea Wheatstone, se face să nu mai intervină asupra rezultatului erorile datorate raportului $m=\frac{r_2}{r_1}$; eroarea asupra lui r_x va proveni numai din erorile datorate rezistenței variabile r.

Dacă eroarea de cunoaștere (construcție) asupra lui r este 0,02%, eroarea de măsurare asupra lui r_x va fi tot 0,02%, căci erorile de determinare, în acest caz, sînt cu totul neglijabile.

Dacă în prima parte a măsurării (echilibrarea cu rezistența T) nu se atinge exact echilibrul și galvanometrul mai indică un anumit α, în a doua parte a măsurării (echilibrarea cu r) se va realiza echilibrul în raport cu același α. Cînd este cazul, și în această variantă se poate face uz de interpolare.

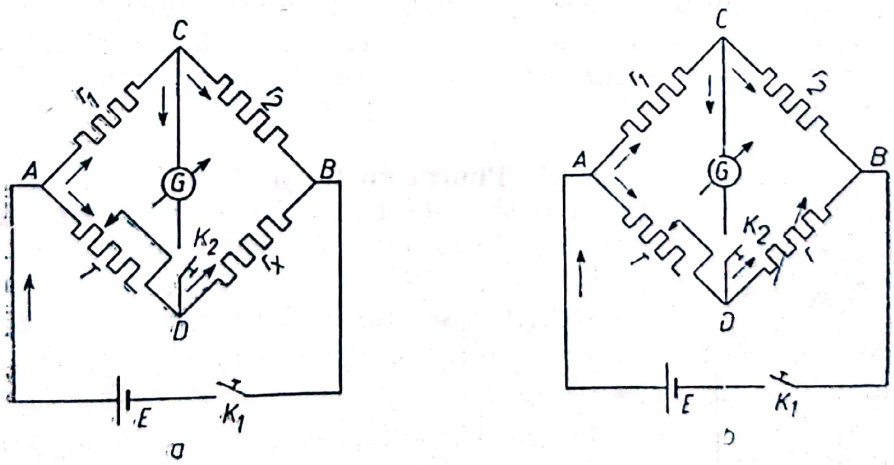


Fig. 6-2. Puntea Wheatstone, metoda substituției:
a — faza I, *b* — faza II.

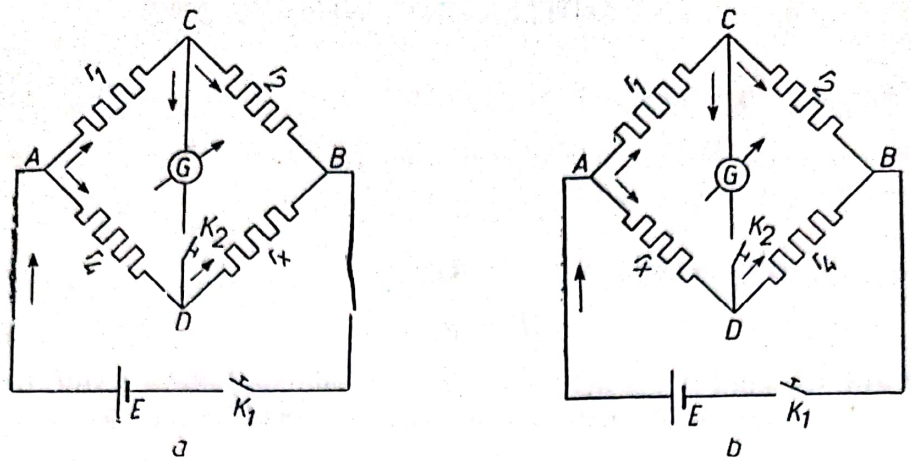


Fig. 6-3. Puntea Wheatstone, procedeul permutării:
a — faza I, *b* — faza II.

6.2.2. Procedeul permutării. Se realizează echilibrul punţii cu ajutorul unei rezistenţe variabile etalonate r_4, de acelaşi ordin de mărime ca şi rezistenţa de măsurat r_x, alegîndu-se $m=1$. Fie r_4' valoarea corespunzătoare echilibrului (fig. 6-3, *a*); pentru acest moment, se poate scrie:

$$r_1 \cdot r_x = r_2 r_4'.$$

Se permută apoi r_x cu r_4 (fig. 6-3, *b*) şi fie r_4'' valoarea lui r_4 cu care se stabileşte din nou echilibrul; atunci,

$$r_1 \cdot r_4'' = r_2 \cdot r_x.$$

Din cele două relaţii rezultă:

$$r_x = \sqrt{r_4' \, r_4''}. \tag{6-16}$$

Eroarea relativă asupra lui r_x va fi:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta r_4'}{r_4'} + \frac{\Delta r_4''}{r_4''}\right) = \frac{\Delta r_4}{r_4}, \tag{6-17}$$

deci egală cu eroarea de cunoaştere a rezistenţei r_4.

Rezultatele obţinute cu aceste variante ale punţii Wheatstone sînt cele mai precise; ele sînt afectate de o eroare provenind din posibilităţile de realizare ale punţii, cea datorită sensibilităţii acesteia adesea putînd fi neglijată în raport cu prima.

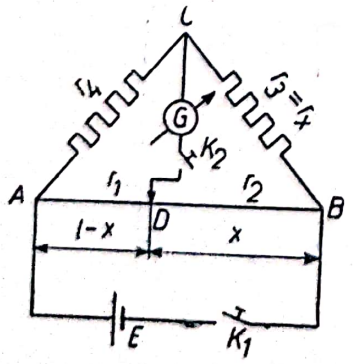


Fig. 6-4. Puntea cu fir.

6.2.3. Puntea cu fir. a. *Modul de lucru.* Din relaţia (6-3) se vede că pentru determinarea rezistenţei necunoscute r_x, este suficient a se cunoaşte r_4 şi raportul r_2/r_1. De aceea, deseori pentru măsurarea rezistenţelor se utilizează conectarea simplă în aşa-numita „punte liniară" (sau punte cu fir) cum se arată în figura 6-4.

În această punte, cele două rezistenţe r_1 şi r_2 din care se realizează raportul, se prezintă sub forma unui fir omogen şi calibrat, cu rezistenţa specifică mare

(lung de 1 m), întins de-a lungul unei rigle gradate în mm. De-a lungul firului, se poate deplasa un cursor metalic, a cărui poziție delimitează cele două rezistențe r_1 și r_2. Schimbînd poziția cursorului, se modifică în mod continuu raportul rezistențelor r_1 și r_2, realizîndu-se astfel echilibrul punții.

Raportul celor două rezistențe este egal cu raportul lungimilor delimitate de poziția cursorului. Dacă notăm cu l lungimea firului și cu x una din părțile delimitate de cursor (corespunzătoare lui r_2, de exemplu), se poate scrie:

$$r_1=\rho\frac{l-x}{S} \text{ și } r_2=\rho\frac{x}{S},$$

unde ρ este rezistivitatea materialului din care este constituit firul și S este aria secțiunii perpendiculare pe axa firului.

Pentru momentul echilibrului, în aranjamentul de mai sus, ecuația (6-3) se scrie

$$r_x=\frac{x}{l-x}\cdot r_4. \tag{6-18}$$

Pentru a elimina eroarea provenită din neomogenitatea eventuală a firului, se fac două măsurători pentru r_x, cu poziții schimbate între r_x și r_4.

Dacă x' și x'' sînt cele două lungimi delimitate de cursor, măsurate de la același capăt în cele două măsurători, valorile rezistenței necunoscute vor fi date de expresiile:

$$r'_x=r_4\frac{x'}{l-x'} \text{ și } r''_x=r_4\frac{l-x''}{x''},$$

iar drept r_x se ia media celor două valori,

$$r_x=\frac{r'_x+r''_x}{2}.$$

Pentru o determinare și mai riguroasă, se face un șir de determinări dînd diverse valori lui r_4.

b. *Condițiile optime de lucru cu puntea cu fir.* Acestea se pot găsi plecînd de la relația (6-18), scrisă sub forma:

$$r_x=r_4\left(\frac{l}{x}-1\right)^{-1}. \tag{6-19}$$

Diferențiind în raport cu x și trecînd la erori, se obține:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x}=\frac{\Delta\left(\frac{l}{x}-1\right)}{\frac{l}{x}-1}=\frac{l\Delta x}{x(l-x)}.$$

Eroarea relativă va fi minimă, atunci cînd $x(l-x)$ va fi maxim. Scriind

$$\frac{d}{dx}[x(l-x)]=0,$$

se obține:

$$x=\frac{l}{2}. \tag{6-20}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci condițiile optime de lucru se realizează cînd cursorul se va afla la mijlocul firului; de aceea este necesar ca rezistența r_4 să se aleagă de același ordin de mărime cu rezistența de măsurat.

c. *Calculul erorii în cazul punții cu fir.* Rezultatul este afectat de erori provenite din construcția rezistenței r_4 și de erori datorate determinării lungimii x, care sînt mult mai importante de cele mai multe ori. Cînd ambele erori sînt de același ordin de mărime, acestea se însumează. Atunci:

$$\frac{\Delta r_x}{r_x} = \frac{\Delta r_4}{r_4} + \frac{l}{l-x} \cdot \frac{\Delta x}{x}. \tag{6-21}$$

Dacă de exemplu, $\Delta x = 2$ mm și $x = 200$ mm, numai $\Delta x/x$ introduce o eroare de 1% (Δx este jumătate din lungimea porțiunii de fir pe care lunecă cursorul în jurul poziției corespunzătoare echilibrului, fără ca spotul galvanometrului să se deplaseze din poziția de zero).

Puntea cu fir prezintă avantajul unor măsurători mai rapide, însă precizia măsurătorilor este mai mică decît în cazul punții Wheatstone realizată din cutii de rezistențe.

6.3. VARIAȚIA REZISTENȚEI ELECTRICE CU TEMPERATURA

Cînd se măsoară o rezistență, este necesar să se indice și temperatura la care se face aceasta, deoarece se știe că rezistența depinde de temperatură. Așa de exemplu, rezistența unui fir de cupru de 100 Ω, la o variație a temperaturii cu 1 °C, se modifică cu 0,25 Ω.

În cazul metalelor, rezistența electrică crește odată cu creșterea temperaturii, iar în acela al electroliților odată cu scăderea temperaturii.

Relația care descrie cum variază rezistența metalelor cu temperatura este:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots), \tag{6-22}$$

în care R_0 și R_t sînt valorile rezistenței, respectiv la 0 °C și la temperatura t °C, iar α, β ... sînt constante caracteristice fiecărui metal, determinate experimental.

În primă aproximație, se poate considera că dependența rezistenței de temperatură este liniară, adică:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t); \tag{6-23}$$

α poartă numele de *coeficient de variație a rezistenței cu temperatura.*

Din relația (6-23), se vede că pentru determinarea coeficientului α sînt suficiente două măsurători ale rezistenței la două temperaturi: t_1 și t_2.

Pentru cele două temperaturi, se scrie:

$$R_{t_1} = R_0 (1 + \alpha t_1)$$

și

$$R_{t_2} = R_0 (1 + \alpha t_2).$$

Scanned with OKEN Scanner

Din cele două relații (făcînd raportul lor), se obține:

$$\alpha = \frac{R_{t_2} - R_{t_1}}{R_{t_1} t_2 - t_1 R_{t_2}} \cdot \qquad (6\text{-}24)$$

Valorile rezistenței pentru diverse temperaturi se determină cu ajutorul punții Wheatstone.

6.4. MĂSURAREA REZISTENȚEI ELECTRICE A UNUI FIR CONDUCTOR ȘI A UNOR INSTRUMENTE ELECTRICE UZUALE CU PUNTEA WHEATSTONE

6.4.1. Modul de lucru. Se realizează montajul după schema din figura 6-1; r_1 și r_2 sînt două cutii de rezistențe care pot lua valorile 10, 100, 1 000 Ω și servesc la fixarea raportului m, iar r_4 este o cutie de rezistențe variabilă în trepte (cu treapta de 1 Ω) de 11 110 Ω; G este un galvanometru magnetoelectric, avînd constanta $K=10^{-7}$ A/mm/m; r_x este rezistența de măsurat, K_1 și K_2 sînt două întrerupătoare unipolare (K_2 de tip Morse) și E este sursa de alimentare a punții (o pilă Leclanché sau un acumulator de 2 V).

Se verifică mai întîi montajul. Din relația (6-1) s-a văzut că i_g își schimbă sensul, după cum $r_1 r_3$ este mai mic sau mai mare decît $r_2 r_4$. De aceea, dacă, făcînd raportul $m=1$, se dau rezistenței r_4 valorile zero și apoi infinit, curentul prin galvanometru își schimbă sensul și ca urmare deplasările spotului pe scală vor avea sensuri diferite,; de exemplu, pentru $r_4=0$, deplasarea α_d va fi în dreapta față de poziția zero și pentru r_4=infinit, deplasarea α_s va fi în stînga lui zero. Aceste date folosesc la limitarea domeniului de valori în care este cuprinsă valoarea lui r_4 corespunzătoare echilibrului punții. Dacă pentru o valoare oarecare a lui $r_4=r_4'$ (10 Ω) se obține α_d, atunci $r_4' < r_x$; iar dacă pentru o altă valoare a lui $r_4=r_4''$ (5 000 Ω) se obține α_s, atunci $r_4'' > r_x$. Aceasta înseamnă că valoarea lui r_x este cuprinsă între r_4' și r_4'' (între 10 și 5 000 Ω). Se continuă în mod asemănător la restrîngerea domeniului valorilor lui r_4 pînă ce se obține echilibrul. În cazul cînd treapta de 1 Ω nu permite atingerea echilibrului, se procedează cum s-a expus în partea teoretică.

Dacă rezistența de măsurat nu este de același ordin de mărime cu r_4, pentru rezistențe mai mici se dă raportului m valori subunitare, iar pentru rezistențe mai mari, valori supraunitare.

6.4.2. Măsurarea unor rezistențe de diverse valori. Se măsoară mai întîi rezistența unui fir bobinat; *să se afle* precizia măsurătorilor, așa cum a fost indicat în partea teoretică.

Aceeași rezistență se va măsura cu cele două variante ale punții Wheatstone, realizînd schemele indicate în figura 6-2 pentru metoda substituției și cele indicate în figura 6-3 pentru varianta prin permutare. *Să se discute* rezultatele în ceea ce privește precizia măsurătorilor.

Aceeași rezistență se va măsura cu puntea cu fir; realizînd schema din figura 6-4 și fixînd diverse valori pentru rezistența r_4, *să se calculeze* erorile de măsurare. Eroarea maximă absolută asupra lui x se determină astfel: se fac un număr de cel puțin 10 citiri asupra lui x și se face media acestora. Drept Δx

Scanned with OKEN Scanner

se ia diferenţa între valoarea măsurată extremă a lui x şi valoarea sa medie, cu care se calculează r_x.

Să se traseze curba $\Delta r_x = f(x)$ a erorilor absolute comise asupra lui r_x în funcţie de poziţia cursorului pe firul punţii şi *să se interpreteze* rezultatele.

6.5. DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE VARIAŢIE A REZISTENŢEI CU TEMPERATURA

6.5.1. Instalaţia de măsurare. Prin măsurători de rezistenţă în punte, se va afla coeficientul de variaţie a rezistenţei cu temperatura a unui fir dintr-un metal pur (platină etc.). Pentru aceasta, rezistenţa de studiat se încălzeşte într-un termostat alcătuit dintr-o baie cu ulei mineral, în care sînt cufundate: un tub de sticlă în formă de U, un agitator şi un termometru. Uleiul din vas se încălzeşte cu un reşou electric alimentat de la un autotransformator care permite ridicarea temperaturii uleiului cu o anumită viteză.

În tubul de sticlă, în care se află de asemenea ulei, se introduce, în formă de spirală, firul de studiat. Capetele sale se leagă la puntea de măsurare prin intermediul unor conductori groşi.

6.5.2. Modul de lucru. Se măsoară rezistenţa la temperaturi crescînde din 10 în 10 grade. În timpul măsurătorilor, se va avea grijă să se agite uleiul din vas pentru uniformizarea temperaturii acesteia. Se deconectează reşoul şi în timpul răcirii se măsoară rezistenţa firului la aceleaşi valori ale temperaturii. Se vor lua valorile medii ale rezistenţelor corespunzătoare aceloraşi temperaturi şi se va trasa curba de variaţie a rezistenţei firului cu temperatura. Valoarea constantei α se calculează cu ajutorul acestor date, introducînd două valori consecutive ale rezistenţei, de exemplu pentru 20 °C şi 30 °C etc., în relaţia (6-24). *Să se facă aprecieri* asupra termometrului de rezistenţă astfel realizat.

Observaţii. Efectuarea măsurării se începe cu galvanometrul şuntat pentru a-l proteja; în apropierea echilibrului, se înlătură total şuntul pentru a reda galvanometrului sensibilitatea maximă.

2. Întrerupătoarele K_1 şi K_2 se închid în ordinea următoare: mai întîi K_1 din diagonala sursei de curent şi apoi K_2 din diagonala galvanometrului, pentru a împiedica deteriorarea galvanometrului prin fenomenul de autoinducţie. La începutul efectuării unei măsurători, K_2 (care este un întrerupător Morse) se închide un timp scurt pentru protejarea galvanometrului; numai în apropierea echilibrului, K_2 poate fi închis un timp mai îndelungat.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 7 | PUNTEA THOMSON. DETERMINAREA PARAMETRULUI DE ORDINE DE RAZĂ LUNGĂ

7.1. PUNTEA DUBLĂ THOMSON

7.1.1. Principiul de construcție al punții Thomson. Puntea dublă Thomson, sau puntea celor nouă conductoare, derivă din puntea Wheatstone. Cu această punte se pot măsura, cu o bună precizie (erorile de măsurare putînd fi mai mici de 0,1 %), rezistențe mici și foarte mici ($1-10^{-6}\Omega$). Măsurarea acestora cu puntea Wheatstone duce la rezultate afectate de erori mari datorită faptului că rezistențele contactelor și conexiunilor sînt de același ordin de mărime ca rezistența de măsurat.

Schema de principiu a punții Thomson este prezentată în figura 7-1. Rezistența de măsurat R_x este legată în serie cu o rezistență etalon (S) prin intermediul unei rezistențe mici (r) în circuitul auxiliar al punții, care este alimentat de la o baterie de acumulatori (E) de capacitate mare. Pentru a nu scurtcircuita sursa de curent E (rezistențele R_x, r și S fiind mici), în acest circuit se leagă un reostat de putere Rh; ampermetrul A măsoară intensitatea curentului care parcurge circuitul iar Q, M, q și m sînt patru rezistențe neinductive de valori mari ($10-1\,000\ \Omega$). Între punctele A și B se conectează un galvanometru sensibil ($K_I=10^{-8}-10^{-9}$ A/mm/m) care indică momentul de echilibru al punții ($i_g=0$).

Pentru deducerea relației care se stabilește între rezistențele care alcătuiesc puntea Thomson la echilibru, se transformă triunghiul format din rezistențele q, m și r în echivalentul în stea, alcătuită din rezistențele a, b și c, cu un punct comun, fără a se schimba distribuția curenților în circuit (fig. 7-2). Rezistențele a, b și c se calculează scriind:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{a+b} &= \frac{1}{q}+\frac{1}{r+m} \\ \frac{1}{b+c} &= \frac{1}{m}+\frac{1}{q+r} \\ \frac{1}{a+c} &= \frac{1}{r}+\frac{1}{q+m} \end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}1)$$

sau,

$$a+b=\frac{q(r+m)}{q+r+m}; \qquad b+c=\frac{m(q+r)}{q+r+m}$$

$$\text{și } a+c=\frac{r(q+m)}{q+r+m}. \qquad (7\text{-}1')$$

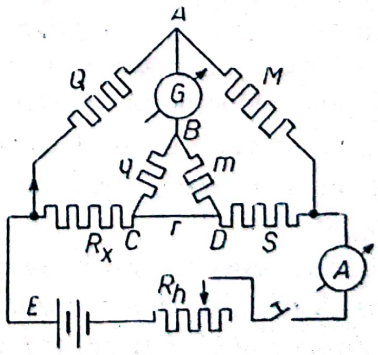


Fig. 7-1. Puntea Thomson.

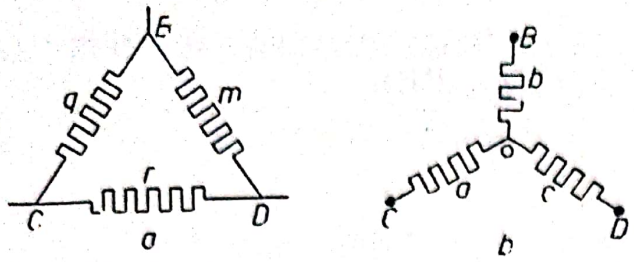


Fig. 7-2. Transformarea triunghi (*a*) — stea (*b*).

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (7-1') se obține:

$$a=\frac{qr}{q+m+r}; \quad b=\frac{qm}{q+r+m}$$

$$\text{și } c=\frac{mr}{q+r+m}. \qquad (7\text{-}2)$$

Prin această transformare, schema punții Thomson se reduce la aceea a punții Wheatstone (fig. 7-3). Scriind condiția de echilibru a punții Wheatstone astfel obținute, (produsele rezistențelor laturilor opuse ale punții sînt egale),

$$M\ (R_x+a)=Q\ (c+S)$$

se găsește expresia care dă valoarea rezistenței necunoscute :

$$R_x=\frac{Q(c+S)-Ma}{M} \qquad (7\text{-}3)$$

Substituind în ecuația (7-3) expresiile rezistențelor a și c (7-2), se găsește:

$$R_x=\frac{Q}{M}\left(S+\frac{mr}{m+q+r}\right)-\frac{qr}{q+r+m}$$

sau,

$$R_x=\frac{Q}{M}S+\frac{mr}{q+m+r}\left(\frac{Q}{M}-\frac{q}{m}\right). \qquad (7\text{-}4)$$

Din relația de mai sus se vede că, pentru ca rezistența necunoscută R_x să se determine cu relația cunoscută de la studiul punții Wheatstone:

$$R_x=\frac{Q}{M}S,$$

este necesar ca termenul de corecție $\frac{mr}{q+m+r}\left(\frac{Q}{M}-\frac{q}{m}\right)$ să fie nul. Aceasta se poate realiza fie făcînd $r=0$, fie asigurînd egalitatea:

$$\frac{Q}{M}=\frac{q}{m}.$$

Practic, nici una din cele două condiții nu poate fi perfect realizată; prin construcție însă, se caută să se realizeze egalitatea celor două rapoarte și totodată să se procedeze astfel ca rezistența r să fie cît mai mică în raport cu rezistențele R_x și S.

Din schema punții Thomson (fig. 7-1), se observă că dacă borna A a galvanometrului G este legată la punctul de egătură al rezistențelor Q și M, borna

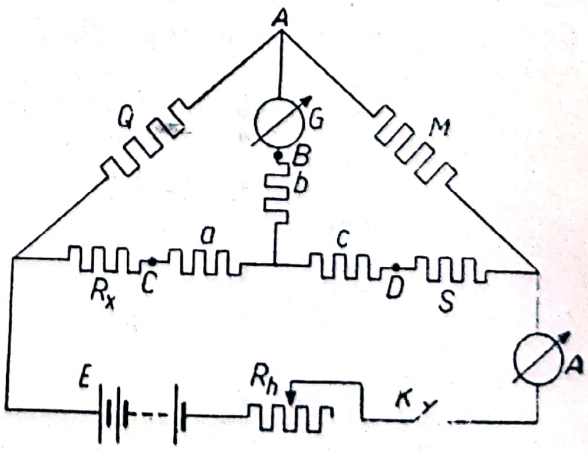


Fig. 7-3. Reducerea punții Thomson la puntea Wheatstone prin transformarea triunghi-stea.

B este legată la capetele C şi D ale rezistenţelor R_x şi S prin intermediul rezistenţelor q şi m, mari în raport cu R_x şi S (de aici şi denumirea de punte dublă).

Prin realizarea acestei scheme, rezistenţele firelor de conexiune sînt plasate într-un circuit auxiliar şi, în consecinţă, influenţa acestora asupra circuitului de măsurare devine neglijabilă. Cu toate acestea, chiar cînd puntea este echilibrată, bornele de tensiune ale unei rezistenţe mici preiau un anumit curent, ceea ce nu se întîmplă în cazul metodei opoziţiei, de exemplu; de aceea, metoda opoziţiei pentru determinarea unei rezistenţe mici este mai precisă decît aceea a punţii duble, însă metoda din urmă este mai sensibilă.

7.1.2. Erori şi sensibilitate. Erorile principale care afectează rezultatele obţinute cu puntea Thomson sînt de construcţie şi de determinare. Erorile cele mai importante care afectează rezultatele măsurării unei rezistenţe cu puntea dublă (Thomson) provin din imprecizia cu care sînt construite rezistenţele din care este confecţionată puntea.

Dacă ε este eroarea de construcţie a rezistenţelor Q, M, q şi m, se găseşte prin calcul că expresia erorii accidentale de construcţie este:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \varepsilon\left(3+4\,\frac{r}{S}\cdot\frac{1}{1+\frac{R_x}{S}}\right)=\varepsilon\left(3+\frac{4r}{R_x+S}\right). \qquad (7\text{-}5)$$

Din relaţia (7-5) se vede că, pentru ca eroarea relativă accidentală provenită din construcţie să poată fi exprimată prin $\frac{\Delta R_x}{R_x}=3\varepsilon$ ca în cazul punţii Wheatstone, rezistenţa r trebuie să fie mult mai mică decît (R_x+S).

De exemplu, dacă $R_x+S=0{,}1\ \Omega$ şi dorim ca termenul adiţional $\frac{4r}{R_x+S}$ să fie mai mic decît 1/100 din termenul principal, trebuie ca $r<\frac{3}{4}\cdot 0{,}01\cdot 0{,}1$; adică este necesar ca $r<7{,}5\cdot 10^{-4}\Omega$.

Erorile de determinare se calculează ca şi în cazul punţii Wheatstone.

Eroarea de determinare care afectează rezultatul măsurării unei rezistenţe cu puntea Thomson depinde de sensibilitatea metodei, iar aceasta din urmă depinde, în cea mai mare măsură, de aceea a galvanometrului folosit ca indicator de zero.

Dacă rezistenţa M variază cu ΔM şi rezistenţele R_x şi S sînt mult mai mici decît celelalte rezistenţe care constituie puntea, se găseşte prin calcul că aceasta are ca urmare o variaţie Δi_g a intensităţii curentului care trece prin galvanometrul G şi a cărei expresie este:

$$\Delta i_g=\frac{R_x\cdot I\cdot\Delta M}{g(Q+M)+Q(M+m)}. \qquad (7\text{-}6)$$

Relaţia (7-6) arată că sensibilitatea punţii duble a lui Thomson poate creşte prin mărirea intensităţii curentului principal I.

Mărirea intensităţii curentului principal poate duce însă la încălzirea conexiunilor circuitului, deci la apariţia unor tensiuni termoelectromotoare. Pentru eliminarea erorilor care s-ar datora acestora, se fac două determinări (pentru aceeaşi rezistenţă R_x) cu sensuri diferite ale lui I şi se ia media acestora.

Scanned with OKEN Scanner

Ţinînd seama de faptul că:

$$\Delta i_g = K\,\Delta\alpha, \tag{7-7}$$

din (7-6) şi (7-7) se poate deduce că sensibilitatea punţii Thomson este cu atît mai ridicată, cu cît constanta K a galvanometrului este mai mică.

7.1.3. Realizarea practică a punţii duble Thomson. În punţile Thomson de construcţie mai veche, rezistenţa r este realizată dintr-o bară de cupru cu rezistenţa foarte mică ($\sim 10^{-6}\ \Omega$). Rezistenţa variabilă S este constituită dintr-o bară calibrată (sau sîrmă) de platină iridiată (sau manganină) cu diametrul de cîţiva milimetri, aşezată în faţa unei rigle gradate în diviziuni de rezistenţă. Prin construcţie, la aceste punţi se poate păstra raportul $Q/M = q/m$ constant; echilibrarea punţii se realizează prin variaţia rezistenţei S.

Mai recent, punţile Thomson duble se construiesc astfel încît raportul rezistenţelor $Q/M = q/m$ să fie variabil pin reglarea rezistenţelor q şi m formate din rezistenţe duble, în decade (de cbicei cu manete). Rezistenţelor Q şi M li se fixează anumite valori cu ajutorul unor fişe. S este rezistenţa etalon care se leagă (aşa cum s-a arătat şi la principiul general de construcţie) în serie pe circuitul auxiliar al punţii; valoarea lui S se alege de acelaşi ordin de mărime cu aceea a rezistenţei de măsurat R_x; astfel, la echilibrarea punţii vor fi folosite toate decadele rezistenţei duble (din care sînt alcătuite rezistenţele q şi m).

7.2. PARAMETRUL DE ORDINE DE RAZĂ LUNGĂ*

7.2.1. Fenomenul ordine-dezordine atomică. Acest fenomen numit pe scurt „fenomenul ordine-dezordine" poate fi prezentat de unele aliaje.

În cazul unui metal pur, care cristalizează într-un sistem oarecare şi este constituit din atomi de felul A, toate locurile reţelei sînt ocupate de acelaşi fel de atomi. Prin ridicarea temperaturii eşantionului, amplitudinea de oscilaţie în jurul poziţiei de echilibru a unui atom care ocupă în reţea un loc de un anumit tip devine atît de mare încît poate părăsi locul pe care-l ocupă şi să ocupe altul de acelaşi sau de alt tip. În urma acestui fenomen microscopic, proprietăţile fizice ale metalului pur nu se schimbă.

Dacă ne referim la un aliaj obţinut prin substituirea în reţea a atomilor de felul A din care este constituit metalul pur, cu atomi de felul B ai altui metal, acesta poartă numele de „soluţie solidă substituţională".

Să presupunem că un asemenea aliaj este constituit din 50% atomi de felul A şi 50% atomi de felul B — adică să avem un aliaj binar de tipul AB — şi că acesta cristalizează în sistemul cubic cu volum centrat, cum este aliajul fier-aluminiu (FeAl).

În reţeaua acestui aliaj se disting două tipuri de locuri: locuri de tipul a, în colţurile cuburilor şi locuri de tipul b situate în centrele cuburilor. În acord cu principiul minimului de energie, atomii de un anumit fel (A) vor avea tendinţa să ccupe în reţea locuri de un anumit tip (a); în cazul aliajului FeAl, atomii de Fe vor ocupa colţurile cuburilor, iar atomii de Al centrele lor (fig. 7-4). Reţeaua cristalină a acestui aliaj poate fi privită ca fiind compusă din dcuă subreţele: una (α) constituită din atomi de Fe (A) şi a doua β constituită

* Se foloseşte şi termenul: parametrul de ordine la distanţă.

din atomi de Al (B). La temperaturi joase, una din subreţele (α) conţine numai atomi (A) şi a doua subreţea (β) numai atomi de al doilea fel. În cazul aliajului FeAl, cele două subreţele conţin deci: una numai atomi de fier şi a doua numai atomi de aluminiu; se spune că aliajul se află în „stare de ordine perfectă".

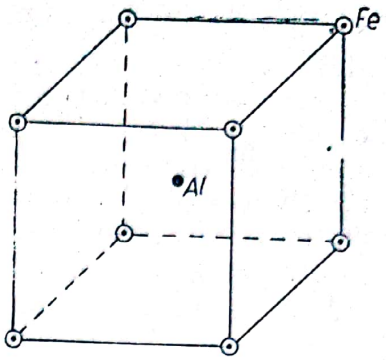


Fig.7-4. Celula cristalină a aliajului Fe Al (cubic cu volum centrat).

Crescînd temperatura eşantionului, unii atomi (A) capătă energii atît de mari, încît pot să facă schimb de locuri cu atomi de alt fel (B). În acest caz, subreţeaua α conţine şi atomi de felul B (Al), iar reţeaua β conţine şi atomi de felul A (Fe); de această dată, aliajul se găseşte într-o „stare parţial ordonată". Dacă se ridică şi mai mult temperatura eşantionului, se poate ajunge la cazul cînd fiecare din subreţele să conţină atomi A şi atomi B în număr egal. În această situaţie, cele două subreţele nu se mai deosebesc una de alta; aliajul se zice că se află în „stare de dezordine totală."

Deci temperatura eşantionului poate duce la o transformare în ceea ce priveşte ordinea atomilor în aliaj, adică determină o „transformare ordine-dezordine".

Pentru a dezordona un aliaj (care prezintă fenomenul de ordine-dezordine), este deci necesară o energie care să învingă tendinţa atomilor de un anumit fel de a ocupa anumite locuri în reţeaua cristalină. Această aranjare preferenţială, care depinde de numărul atomilor de un anumit fel, este exprimată în particular prin ceea ce se numeşte *„ordine de rază lungă"*.

Totodată, atomii de un anumit fel A (B) au tendinţa de a se înconjura cu atomi de alt fel B (A) care să fie *vecinii cei mai apropiaţi*; această tendinţă conduce să se definească aşa-numita *„ordine de rază scurtă"* sau *„ordine locală"*.

Starea de ordine parţială poate fi de diferite *„grade de ordine"*. În ceea ce priveşte ordinea de rază lungă, aceasta se precizează printr-un parametru particular, numit *„parametrul de ordine de rază lungă S"*, care în cazul aliajelor de tipul AB (cum este FeAl) se defineşte prin relaţia:

$$S = \frac{[A_\alpha]_S - [A_\alpha]_{S=0}}{[A_\alpha]_{S=1} - [A_\alpha]_{S=0}}. \qquad (7\text{-}8)$$

În formula de mai sus, $[A_\alpha]_S$ reprezintă numărul de atomi A care se găsesc în subreţeaua α, corespunzător stării de ordine caracterizate prin parametrul de ordine de rază lungă S; $[A_\alpha]_{S=0}$ şi $[A_\alpha]_{S=1}$ reprezintă respectiv cazurile: 1) — în care jumătate din numărul de atomi A se află în reţeaua α şi a doua jumătate în subreţeaua β (dezordine totală) şi 2) — în care subreţeaua α este ocupată numai de atomi A (ordine perfectă).

Deci parametrul S este o măsură cantitativă a gradului de ordine de rază lungă a transformării (tranziţiei) ordine-dezordine.

7.2.2. Metode de măsurare a parametrului de ordine de rază lungă S. Parametrul S, care trebuie cunoscut în primul rînd, — în afara altor parametri care se definesc —, cînd se studiază probleme legate de fenomenul ordine-dezordine, se măsoară prin diverse procedee care se aplică de la caz la caz.

Scanned with OKEN Scanner

Primele metode utilizate pentru măsurarea parametrului S se bazează pe spectrografia de raze X și spectrografia de neutroni.

Una din metodele mai simple, care s-a conceput mai tîrziu, a avut ca punct de plecare observația că ordinea atomică poate modifica proprietățile macroscopice ale aliajelor. Astfel, unele proprietăți mecanice, electrice sau magnetice ale aliajelor depind de starea de ordine. Aliaje care-și modifică sensibil unele dintre aceste proprietăți sînt: Cu_3Au, CuAu, FePt, CoPt, Ni_3Fe, Ni_3Mn.

Metoda la care ne referim se bazează pe variația rezistivității cu gradul de ordine. Formula de legătură dintre S și ρ se scrie:

$$S^2 = \frac{\rho_0 - \rho_S}{\rho_0 - \rho_1}, \tag{7-9}$$

în care ρ_S este rezistivitatea corespunzătoare stării de ordine caracterizată prin parametrul S, iar ρ_1 și ρ_0 sînt rezistivitățile corespunzătoare, respectiv stării perfect ordonate ($S = 1$) și stării de dezordine totală ($S = 0$). Rezistivitățile se determină în mod curent cu puntea dublă Thomson, măsurătorile fiind efectuate la temperatura ambiantă.

Observație. Cunoașterea fenomenului ordine-dezordine permite să se imprime unor aliaje anumite caracteristici de valori cuprinse între anumite limite, în funcție de necesități. De exemplu, un eșantion de Ni_3Mn în stare dezordonată, se comportă ca o substanță paramagnetică la temperatura ambiantă. Același eșantion în stare de ordine totală se caracterizează printr-o magnetizare de saturație B_s de 1,01 T. Prin recoaceri timp de 4, 20 sau 100 ore la temperatura de 420 °C, urmate de călire în apă, B_s capătă aproximativ valorile 0,3 T; 0,4 T și 0,65 T. În același timp se schimbă și valorile altor caracteristici; astfel, prin recoaceri timp de 0, 4, 100 sau 250 ore, la temperatura de 420 °C, urmate de călire în apă, rezistivitatea are aproximativ valorile: 0,71; 0,68; 0,59 și 0,53 Ω mm²/m.

7.3. DETERMINAREA REZISTIVITĂȚII UNUI CONDUCTOR METALIC ȘI A PARAMETRULUI DE ORDINE DE RAZĂ LUNGĂ CU PUNTEA THOMSON

7.3.1. Descrierea aparatului. În laborator se folosește o punte Thomson gata montată; este necesar doar de a se face legăturile la sursa de curent, la galvanometru și la rezistența de măsurat. Prin construcție, se poate păstra raportul Q/M, constant, de valori: 1/100; 1/10; 1; 10; 100. Alegerea raportului se face în funcție de rezistența de măsurat. Rezistența etalon S (rezistența de comparație) este o tijă de maillechort (sau manganină etc.) bine calibrată, cu diametrul de 4 mm și cu lungimea de 50 cm; rezistența sa totală este de 0,01 Ω. Valoarea rezistenței se citește pe o riglă gradată în diviziuni de ohmi, așezată paralel cu tija. Pe riglă se mișcă un cursor care face contact cu rezistența etalon (tija). Intervalul între diviziunile extreme este împărțit în 200 părți egale, încît o diviziune corespunde la 1/20 000 dintr-un ohm.

În circuitul auxiliar, Rh este constituit dintr-un reostat ($2 \times 105\ \Omega$; 2,5 A) cu înfășurările legate în paralel, iar ampermetrul are scara de (0—5) A c.c.; circuitul se alimentează de la o baterie cu tensiunea de 110 V.

Scanned with OKEN Scanner

7.3.2. Modul de lucru. Se verifică etalonarea tijei folosite ca rezistenţă de comparaţie (S), introducînd în locul rezistenţei R_x o rezistenţă etalon a cărei valoare este de 0,01 Ω. Pentru raportul 1, echilibrul punţii trebuie să se realizeze cînd cursorul se află în dreptul diviziunii 0,01 Ω.

Se trece apoi la măsurarea rezistenţei necunoscute care se leagă în locul rezistenţei etalon.

Limitarea domeniului de valori în care poate fi cuprinsă valoarea rezistenţei de măsurat şi alegerea raportului de lucru cel mai potrivit, se face ca la puntea Wheatstone.

7.3.3. Determinarea rezistivităţii unui conductor. Cu puntea Thomson se va determina, în primul rînd, rezistivitatea (şi conductivitatea) electrică a unor conductori metalici. Pentru aceasta, se vor folosi eşantioane sub forma unor bare; acestea se sprijină pe două cuţite care servesc la măsurarea căderii de tensiune între cele două puncte. Curentul este adus la bară cu două cleme prinse în capetele cuţitelor de sprijin; aceasta permite măsurarea riguroasă a lungimii barei. Diametrul barei se măsoară cu un micrometru.

Folosind relaţia de legătură între rezistenţa unei bare cilindrice omogene şi dimensiunile sale:

$$R_x = \rho_x \cdot \frac{l}{S}, \qquad (7\text{-}10)$$

se determină rezistivitatea materialului din care este confecţionată bara.

Se vor calcula eroarea de construcţie şi cea de determinare şi se vor discuta rezultatele obţinute, comparîndu-le cu cele din tabelele de constante fizice.

Să se compare precizia rezultatelor măsurătorilor efectuate cu puntea Wheatstone şi cu puntea Thomson asupra unei aceleiaşi rezistenţe de valoare mică (aproximativ 0,05 Ω).

7.3.4. Determinarea parametrului de rază lungă S. a. *Eşantionul.* Acesta este un fir conductor constituit dintr-un aliaj care prezintă fenomenul ordine-dezordine, cum este Ni_3Mn; dimensiunile acestuia se aleg de aproximativ 1 mm diametru şi 10—20 cm lungime. Lungimea eşantionului este limitată de lungimea cuptorului avut la dispoziţie pentru tratamentele termice.

Iniţial, firul — menţinut drept — se încălzeşte la temperatura de 500 — 600 °C timp de cîteva ore, de două ori, pentru omogenizare. În cuptor, firul nu trebuie să fie supus unui gradient de temperatură.

Apoi se încălzeşte firul (drept) la temperatura de aproximativ 800 °C, timp de două ore şi se călăeşte în apă. În acest fel, eşantionul este adus în stare de dezordine aproape totală.

b. *Modul de lucru.* Se măsoară rezistenţa firului cu puntea Thomson aşa cum s-a descris la punctul 7.3.3 şi se determină ρ_0 ($\rho_0 \simeq 0{,}7\ \Omega \cdot mm^2/m$). Rezistivitatea aliajului din care este constituit firul (în cazul descris, din Ni_3Mn) în stare de ordine perfectă se ia din literatură; ρ_1 — că şi ρ_0 — depinde destul de mult de compoziţia aliajului (dacă este constituit din 75% Ni şi 25% Mn sau 73% Ni şi 27% Mn). Starea de ordine perfectă se obţine destul de greu;

Scanned with OKEN Scanner

în cazul aliajului cu compoziția de aproximativ Ni_3Mn, este necesară o recoacere în vid (eșantionul se închide într-un tub de sticlă în care s-a făcut vid de 10^{-2} mm Hg) timp de 800—1 000 ore la temperatura de 420 °C (care trebuie menținută cît mai constantă: $\Delta T \simeq 1$ °C). Imediat după recoacere, eșantionul se călește în apă; în acest fel se obține $\rho_1 \simeq 0{,}5\ \Omega \cdot mm^2/m$ la temperatura ambiantă.

Se recoace firul (în stare dezordonată) timp de cîteva ore la temperatura de 420 °C și se măsoară din nou rezistivitatea (ρ_S). Valoarea acesteia variază (scade) cu cîteva sutimi de $\Omega \cdot mm^2/m$, ceea ce este ușor de pus în evidență — și destul de precis — cu puntea Thomson.

Formula (7-9) permite să se calculeze S corespunzător stării de ordine determinate de tratamentele termice suferite de eșantion (fir).

Să se aprecieze eroarea cu care s-a determinat valoarea lui S.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 8

POTENȚIOMETRE SAU COMPENSATOARE DE CURENT CONTINUU. UTILIZAREA ACESTORA LA MĂSURAREA TENSIUNILOR, CURENȚILOR ȘI REZISTENȚELOR

8.1. METODA OPOZIȚIEI DE MĂSURARE A TENSIUNILOR

8.1.1. Principiul metodei. Potențiometrul (compensatorul) servește la măsurarea directă a diferențelor de potențial sau a tensiunilor electromotoare prin operații simple și la măsurarea indirectă a rezistențelor, curenților și a puterii. Construcția lui se bazează pe metoda opoziției.

Diferenței de potențial (sau t.e.m.) de măsurat V, care face parte din rețeaua de studiat M, i se opune o diferență de potențial V', variabilă și cunoscută, realizată cu ajutorul unei rețele auxiliare M'; un galvanometru, în serie cu cele două rețele, servește la indicarea momentului cînd $V'=V$. Cele două rețele sînt alimentate de la două surse diferite; sursa de curent care alimentează rețeaua auxiliară, trebuie să fie un acumulator A, a cărui t.e.m. E să nu varieze în timp. În figura 8-1, care reprezintă schematic principiul metodei opoziției (Poggendorff), $V=e$, iar rezistența totală $R=R_1+R_2$ a circuitului auxiliar este constantă și constă dintr-un fir calibrat BD de rezistivitate mare; rezistența interioară ρ a sursei A se consideră neglijabilă față de R. Cursorul C permite variația simultană a celor două rezistențe R_1 și R_2; cînd una crește, cealaltă scade. Valorile acestor rezistențe sînt proporționale cu lungimile l_1 și l_2 ale celor două porțiuni de fir BC și CD, care se citesc pe o riglă gradată. Circuitul auxiliar este parcurs de curentul:

$$I=\frac{E}{R_1+R_2}$$

Deplasînd cursorul de la B spre D, d.d.p. $V'=R_1I$ crește, iar cînd $V'=V$, adică $e=R_1I$, prin galvanometru nu mai trece curent. Pentru ca echilibrul să poată fi atins, este necesar ca $E>e$.

Din cele de mai sus, rezultă că:

$$e=E\frac{R_1}{R_1+R_2} \qquad (8\text{-}1)$$

Această relație permite să se facă unele considerații asupra sensibilității metodei.

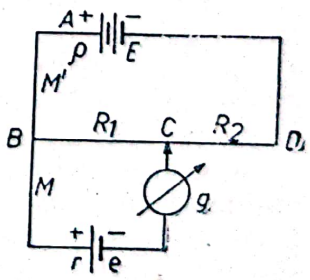


Fig. 8-1. Principiul metodei opoziției, de măsurare a tensiunilor electrice.

8.1.2. Sensibilitatea. În apropierea echilibrului, galvanometrul va fi parcurs de un curent a cărui intensitate va fi dată de relația:

$$\Delta i_g=\frac{\Delta e}{r+g+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{\Delta e}{R_t} \qquad (8\text{-}2)$$

în care g este rezistența galvanometrului, r este rezistența interioară a pilei cu tensiunea electromotoare, e și R_t — rezistența totală a celor două rețele legate în serie cu galvanometrul, iar

$$\Delta e = e - E\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Din relația (8-2) rezultă că pentru un același Δe, Δi_g este cu atît mai mare și totodată sensibilitatea instalației crește, cu cît R_t este mai mic. Cum r și g sînt date, sensibilitatea instalației, definită prin expresia:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta e} \tag{8-3}$$

unde $\Delta\alpha$ reprezintă deviația indicată de galvanometrul parcurs de curentul Δi_g provocat de apariția lui Δe, crește cînd rezistența circuitului auxiliar este mai mică. În cazul cînd acest circuit are o anumită rezistență $R = R_1 + R_2$, care se menține constantă, sensibilitatea maximă va corespunde valorii minime a expresiei $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, care se mai poate scrie:

$$f(R_1) = \frac{R_1(R-R_1)}{R}$$

Întrucît această expresie este maximă atunci cînd $R_1 = R_2 = R/2$, rezultă că sensibilitatea va fi cu atît mai mare, cu cît vor fi mai diferite valorile rezistențelor R_1 și R_2. În cazul cînd se alege ca R_1 să fie mic față de R_2, se vede că intensitatea I a curentului prin circuitul auxiliar trebuie să fie mare, pentru ca produsul R_1I să poată compensa t.e.m. „e". Întrucît firul calibrat sau rezistențele etalonate care se folosesc la realizarea circuitului auxiliar nu pot suporta curenți mari (se deteriorează), rezultă că acest caz trebuie evitat. În plus, un curent I de valoare mare ar necesita o sursă de t.e.m. E de valoare mare, ceea ce nu este convenabil în practică.

Dacă se alege R_2 mic față de R_1, atunci E trebuie să fie aproapiat ca valoare de e ($E \gtrsim e$) și R_1 de R ($R_1 \lesssim R$); acesta este cazul care se aplică în practică pentru mărirea sensibilității.

Din relațiile (8-2), (8-3) și expresia sensibilității față de curent a galvanometrului, $S_i = \frac{\Delta\alpha}{\Delta i_g}$, se obține:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta e} = \frac{S_i}{R_t}; \tag{8-4}$$

adică sensibilitatea maximă este dată de raportul dintre sensibilitatea de curent a galvanometrului, și rezistența totală. Dacă $R_t < R_c$, rezistența critică a galvanometrului, pentru mărirea sensibilității se introduce în circuitul galvanometrului o rezistență suplimentară, astfel ca $R_t > R_c$ și galvanometrul să nu funcționeze în regim aperiodic.

Aplicarea metodei opoziției în modul în care s-a descris mai sus, nu permite obținerea unor măsurători precise, din cauză că nu există încă generatori electrici etalon (A) care să poată debita curentul necesar un timp îndelungat, astfel ca E să fie constant în timp și cunoscut cu mare precizie. Totodată, nu se știe cum variază ρ în timpul funcționării sursei A. Acest ultim inconvenient se ameliorează alegînd o valoare mare pentru $R = R_1 + R_2$ față de care ρ să fie neglijabil.

Scanned with OKEN Scanner

8.1.3. Varianta prin comparaţie. Metoda opoziţiei, în varianta prin comparaţie (fig. 8-2), conduce la rezultate foarte precise, întrucît sursele de erori arătate mai sus nu mai intervin. Se cere numai ca acumulatorul A să debiteze un curent constant în timpul măsurării (să fie de capacitate suficient de mare şi valoarea lui E să se afle pe palierul curbei de descărcare). În acest caz, se compară două diferenţe de potenţial sau t.e.m., dintre care una este cunoscută. Se poate utiliza, pentru comparaţie, o pilă etalon a cărei t.e.m. este cunoscută cu mare precizie, întrucît la echilibru această pilă nu debitează curent. Pentru ca pila etalon de t.e.m. e' să nu se deterioreze în timpul lucrului, se intercalează în circuitul indicatorului o rezistenţă suplimentară S, de ordinul 10^4 Ω, care protejează totodată şi galvanometrul. Cînd s-a ajuns la echilibru, rezistenţa S se scurtcircuitează pentru a se reda instalaţiei sensibilitatea maximă. Tot pentru acelaşi motiv s-a înseriat şi rezistenţa variabilă R_3 — care poate să nu fie cunoscută, întrucît nu este necesar ca valoarea curentului I să se cunoască —, aceasta fiind reglată astfel ca R_1 şi R'_1 să fie apropiate ca valoare de R_1+R_2=constant. Se introduce în circuit t.e.m. necunoscută: la echilibru ($i_g=0$), porţiunea de fir BC (l_1) are rezistenţa R_1. Se înlocuieşte apoi e cu o t.e.m. cunoscută e'; de această dată, rezistenţa de introdus în circuitul „opoziţie" pentru ca $i_g=0$, va avea o altă valoare R'_1, corespunzătoare porţiunii de fir BC' (l'_1).

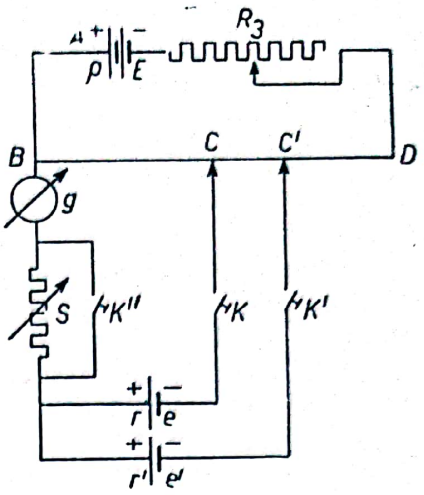


Fig. 8-2. Metoda opoziţiei, varianta prin comparaţie.

Întrucît, la echilibru, circuitul auxiliar este parcurs de acelaşi curent constant $I=\dfrac{E}{R_1+R_2+R_3+\rho}$ în ambele cazuri, se poate scrie:

$$\begin{aligned} e&=R_1 I \\ e'&=R'_1 I \end{aligned} \quad \text{şi de aici} \quad \frac{e}{e'}=\frac{R_1}{R'_1} \tag{8-5}$$

Diferenţa de potenţial de compensare, ($V_{BC}=R_1 I$), care trebuie să fie cunoscută cu o eroare cît mai mică şi să varieze cît mai fin, se poate obţine prin dispunerea unor rezistenţe în serie sau în paralel (procedeul şuntării), în diferite moduri, obţinîndu-se astfel diverse variante practice de realizare a metodei opoziţiei pentru măsurarea d.d.p.

8.1.4. Varianta cu reocord (Clark). Aceasta a fost descrisă mai sus, în paragrafele 1-3. În acest caz, compararea tensiunilor e.m. se reduce la lectura a două lungimi ($BC=l$ şi $BC'=l'$), încît:

$$\frac{e}{e'}=\frac{l}{l'}$$

Tensiunea de compensare se poate varia cu multă finete şi întrucît rezistenţa firului calibrat BD — constituit în mod curent din platină iridiată — este mică (10—20 Ω), sensibilitatea acestui montaj este mare, dacă se utilizează şi un galvanometru cu o constantă de curent foarte mică (10^{-9}A/mm/m).

Scanned with OKEN Scanner

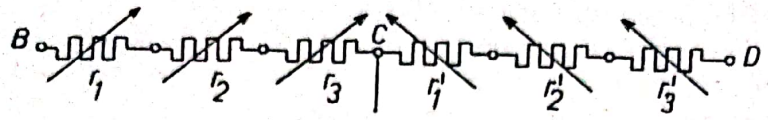


Fig. 8-3. Dispunerea rezistenţelor de obţinere a tensiunii de compensare în varianta Bouty .

Această variantă, deşi permite efectuarea rapidă a măsurătorilor şi este uşor de realizat în orice laborator, nu este folosită în mod curent datorită faptului că erorile de măsurare sînt mari. Sursa cea mai importantă de erori o constituie contactele imperfecte din circuitul galvanometrului, ceea ce face să nu se cunoască precis valoarea rezistenţei R (respectiv R'_1); erorile cresc atunci cînd lungimea reocordului (BD) este mică. Totodată, mai intervin o serie de erori datorită t.e.m. parazite de contact şi termoelectrice.

8.1.5. Varianta Bouty (a rezistenţelor gemene). Rezistenţa BD este realizată din mai multe perechi de rezistenţe variabile şi cunoscute, montate în serie (fig. 8-3).

Fiecare pereche de rezistenţe de acelaşi indice este constituită din două cutii de rezistenţe cît se poate de identice (gemene) — cutii de rezistenţe în decade sau rezistenţe cu ploturi — cuplate astfel încît atunci cînd se face să crească una din ele cu Δr, cealaltă scade tot cu atît. În acest fel, rezistenţa $R = R_1 + R_2$ unde $R_1 = r_1 + r_2 + r_3$ şi $R_2 = r'_1 + r'_2 + r'_3$ rămîne constantă, iar rezistenţa R_1 (BC) poate varia de la zero pînă la R, în trepte mici (obişnuit 1 Ω sau 0,1 Ω). Rezistenţele R_1 şi R_2 pot fi constituite numai din două cutii de rezistenţe gemene cu fişe de valori mari (11 110 Ω) şi cu pasul de 1 ohm (fig. 8-4). Iniţial se face contactul 0—1 şi se ia $R_1 = 0$ şi $R_2 = R$. Apoi se măreşte treptat valoarea rezistenţei R_1 (R_2 micşorîndu-se în acelaşi timp, cu aceeaşi cantitate) pînă ce se obţine echilibrul. Se repetă operaţia, după ce s-a făcut contactul 0—2 şi se obţine valoarea lui R'_1; formula (8-5) permite determinarea t.e.m necunoscute.

În cazul acestei variante, sensibilitatea este mai mică, întrucît rezistenţa circuitului de compensare (R) este mult mai mare decît la montajul cu reocord; totuşi sensibilitatea metodei rămîne destul de bună, deoarece aceasta intervine cu erori neglijabile asupra rezultatului faţă de celelalte surse de erori. În schimb, erorile datorate t.e.m. parazite şi contactelor imperfecte sînt mult mai mici (R avînd o valoare mare).

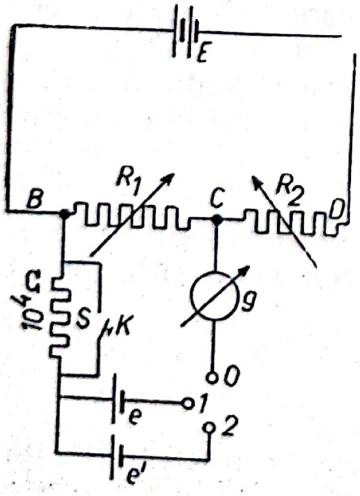


Fig. 8-4. Metoda opoziţiei, varianta Bouty.

8.1.6. Varianta Feussner (fig. 8-5). Această variantă permite ca erorile datorate contactelor imperfecte, necunoscute precis ca valoare, să fie micşorate.

Rezistenţa R (BD) este constituită din două rezistenţe *legate în serie*, R_C şi R'_C cu cursor (una de valoare mai mare decît cealaltă); pentru mărirea fineţii în reglare, se pot introduce şi una sau două perechi de rezistenţe gemene de valori mici

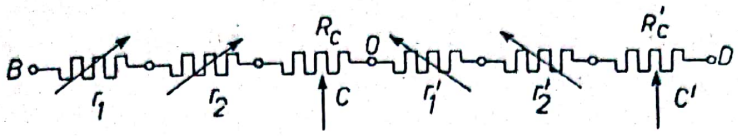


Fig. 8-5. Dispunerea rezistențelor de obținere a tensiunii de compensare în varianta Feussner.

r_1-r_1' și r_2-r_2'. În acest fel se reduce numărul fișelor utilizate la cutiile de rezistențe pereche (fiecare fișă putînd introduce o rezistență suplimentară pînă la 20 $\mu\Omega$) și deci și a rezistențelor datorate contactelor imperfecte. Rezistențele gemene cu ploturi introduc erori și mai mari datorită contactelor imperfecte.

De această dată, rezistența R_1 din circuitul „opoziție" este cuprinsă între contactele celor două cursoare C și C'. Inițial $r_1'+r_2'=0$ și cele două cursoare se află lîngă punctul O. Apoi R_1 se mărește deplasînd cele două cursoare spre B și respectiv spre D; în apropierea echilibrului, se intervine cu reglarea rezistențelor r_1' și r_2' (dacă acestea există în montaj).

Rezistențele contactelor cursoarelor sînt neglijabile. Rezistența totală între punctele B și D rămîne constantă.

8.1.7. Dispunerea rezistențelor în paralel pentru obținerea d.d.p. de compensare. Pentru a se putea regla fin diferența de potențial de compensare, uneori se utilizează procedeul *legării în paralel* a rezistențelor care alcătuiesc rezistența R_1 (fig. 8-6). O porțiune r din rezistența R (BD) este șuntată cu o rezistență S de 10—100 ori mai mare decît r. Prin deplasarea șuntului față de punctul B (r rămînînd constant între cele două cursoare), se realizează reglajul brut al lui R_1. Reglarea fină se obține acționînd asupra cursorului C. Mărirea finețiii reglajului se poate realiza printr-o nouă șuntare.

8.1.8. **Caracteristicile metodei opoziției.** Fiind o metodă de zero, la echilibru nu se perturbă regimul de funcționare a rețelei de studiat și se pot măsura diversele diferențe de potențial în condițiile de lucru; se pot măsura deci și tensiunile e.m. ale pilelor.

Este o metodă de mare sensibilitate și una din cele mai precise, pentru măsurarea diferențelor de potențial. Dacă se dispune de o t.e.m. etalon (o pilă Weston) și de rezistențe variabile cunoscute cu mare precizie, se pot face măsurători care să fie afectate de erori care nu depășesc 10^{-2} %.

Eroarea se calculează pornind de la relația (8—5) și este dată de expresia:

$$\frac{\Delta e}{e}=\frac{\Delta e'}{e'}+\frac{\Delta R_1}{R_1}+\frac{\Delta R_1'}{R_1'} \qquad (8\text{-}6)$$

În cazul pilei Weston, $\frac{\Delta e'}{e'}\simeq 10^{-5}\left(\frac{\Delta e'}{e'}\simeq 10^{-3}\,\%\right)$; erorile asupra rezistențelor R_1 și R_1' provin din construcție, fiind de ordinul a 10^{-1}—10^{-2} % și din operația de măsurare (de determinare) datorîndu-se sensibilității instalației și posibilităților de observație ale experimentatorului. Dacă se utili-

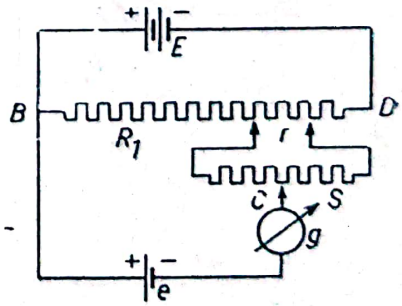


Fig. 8-6. Dispunerea rezistențelor în paralel pentru obținerea tensiunii de compensare.

zează un galvanometru de constantă $K \simeq 10^{-9}$ A/mm/m și dacă pentru o variație de 1 Ω a lui $R_1 \simeq 1\,000\ \Omega$ în apropierea echilibrului, spotul deviază cu 20 mm, sensibilitatea instalației are valoarea de $5 \cdot 10^{-3}$ %.

Deci eroarea relativă asupra rezultatului măsurării t.e.m. „e", va fi:

$$\frac{\Delta e}{e} \simeq 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-4} + \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10^3} + \frac{5 \cdot 10^{-2}}{R'_1}$$

Dacă R'_1 este de același ordin de mărime cu R_1, atunci $\frac{\Delta e}{e} \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ %.

8.2. POTENȚIOMETRE

8.2.1. Considerații generale. În practică, pe baza metodei opoziției, ale cărei variante s-au descris anterior, se construiesc potențiometre sau compensatoare de curent continuu, cu ajutorul cărora timpul de măsurare al tensiunilor necunoscute se reduce mult. Dacă valoarea tensiunii de măsurare „e" se citește direct în față unui cursor, atunci este vorba de un potențiometru cu lectură directă.

Potențiometrele sînt aparate relativ complicate, care se construiesc în marile uzine de construit aparate de măsură electrice. Rezistența R_1 din circuitul „opoziție" se realizează prin procedeul legării în serie a unor rezistențe (atunci sensibilitatea compensatoarelor este constantă pentru o gamă largă de valori ale tensiunilor de măsurat) sau prin procedeul legării lor în paralel (în acest caz sensibilitatea variază în funcție de valoarea tensiunii de măsurat); uneori se folosesc ambele procedee la construirea aceluiași potențiometru.

Se construiesc potențiometre cu rezistență totală mică ($R \simeq 100\ \Omega$); acestea sînt sensibile, însă precizia lor este mică (1 %). Ele se folosesc atunci cînd se măsoară t.e.m. mici, cum sînt cele ale termocuplurilor. Potențiometrele cu rezistență mare ($R \simeq 10^4\ \Omega$) sînt mai puțin sensibile, însă precizia lor atinge valori mari (erori de ordinul 10^{-2} %). Uneori se construiesc potențiometre speciale pentru anumite măsurători care se fac în număr mare.

Potențiometrele se construiesc obișnuit pentru măsurarea tensiunilor mici pînă la cîțiva volți. Pentru măsurarea tensiunilor mai mari, se folosesc divizoarele de tensiune (rezistențe potențiometrice); în aceste cazuri nu se pot măsura t.e.m., căci sursa de studiat debitează curent prin divizorul de tensiune, chiar cînd se ajunge la echilibru.

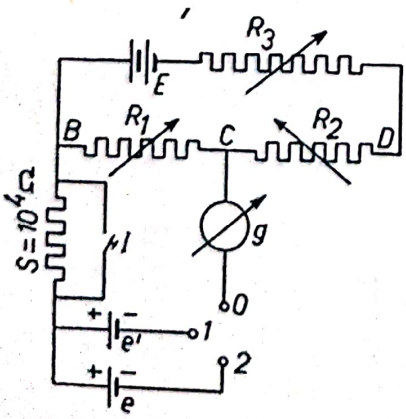


Fig. 8-7. Potențiometru (compensator).

8.2.2. Realizarea unui potențiometru. În laborator, putem construi un potențiometru avînd la dispoziție un acumulator de capacitate mare (2 V; 48 Ah), trei cutii de rezistențe de 11 110 Ω, o rezistență de $10^4\ \Omega$ și o pilă etalon (Weston).

Se realizează instalația după schema din figura 8-7 și se operează ca la varianta Bouty.

Se conectează pila etalon (Weston) de t.e.m. $e' = 1{,}0184$ V (la $t = 18$ °C) făcînd contactul 0-1. Se ia $R_1 = 10\,184\ \Omega$; atunci $R_2 = 926\ \Omega$. Se

reglează R_3 în aşa fel încît prin galvanometru să nu mai treacă curent ($i_g=0$). Înseamnă că în acel moment, prin R_1 trece un curent de $I=10^{-4}$ A şi că fiecărui ohm al rezistenţei de compensare îi corespunde o tensiune de 10^{-4} V.

Pentru a nu se tatona prea mult la găsirea valorii pe care trebuie să o aibă R_3, se va scrie expresia intensităţii curentului din circuitul auxiliar:

$$I=\frac{E}{R_1+R_2+R_3}=\frac{2}{11\,110+R_3}=10^{-4}\,\text{A}$$

De aici rezultă o valoare aproximativă pentru R_3 (8 890 Ω).

Cunoscînd acum cu mare precizie pe I şi putîndu-l menţine constant în timpul cît durează măsurătorile, se poate măsura o d.d.p. sau o t.e.m. efectuînd o singură determinare, după ce s-a făcut contactul 0—2. Rezultatul se va afla înmulţind valoarea lui R_1' cu constanta potenţiometrului, $K=10^{-4}$:

$$e'=R_1'\cdot 10^{-4},$$

sau, în general,

$$e'=K\cdot R_1'$$

În timpul măsurătorilor, deşi R_3 se menţine constant, este bine să se conecteze din cînd în cînd pila etalon, pentru verificarea constanţei instalaţiei.

Recomandări. Înainte de a conecta pila etalon în circuitul „opoziţie" (0—1), se verifică *să nu fie şuntată* rezistenţa $S=10^4$ Ω cu întrerupătorul I.

Pila etalon *Weston nu trebuie* să debiteze un curent mai mare de 10^{-4} A, căci se deteriorează. *În nici un caz* nu i se va măsura t.e.m. cu un voltmetru.

Se va ţine seamă de faptul că t.e.m. a pilei etalon variază cu temperatura: $\Delta e'=-4\cdot 10^{-5}$ V/grad.

Cînd s-a ajuns la echilibru, se şuntează rezistenţa S cu ajutorul întrerupătorului I, pentru a reda potenţiometrului sensibilitatea maximă.

Precizia compensatorului se calculează după modelul arătat la partea teoretică.

8.2.3. Măsurarea unei rezistenţe cu potenţiometrul. Se pot folosi două montaje, cum se arată în figurile 8-8 şi 8-9.

În primul caz (fig. 8-8) se determină diferenţa de potenţial de la bornele rezistenţei R_x de măsurat, conectîndu-se bornele 1—2 la capetele rezistenţei de compensare R_1 a potenţiometrului. Intensitatea curentului care parcurge rezistenţa R_x este indicată

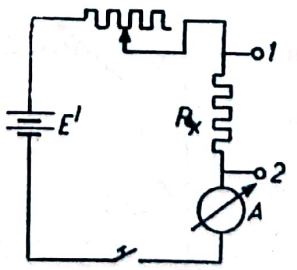


Fig. 8-8. Schemă pentru măsurarea rezistenţelor cu potenţiometrul, utilizînd un ampermetru.

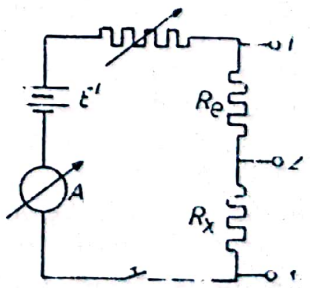


Fig. 8-9. Schemă pentru măsurarea rezistenţelor cu potenţiometrul, utilizînd o rezistenţă etalon (metoda comparaţiei).

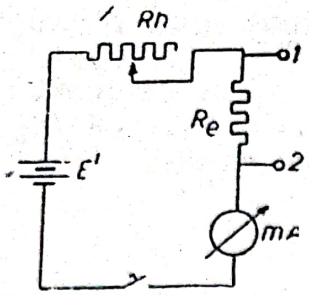


Fig. 8-10. Etalonarea unui ampermetru de curent continuu, cu potenţiometrul.

de ampermetrul A. Precizia măsurătorii este limitată, în acest caz, de clasa ampermetrului.

Să se afle cu ce eroare s-a făcut măsurarea rezistenţei R_x.

Montajul după schema din figura 8-9 permite obţinerea unor rezultate mult mai precise. Se conectează R_e (1—2) — o rezistenţă etalon de mare precizie (10^{-2} %) — la potenţiometru şi se determină diferenţa de potenţial V_e de la bornele ei. Se face aceeaşi operaţie, conectîndu-se rezistenţa R_x (2—3) la potenţiometru şi se găseşte V_x. Valoarea rezistenţei necunoscute R_x se va obţine din relaţia :

$$\frac{V_e}{V_x} = \frac{R_e}{R_x} \tag{8-7}$$

Să se afle precizia măsurătorii. *Se va ţine cont* de faptul că atît R_e cît şi R_x nu pot fi parcurse de un curent mai mare de 20 mA. (Cum se poate opera pentru a se mări sensibilitatea metodei ?) Se va discuta procedeul de măsurare (comparaţie).

8.2.4. Măsurarea intensităţii curentului cu potenţiometrul (etalonarea unui miliampermetru de curent continuu). Se realizează montajul din figura 8-10. Se măsoară d.d.p. V_e de la bornele rezistenţei etalon R_e, conectînd bornele 1—2 la capetele rezistenţei R_1 (BC) a potenţiometrului. La echilibru,

$$I = \frac{V_e}{R_e} \tag{8-8}$$

Repetînd operaţia pentru mai multe valori ale curentului I, se poate etalona miliampermetrul (sau ampermetrul) din circuitul rezistenţei etalon.

Să se determine cu ce eroare s-a făcut măsurarea curentului I şi etalonarea instrumentului.

Ce caracteristici trebuie să aibă R_e şi Rh cînd se etalonează un miliampermetru sau un ampermetru ?

8.2.5. Etalonarea unui ampermetru în curent continuu şi în curent alternativ. Miliampermetrul trebuie să funcţioneze pe baza unui principiu care permite să fie utilizat atît în c.c. cît şi în c.a. După ce instrumentul a fost etalonat în c.c., se poate etalona şi în c.a., dacă se utilizează un termocuplu a cărui sudură se sprijină pe un fir de wolfram ; sudura se află într-un balon de sticlă în care s-a făcut vid.

Montajul realizat după cum se arată în figura 8-11,*a* permite etalonarea t.e.m. a termocuplului T_c în funcţie de intensitatea curentului I_c care trece prin firul de wolfram ; aceasta din urmă se determină măsurînd cu poten-

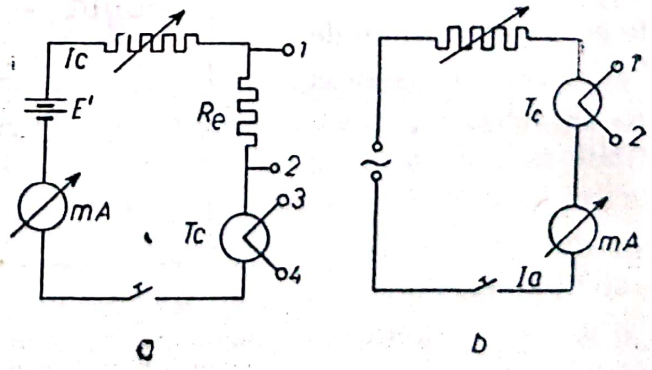


Fig. 8-11. Etalonarea unui ampermetru de curent alternativ cu potenţiometrul : *a* — faza I, *b* — faza II.

ţiometrul tensiunea de la bornele rezistenţei etalon R_e (1—2). Pentru fiecare valoare a lui I_c, se măsoară şi tensiunea termoelectromotoare e_t a termocuplului (3—4).

Se obţine astfel curba :

$$e_t = f(I_c); \quad I_c = \frac{V_e}{R_e}$$

Apoi se realizează montajul din figura 8-11, *b* şi se măsoară t.e.m. a termocuplului (1—2) cu potenţiometrul, cînd se trece curent alternativ de diferite intensităţi I_a prin miliampermetru. Se obţine astfel legătura :

$$I_a = f(e_t)$$

după care se etalonează instrumentul în c.a.

Să se afle eroarea de etalonare. *Se va observa* că prin firul de wolfram să nu treacă un curent de încălzire mai mare decît cel indicat (de ordinul miliamperilor), pentru a nu deteriora sistemul fir de wolfram-termocuplu.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 9 | EFECTUL SEEBECK. TERMOCUPLURI

9.1. EFECTE TERMOELECTRICE

Acestea apar în cazul lanţurilor eterogene constituite din metale, semiconductori, săruri şi soluţii electrolitice. Lanţurile constituite din conductori metalici prezintă mai multe efecte.

În 1796 Volta a constatat că doi conductori metalici omogeni se electrizează dacă vin în contact perfect unul cu celălalt (fig. 9-1); electrizarea are loc în apropierea contactului, unde apare o *tensiune de contact* sau *tensiune Volta*, notată în mod curent prin simbolul $(A/B)_0$, unde indicele 0 arată că cei doi conductori sînt la aceeaşi temperatură (cu A s-a notat metalul cu potenţialul mai ridicat).

Tensiunea Volta este de ordinul voltului.

Dacă cei doi conductori omogeni — sau mai mulţi — alcătuiesc un circuit închis (fig. 9-2) care are toate punctele la aceeaşi temperatură, suma t.e.m. Volta este nulă; în acest fel s-a enunţat *legea lui Volta* (sau legea lanţurilor metalice a efectului Volta).

9.1.1. Efectul Peltier (1834). Dacă se face să treacă un curent electric de intensitate I prin sistemul de doi conductori în contact, descris mai sus, — întregul sistem fiind la aceeaşi temperatură —, (fig. 9-3), la contact se degajă sau se absoarbe o cantitate de căldură proporţională cu intensitatea curentului:

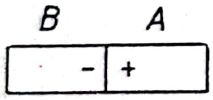


Fig. 9-1. Tensiunea de contact (tensiunea Volta).

$$dQ = \pm \pi I \, dt \tag{9-1}$$

În aceasta constă efectul Peltier.

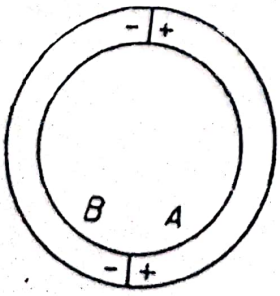


Fig. 9-2. Lanţ metalic eterogen închis (legea lui Volta).

În relaţia de mai sus, π este *tensiunea electromotoare Peltier*, iar cu t s-a notat timpul. În cazul precizat de figura 9-3, la contactul (sudura) Cu-Bi se absoarbe căldură (q), iar la sudura Bi-Cu se degajă. Inversînd sensul curentului, fenomenul se petrece în sens invers; efectul Peltier este reversibil. Tensiunile Peltier (coeficienţii Peltier) sînt de ordinul milivolţilor şi se notează frecvent cu simbolul $(A/B)_T$; indicele T precizează faptul că tensiunea Peltier variază mult cu temperatura T a contactului (care este aceeaşi ca a întregului sistem). Suma t.e.m.

Scanned with OKEN Scanner

Peltier în cazul unui circuit închis, — aflat în întregime la aceeași temperatură —, constituit din doi sau mai mulți conductori ale căror capete sînt în contact, este nulă (legea lanțurilor metalice pentru efectul Peltier).

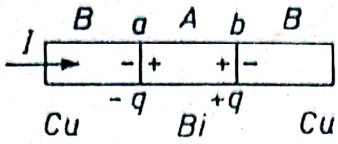


Fig. 9-3. Lanț metalic eterogen parcurs de curent (efectul Peltier).

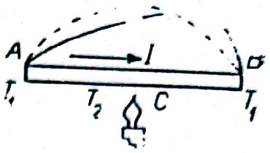


Fig.9-4. Lanț metalic omogen la temperatură neuniformă parcurs de curent (efectul Thomson).

9.1.2. Efectul Thomson (1856). Dacă un conductor metalic omogen la temperatură neuniformă este parcurs de un curent de intensitate I, apare un schimb de căldură cu exteriorul care însoțește efectul Joule—Lenz. Acest efect este reversibil; căldura este degajată sau absorbită în funcție de sensul curentului și al gradientului de temperatură. În figura 9-4 se vede că, dacă tija metalică AB este încălzită la mijloc ($T_2 > T_1$), distribuția temperaturii de-a lungul acesteia este simetrică (curba punctată); în cazul cînd tija mai este parcursă și de un curent I, distribuția temperaturii este descrisă de o altă curbă (plină). Porțiunea tijei (CB) în care sensul curentului coincide cu sensul temperaturilor descrescătoare degajă căldură, iar cealaltă (AC), absoarbe. În condițiile apariției efectului Thomson, între două puncte oarecare ale conductorului care nu sînt la aceeași temperatură există o *t.e.m. de temperatură*; dacă distanța dintre cele două puncte este dl și diferența temperaturilor acestora este dT, atunci

$$de = h\ dT, \tag{9-2}$$

unde h se numește *t.e.m. Thomson* (sau coeficient Thomson); h depinde de metal, variază cu temperatura și este de ordinul cîtorva microvolți pe grad (μvolt/grad).

Căldura degajată (sau absorbită) de elementul de conductor dl este dată de expresia:

$$dQ = \pm h\ dT\ I\ dt = \pm de\ I\ dt \tag{9-3}$$

Tensiunea de temperatură între două puncte la temperaturile T_1 și T_2, în cazul unui același metal, depinde numai de T_1 și T_2:

$$e_{1,2} = \int_{T_1}^{T_2} h\ dT \tag{9-4}$$

Experiența arată că un conductor metalic omogen la temperatură neuniformă nu este sediul unui curent electric datorită t.e.m. de temperatură (legea lui Magnus, 1851).

9.1.3. Efectul Seebeck (1823). În general, un lanț constituit dintr-un singur metal omogen la temperatură neuniformă sau din mai multe metale la aceeași temperatură nu este parcurs de un curent electric fără intervenția unei surse exterioare (efectele Thomson și Peltier). Însă un lanț metalic eterogen și totodată la temperatură neuniformă este sediul unui curent electric, întrucît suma t.e.m. care apar în circuit datorită efectelor Peltier și Thomson, nu este nulă.

Seebeck a descoperit că un circuit constituit din două fire de metale diferite este parcurs de un curent electric, dacă cele două joncțiuni (suduri) sînt la temperaturi diferite.

Scanned with OKEN Scanner

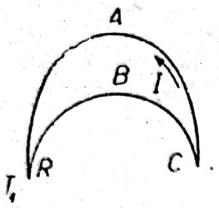


Fig. 9-5. Lanț metalic eterogen la temperatură neuniformă (efectul Seebeck).

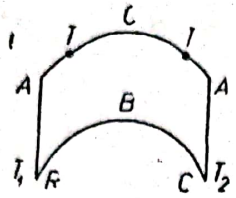


Fig. 9-6. Cuplu termoelectric conectat la un al treilea conductor (legea metalelor intermediare).

Un ansamblu (lanț) constituit din două fire metalice A și B ale căror contacte (suduri) sînt la temperaturi T_1 și T_2 diferite se numește *cuplu termoelectric* (fig. 9-5).

Prin însumarea t.e.m. Peltier și Thomson, apare o t.e.m. integrală, numită *tensiune electromotoare termoelectrică* (t.e.m.t.) $E_{T_1}^{T_2}(A, B)$; notația utilizată precizează natura metalelor și temperaturile celor două suduri (contacte) cu temperatură mai ridicată (C) și mai scăzută (R).

T.e.m. a unui anumit termocuplu nu depinde de distribuția temperaturilor de-a lungul conductorilor, ci numai de temperaturile contactelor (E. Becquerel, 1823).

A doua lege a efectului Seebeck este *legea metalelor intermediare*: t.e.m.t. a unui termocuplu nu se modifică dacă se introduce în circuit un al treilea conductor (C) care are aceeași temperatură T ca și capetele conductorului activ (A) cu care vine în contact (fig. 9-6).

Dacă contactele unui cuplu termoelectric se află la temperaturile succesive T_1, T_0 și T_0, T_2 cu $T_1 > T_0 > T_2$ atunci *legea temperaturilor succesive* (E. Becquerel) permite să se scrie:

$$E_{T_1}^{T_2}(A, B) = E_{T_1}^{T_0}(A, B) + E_{T_0}^{T_2}(A, B) \tag{9-5}$$

În cazul a trei termocuple care sînt constituite folosind fire din trei metale diferite, (A, B), (A, C) și (B, C), experiența arată că se poate scrie:

$$E_{T_1}^{T_2}(A, B) = E_{T_1}^{T_2}(A, C) - E_{T_1}^{T_2}(B, C), \tag{9-6}$$

egalitate care exprimă *legea metalelor succesive*.

Pe baza acestei legi, se poate cunoaște t.e.m.t. a unui termocuplu constituit din două metale A și B cînd sudurile sînt la două temperaturi oarecare T_1 și T, dacă se cunosc t.e.m.t. ale termocuplurilor constituite din fiecare dintre cele două metale cu un al treilea metal comun M_0 (de referință), sudurile acestora fiind tot la temperaturile T_1 și T.

T.e.m. a termocuplurilor constituite din fire metalice variază cu temperatura în limite largi, după o lege parabolică:

$$E_0^0 = a\,\theta + \frac{b}{2}\,\theta^2, \tag{9-7}$$

unde $\theta = T - T_0$, T_0 fiind o temperatură de referință (o sudură rece), care se menține fixă, iar a și b sînt coeficienți ce depind de natura firelor metalice.

T.e.m. este nulă cînd $T = T_0$, trece printr-un maximum egal cu $-a^2/2b$ cînd $\theta_n = -a/b$, corespunzător *temperaturii neutre* T_n și își schimbă semnul cînd $\theta_i = -2a/b$, corespunzător *temperaturii de inversiune* T_i (fig. 9-7).

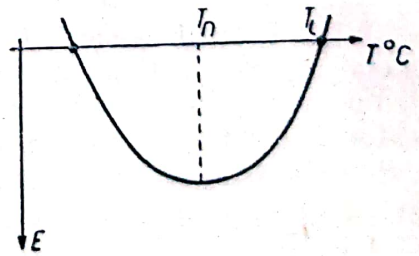


Fig. 9-7. Variația tensiunii electromotoare termoelectrice cu temperatura.

Adesea un termocuplu se caracterizează nu prin curba $E(T)$, ci prin derivata t.e.m.t. în raport cu temperatura :

$$\varphi = \frac{dE}{dT} = a + bT, \qquad (9\text{-}8)$$

cunoscută sub denumirea de *putere termoelectrică* sau *sensibilitate*.

Efectul Seebeck se folosește în practică pentru obținerea unor surse de energie electrică (termopile), la măsurarea energiei radiante, la construirea unor instrumente de măsurat electrice și în mod deosebit, la măsurarea temperaturilor.

9.2. REALIZAREA ȘI ETALONAREA UNUI TERMOCUPLU

9.2.1. Construirea unui termocuplu. Un termocuplu bun trebuie să aibe — în domeniul de temperaturi de măsurat — o t.e.m.t. destul de mare (de ordinul zecilor de milivolți) și o caracteristică $E(T)$ cît mai liniară și trebuie să fie durabil (să dea rezultate reproductibile cînd este utilizat de mai multe ori, în aceleași condiții). Un asemenea termocuplu trebuie să fie construit din fire metalice omogene (bine recoapte), din metale cît mai pure și care să nu sufere transformări fizice în domeniul de temperaturi pentru care este realizat termocuplul.

Se utilizează fire metalice lungi de aproximativ 1 m și cu diametrul de la 0,2 mm pînă la 2,5 mm.

Contactul cald (C) se realizează prin sudare cu arcul electric sau prin lipire cu un al treilea metal (Ag), care nu intervine în funcționarea termocuplului, după cum reiese din *legea metalelor intermediare*.

La sudura caldă, firele se izolează, fiind introduse, — pe o porțiune de cîteva zeci de centimetri —, în tuburi de material plastic, de azbest sau de porțelan (după caz). Adesea, pentru protecția sudurii, ansamblul de fire izolate se introduce într-un tub din metal, porțelan etc., care rezistă la temperaturile de măsurat.

Sudura rece (R) se realizează prin răsucirea capetelor celor două fire rămase libere ale termocuplului, cu fire de cupru care permit conectarea termocuplului în circuit. Pentru ca acest contact să fie cît mai bun, capetele — izolate între ele cu tuburi fine de material plastic — se introduc în tuburi subțiri din material plastic în care se găsește mercur sau aliaj Wood (Bi 53%, Sn 20%, Pb 15% și Cd 12%) care se topește la temperatura de 60,5 °C. Tuburile din material plastic (sau de sticlă) se introduc în vase Dewar cu gheață pisată care se topește, contactul rece trebuind să se afle la circa 10 cm sub nivelul superior al amestecului de gheață și apă. În aceste condiții, temperatura contactului rece, care se ia ca temperatură de referință (T_0) este de 0 °C (T_0=0 °C).

T.e.m.t. se măsoară cu ajutorul unui milivoltmetru sau galvanometru, care nu intervine în fenomenul termoelectric cînd se respectă legea metalelor intermediare, dacă se menține constantă rezistența circuitului termocuplului cu ajutorul unei rezistențe variabile suplimentare. Cînd rezistența galvanometrului este mare față de aceea a firelor din care este constituit termocuplul, rezistența suplimentară nu mai este necesară (variația rezistenței firelor cu temperatura se poate neglija). T.e.m.t. a termocuplurilor se poate măsura și cu ajutorul unui compensator (potențiometru).

Scanned with OKEN Scanner

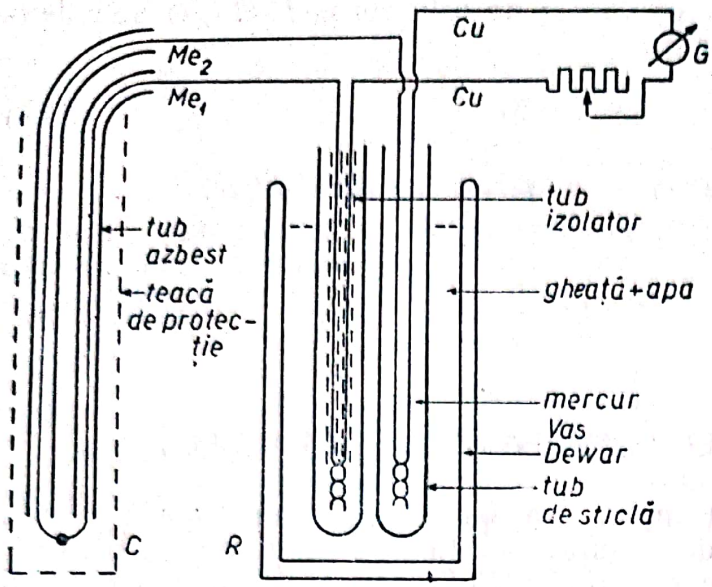


Fig. 9-8. Pirometru termoelectric.

În figura 9-8 se arată cum sînt dispuse diversele elemente ale unui pirometru termoelectric.

9.2.2. Etalonarea unui termocuplu. Cu ajutorul termocuplurilor se pot măsura temperaturile cu o eroare care, în cele mai bune cazuri, nu scade sub cîteva zecimi de grad. Acestea prezintă însă unele calități deosebite: se pot introduce în spații de dimensiuni reduse, permit măsurarea temperaturii unei porțiuni mici ale unei piese, pot urmări variații de temperatură care se produc în timp, relativ repede și sînt ieftine.

Pentru utilizarea unui termocuplu realizat din fire de metale cunoscute, este necesar să se știe cum variază t.e.m.t. a acestuia cu temperatura. Funcția E (T) pentru diverse termocupluri se poate scrie utilizînd valorile constantelor a și b [formula (9-7)] date în tabele care se găsesc în diverse cărți [10]. Aceste constante se dau pentru termocupluri constituite dintr-un fir de metal oarecare și dintr-un fir de plumb — plumbul fiind utilizat ca metal de referință (M_0) (uneori se folosește și Pt ca metal de referință) — temperatura de referință fiind $T_0=0\,°C$. Cunoscînd constantele a_1, b_1 și a_2, b_2 corespunzătoare la două metale oarecare M_1 și M_2, constantele a și b pentru termocuplul constituit din metalele M_1 și M_2 se obțin făcînd diferența constantelor date în tabele pentru cele două metale:

$$a=a_1-a_2 \quad \text{și} \quad b=b_1-b_2$$

Procedeul acesta se bazează pe legea metalelor intermediare.

În tabelul care urmează, dăm cîteva asemenea constante:

TABELUL 1

Material	a	b	Domeniul de validitate în °C
Cu	2,76	0,012	0 ; 300
Fe	16,6	−0,030	−100 ; 300
Constantan (60% Cu, 40% Ni)	−38,1	−0,089	0 ; 300
Platină rhodiată (90% Pt, 10% Rh)	3,98	−0,022	−200 ; 300
Pt	−3,04	−0,032	−200 ; 300

Scanned with OKEN Scanner

În cazul cînd nu se cunoaşte forma funcţiei $E(T)$ a unui termocuplu sau cînd domeniul de validitate al constantelor a şi b este depăşit, termocuplul se poate utiliza după ce s-a trasat pentru aceasta *curba de etalonare*. În laboratoare, există tabele alcătuite pentru diverse termocupluri uzuale, cu ajutorul cărora se poate deduce temperatura măsurată cu termocuplul, ştiind care este t.e.m.t. indicată de galvanometru (microvoltmetru) pentru acea temperatură. În practică, de cele mai dese ori, termocuplurile se etalonează chiar cînd pentru acestea se cunosc constantele a şi b, din cauza impurităţilor pe care le conţin firele metalice din care este constituit cuplul termoelectric, impurităţile putînd modifica mult t.e.m.t.

Etalonarea unui termocuplu se poate face „prin puncte", făcînd uz de aşa-numitele „puncte fixe" care sînt temperaturi cunoscute cu precizie, corespunzătoare fierberii sau topirii unor substanţe; pentru aceasta, trebuie să se dispună de un cuptor cu care să se poată obţine temperaturi atingînd 1 000—1 500 °C. În tabelul 2 cităm cîteva asemenea „puncte fixe"; cînd este cazul, temperaturii fixe trebuie să i se aducă corecţia corespunzătoare variaţiei presiunii atmosferice, care se va citi la un barometru.

TABELUL 2

Substanţa	Temperatura de topire °C	Substanţa	Temperatura de fierbere °C
toluen	−95,1	azot lichid	−195,8
gheaţa	0		
naftalen	80,1	apa	100
staniu	231,9	naftalen	217,99
plumb	327,35	sulf	444,6
zinc	419,48		
antimoniu	630,5		
aluminiu	658,9		
argint	960,8		
aur	1063		
cupru	1083,0		

Substanţele se introduc în baloane sau creuzete de sticlă, cuarţ, grafit etc., după caz. Pentru temperaturile ridicate, creuzetele de grafit se fac cu un diametru de cîţiva centimetri şi o înălţime de cel puţin 10 centimetri; sudura caldă a termocuplului se introduce la cîţiva centimetri sub nivelul substanţei topite.

Etalonarea termocuplurilor se poate face, în unele cazuri, cu ajutorul unui termometru oarecare; de această dată, precizia etalonării depinde de calitatea termometrului utilizat.

9.2.3. Realizarea unor termocupluri uzuale. α. *Să se realizeze* un termocuplu din fier şi constantan şi *să se etaloneze* pentru domeniul de temperaturi cuprins între 0 °C şi 100 °C. Sudura caldă se introduce într-un vas cu apă care se încălzeşte printr-un mijloc oarecare pînă la fierbere; temperatura se măsoară cu un termometru cu mercur, al cărui rezervor se află la acelaşi nivel în lichid, ca şi sudura caldă a termocuplului.

Scanned with OKEN Scanner

Să se traseze curba $E_{(Cu,\ constantan)}(T)$ și *să se calculeze* abaterea medie a valorilor temperaturilor indicate de termocuplul etalonat față de valorile date de relația :

$$E = 40{,}86\ T + 0{,}05\ T^2$$

obținută, așa cum s-a indicat, cu ajutorul datelor din tabelul I.

Să se aprecieze cu ce eroare s-a făcut etalonarea termocuplului, ținînd seama de precizia termometrului etalon, de precizia cu care se măsoară t.e.m.t. și de deviația minimă observabilă a indicatorului milivoltmetrului.

Să se verifice dacă sensibilitatea (puterea termoelectrică) termocuplului realizat variază cu temperatura în intervalul de temperaturi 0—100°C, după relația care rezultă utilizînd datele din tabelul I :

$$\varphi = \frac{dE}{dT} = 40{,}86 + 0{,}10\ T$$

Termocuplul Cu-constantan poate fi folosit pînă la temperatura de aproximativ 500°C (după care nu mai dă rezultate reproductibile) cînd t.e.m.t. atinge valoarea de 27,8 mV, dacă temperatura sudurii reci este $T_0 = 0$°C. *Să se etaloneze* prin puncte acest termocuplu (sau un alt termocuplu) și *să se facă aprecieri* asupra preciziei etalonării.

β. *Să se realizeze* un termocuplu din Cu-Fe, *să se traseze curba* $E(T)$ și să se determine temperatura neutră și temperatura de inversiune. Să se facă discuția erorilor de determinare, știind că literatura indică pentru acest termocuplu valorile :

$$a = -13{,}84 \qquad \text{și} \qquad b = +0{,}042$$

γ. Să se verifice legea temperaturilor succesive (9-5) pentru unul din termocuplurile realizate.

Observații. 1. Pentru măsurarea temperaturii cu o precizie bună, este necesar să se țină cont de eroarea datorată neomogenității firelor.

2. În același scop, temperatura de referință, T_0, trebuie cunoscută cît mai precis și trebuie menținută constantă.

3. Este bine să se utilizeze pentru măsurarea t.e.m.t. un compensator (potențiometru) cu rezistență mică (sensibil), permițînd să se sesizeze o tensiune de 1μV.

4. Omogenitatea firelor metalice se poate verifica utilizînd un cuptor de lungime mică și un potențiometru (fig. 9-9).

Capetele *a* și *b* ale firului se mențin la aceeași temperatură. Cuptorul se fixează pe diverse porțiuni ale firului.

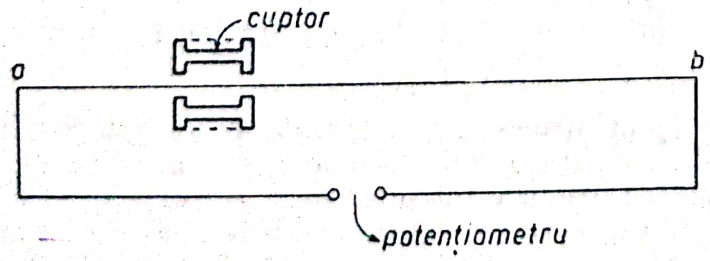


Fig. 9-9. Verificarea omogenității firelor metalice.

Dacă neomogenitatea porțiunii de fir aflată în zona gradientului maxim de temperatură provoacă apariția unei t.e.m.t. de 2 μV pînă la 150 μV, după natura metalului [(±2—±5 μV) în cazul Pt și ±150 μV pentru cromel], firele se pot considera suficient de omogene.

CAPITOLUL 10 | EFECTUL HALL

10.1. TEORIA ELEMENTARĂ A EFECTULUI HALL

10.1.1. Definiţii. Cînd un eşantion dintr-o substanţă conductoare (metal, semiconductor) prin care trece un curent electric, se află într-o inducţie magnetică uniformă, perpendiculară pe direcţia curentului, în conductor ia naştere un cîmp electric după o a treia direcţie, perpendiculară pe cele două anterioare; ca urmare, între două puncte ale eşantionului, aflate la capetele acestuia după ultima direcţie — care în lipsa inducţiei magnetice sînt echipotenţiale — apare o tensiune electromotoare (t.e.m.) numită *tensiune Hall* (E. H. Hall, 1879).

În cazul particular al unei plăci metalice ($MNRS$) de grosime d, de lungime infinită şi cu secţiunea transversală dreptunghiulară, care este parcursă de un curent continuu de intensitate I — vectorul densitate de curent ($\vec{i}$) fiind paralel cu latura lungă a eşantionului şi avînd direcţia după Ox — şi care se află într-o inducţie magnetică $\vec{B}$ uniformă şi constantă, perpendiculară pe planul $MNRS$ avînd direcţia axei Oy, între punctele a şi b, aflate după direcţia Oz pe feţele plăcii perpendiculare la această direcţie (Oz), apare o tensiune Hall (fig. 10-1). În asemenea cazuri, se zice adesea că este vorba despre un *efect Hall transversal*, întrucît vectorul $\vec{B}$ este perpendicular în fiecare punct al plăcii pe vectorul densitate de curent ($\vec{i}$).

10.1.2. Mecanismul de producere al fenomenului. Acest efect se datorează (după teoria microscopică clasică) faptului că inducţia magnetică modifică traiectoriile purtătorilor de sarcină mobili care constituie curentul electric. În cele ce urmează, ne vom ocupa numai de efectul Hall izoterm şi transversal, întrucît se va considera că temperatura tuturor punctelor plăcii este aceeaşi.

Sub acţiunea forţei magnetice Lorentz, purtătorii de sarcină mobili — în cazul luat ca exemplu, electronii — se acumulează pe feţele laterale paralele cu planul

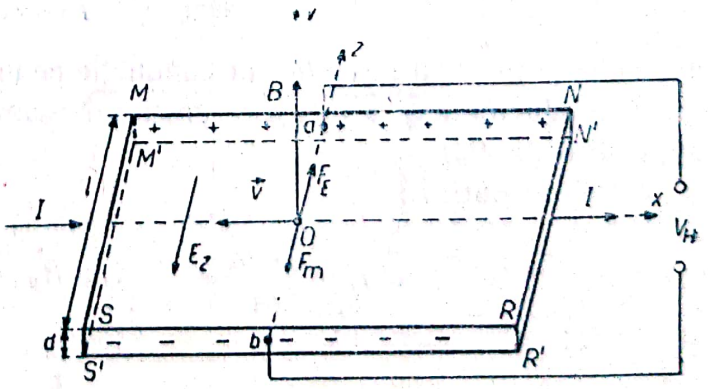


Fig. 10-1. Generator Hall.

xOy, pînă cînd cîmpul electric creat de aceste sarcini contrabalansează acţiunea cîmpului magnetic.

O particulă de sarcină q, care se deplasează cu viteza $\vec{v}$ (după Ox), este supusă unei forţe magnetice $\vec{F}_m$ — cu direcţia după Oz şi sensul din spate spre faţă (către cititor) — a cărei expresie este:

$$\vec{F}_{mz}=q\vec{v}_x\times\vec{B}_y \tag{10-1}$$

Această forţă face ca purtătorii de sarcină să se acumuleze pe feţele laterale ale plăcii; în cazul dat ca exemplu în figura 10-1, electronii (cu sarcina $-e$) avînd viteza $\vec{v}$ îndreptată de la dreapta spre stînga şi $\vec{B}$ fiind îndreptat de jos în sus, se vor acumula pe faţa dinainte, în timp ce pe cealaltă faţă vor apărea sarcini pozitive.

În urma acestor fenomene se produce un cîmp electric $\vec{E}_z$, al cărui sens depinde şi de semnul sarcinilor electrice care constituie curentul electric. Cîmpul electric $\vec{E}_z$, care apare în aceste condiţii, este *cîmpul electric Hall* $\vec{E}_H(\vec{E}_z=\vec{E}_H)$.

În cazul descris în figura 10-1, $\vec{E}_z$ este îndreptat spre cititor, iar asupra unui electron acţionează forţa electrică:

$$\vec{F}_{E_z}=q\cdot\vec{E}_z \tag{10-2}$$

care are sensul din faţă spre spate. Deci forţa electrică este de sens opus forţei magnetice, ambele avînd aceeaşi direcţie.

Asupra particulei purtătoare de sarcină va acţiona forţa Lorentz:

$$\vec{F}_z=q[\vec{E}_z-\vec{v}_x\times\vec{B}_y] \tag{10-3}$$

Această forţă acţionează asupra particulei încărcate (electronul) atît timp cît durează regimul tranzitoriu, întrucît sarcinile se deplasează pînă cînd cîmpul electric $\vec{E}_z$ anulează cîmpul electromotor $\vec{E}_H=-[\vec{v}_x\times\vec{B}_y]$: atunci $\vec{F}_{Ez}=-\vec{F}_{mz}$, iar $\vec{F}_z=0$.

Cîmpul electric Hall poate fi exprimat în funcţie de vectorul densitate de curent $\vec{i}$ sau de intensitatea I a curentului, utilizînd relaţiile cunoscute:

$$\vec{i}=nq\vec{v} \quad \text{şi} \quad I=nqvld,$$

unde n este numărul sarcinilor de conducţie pe unitatea de volum, l este lăţimea plăcii conductoare şi $d=d_z$ este grosimea eşantionului (dimensiunea acestuia după direcţia Oy).

Astfel se obţine:

$$\vec{E}_{H_z}=\frac{\vec{i}_x\times\vec{B}_y}{nq}=\frac{1}{nq}\cdot\vec{i}_x\times\vec{B}_y=R_H\vec{i}_x\times\vec{B}_y \tag{10-4}$$

şi

$$E_H=\frac{I}{n\cdot q\cdot l\cdot d}B=\frac{1}{n\cdot q}\cdot\frac{BI}{l\cdot d}=R_H\frac{1}{l\cdot d}IB \tag{10-4'}$$

Scanned with OKEN Scanner

În relațiile de mai sus,

$$R_H = \frac{E_{Hz}}{i_x \times B_y} = \frac{1}{n \cdot q}\left[\frac{m^3}{A \cdot s}\right] \qquad (10\text{-}5)$$

se numește *constanta Hall* (sau coeficient Hall).

Ținînd seama de semnul sarcinii, expresia constantei Hall se scrie:

$$R_H = \frac{1}{(\pm e)n} \qquad (10\text{-}5')$$

și este pozitivă în cazul golurilor, iar în cazul electronilor este negativă.

Știind că între conductivitatea electrică σ și mobilitatea de conducție μ există relația

$$\sigma = ne\mu, \qquad (10\text{-}6)$$

se mai poate scrie:

$$|R_H| \cdot \sigma = \mu_H \qquad (10\text{-}7)$$

expresie prin care se definește ceea ce se numește *mobilitate Hall* (μ_H). Între cele două mobilități (μ și μ_H) există oarecare diferență [17].

După stabilirea regimului staționar, cînd $\vec{F}_{E_z} = \vec{F}_{M_z}$, liniile de curent revin la direcția inițială (paralelă cu latura lungă). În același timp însă, cîmpul electric $\vec{E}_0 = \vec{E}_x = \vec{i}_x/\sigma$ care acționează înainte de aplicarea lui $\vec{B}$, se compune cu $\vec{E}_H(\vec{E}_{H_z})$ care apare în prezența inducției magnetice $\vec{B}$ și, în consecință, cîmpul electric rezultant care acționează în interiorul plăcii este dat de relația:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_H$$

Deci cîmpul electric care acționează în placă își schimbă direcția de un unghi φ după aplicarea lui $\vec{B}$, față de direcția inițială; totodată și liniile echipotențiale își schimbă direcția cu același unghi (fig. 10-2). De această dată, punctele a și b nu mai sînt echipotențiale; punctele a' și b' vor fi însă la același potențial.

Unghiul φ dintre direcția vectorului densitate de curent $\vec{i}$ care coincide cu aceea a lui $\vec{E}_0$ și direcția cîmpului electric rezultant $\vec{E}$, definit prin relația:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{E_H}{E_0} \qquad (10\text{-}8)$$

se numește *unghi Hall*.

Din relațiile (10-8) și (10-4'), se obține:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sigma}{n \cdot q} \cdot B = R_H \sigma \cdot B \qquad (10\text{-}8')$$

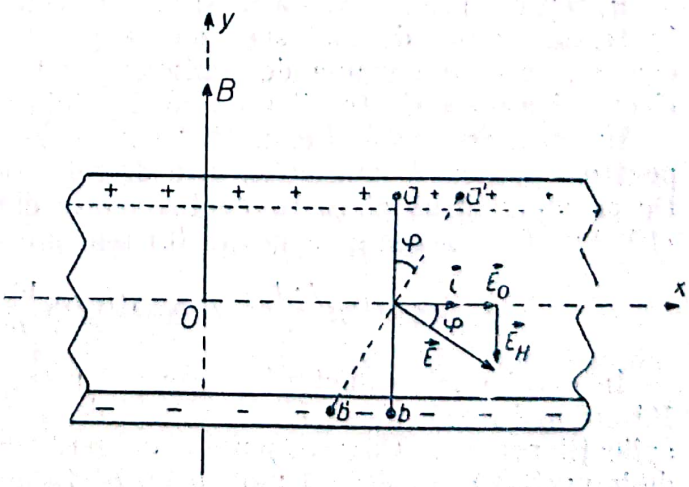


Fig. 10-2. Unghiul Hall (φ).

în cazul purtătorilor de sarcină q și

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\sigma}{n \cdot e} B \qquad (10\text{-}8'')$$

în cazul cînd purtătorii de sarcină sînt electronii.

Integrala de linie a cîmpului electromotor între punctele a și b conduce la expresia *tensiunii Hall*:

$$V_{H_\infty} = \int_a^b \vec{E}_H d\vec{l} = R_H \frac{IB}{d}, \qquad (10\text{-}9)$$

unde simbolul ∞ amintește faptul că placa metalică s-a considerat a fi infinit de lungă (în continuare, acest indice va fi suprimat).

Tensiunea Hall poate întreține un curent într-un circuit (poate fi măsurată cu ajutorul unui instrument); de aceea, deseori se notează cu $\mathcal{E}_H$ și se numește *tensiune electromotoare Hall* (t.e.m. Hall).

Tensiunea Hall (V_H) va fi cu atît mai mare, — cînd B rămîne același —, cu cît sînt mai mari valorile lui R_H și I (uneori numit curent de comandă și notat cu I_c); adică V_H este mare cînd n este mic și σ este mare. Conductivitatea σ determină valoarea admisibilă a lui I (I_C) (curentul corespunzător limitei permise de încălzire a plăcii).

Cînd purtătorii de sarcină nu sînt de un singur tip (electronii) și la fenomenul de conductibilitate participă atît electronii cît și golurile, relațiile de mai sus sînt mai complicate; acest caz se tratează la cursurile de fizica stării solide.

Dacă se consideră — ceea ce confirmă și teoria conductibilității solidelor — că în cazul cuprului, un electron de la fiecare atom contribuie la conductibilitate, — deci că n este aproximativ egal cu numărul de atomi de cupru pe unitatea de volum —, atunci (ca și pentru alte metale monovalente) se obține o valoare a lui R_H din relația (10-5') în bun acord ca număr și semn cu aceea obținută experimental folosind relația (10-9).

Măsurătorile conduc însă, în cazul bismutului, la o valoare a lui R_H mult mai mare decît aceea obținută din calcul (10-5'); iar în cazul unor metale ca Fe, Cd, Zn, Be, se obține o constantă R_H pozitivă, ca și cum conductibilitatea s-ar datora unor purtători de sarcină pozitivă și nu electronilor.

Excepțiile privind valoarea și semnul constantei R_H, care nu se încadrează în teoria simplă de mai sus, sînt explicate cu ajutorul teoriei benzilor de energie, care ține seama de acțiunea ionilor rețelei cristaline și a celorlalți electroni asupra electronilor de conductibilitate.

În cazul metalelor, t.e.m. Hall sînt foarte mici (de ordinul microvolților); pentru a putea fi măsurate, este deseori necesară o amplificare prealabilă. De exemplu, dacă placa conductoare este din cupru — al cărui $R_H = -5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m³/C — avînd grosimea de 0,1 mm și dacă $B = 1$ T și $I = 10$ A, se obține:

$$V_H = R_H \frac{I \cdot B}{d} = -5{,}3 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \times 1}{10^{-4}} = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

În cazul semiconductorilor care pot prezenta o constantă Hall de pînă la 10^9 ori mai mare, t.e.m. Hall sînt atît de mari (pînă la 1 volt), încît au unele aplicații practice. Cu un eșantion de germaniu de tip n (cu o anumită doză de impurități) avînd $d = 1$ mm, dacă $I = 10$ mA și $B = 1$ T, se obține o t.e.m. $V_H = 0{,}21$ V, întrucît $R_H = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ m³/A.s.

Scanned with OKEN Scanner

Fie că este vorba de conductori metalici sau de semiconductori, un dispoziziv ca acela a cărui schemă se vede în figura 10-1, fiind capabil să debiteze un curent electric datorită unei t.e.m. Hall, se numește *„generator Hall"*. Randamentul acestuia poate atinge teoretic o valoare maximă de 0,17 (η_{max}= =0,17); în cazul generatorilor reali, η este însă mult mai mic.

10.2. APLICAȚIILE EFECTULUI HALL

Efectul Hall are numeroase aplicații deosebit de interesante.

10.2.1. Utilizarea efectului Hall la studiul conductibilității electrice. În primul rînd, studiul t.e.m. Hall și al constantei Hall contribuie la fundamentarea conceptului de purtători de sarcină pozitivă și în acest sens, poate da informații asupra mecanismului de conducție în diverse substanțe solide. În cazul metalelor, curentul electric este datorat electronilor; în cazul semiconductorilor, intervine și deplasarea „sarcinilor pozitive" (golurilor) a căror viteză este opusă aceleia a electronilor, ceea ce modifică valoarea și uneori semnul (cînd predomină golurile) lui V_H și R_H. Cînd R_H este negativ, conducția este electronică, în majoritatea cazurilor; în caz contrar, aceasta se datorează golurilor.

Dacă se cunoaște conductivitatea (σ) unui metal și se măsoară constanta Hall (R_H) a acestuia, relațiile (10-5') și (10-7) permit determinarea mobilității electronilor μ și densitatea n a electronilor, caracteristice acelui metal.

10.2.2. Măsurarea inducției magnetice și a curentului cu ajutorul efectului Hall. Relația (10-9) arată că efectul Hall poate servi la măsurarea inducțiilor magnetice. Întrucît *dimensiunile sondei Hall*, — prin aceasta înțelegînd ansamblul constituit din placa de metal (sau semiconductor) și contactele de curent și de tensiune, acestea din urmă fiind denumite și *contacte Hall* — sînt mici (de ordinul cîtorva milimetri cubi), aceasta este utilizată la măsurarea inducțiilor magnetice în spații de dimensiuni reduse și la studiul topografiei acestora (în cazul diverselor mașini electrice etc.).

Se pot măsura curenți de intensități relativ mari, care pot crea asemenea inducții magnetice încît să poată fi puse în evidență cu o sondă Hall. De exemplu, dacă este de măsurat intensitatea unui curent care trece printr-un cablu, aceasta se poate măsura fără a deranja rețeaua din care face parte cablul. Se realizează un circuit magnetic avînd un întrefier care cuprinde cablul; prin măsurarea inducției magnetice din intrefierul, redus ca dimensiuni, al circuitului magnetic, — cu ajutorul unei sonde Hall —, inducție care este proporțională cu curentul de măsurat, se poate cunoaște intensitatea lui, I. Este bine ca circuitul magnetic să aibă permeabilitate mare.

10.2.3. Utilizarea efectului Hall în tehnică. Efectul Hall permite realizarea de dispozitive (înmulțitori) care să facă cunoscut produsul a două mărimi proporționale respectiv cu I și B.

Relația V_H= constant $\cdot I \cdot B$ rămîne valabilă și pentru valorile instantanee ale mărimilor I și B pînă la frecvențe destul de mari; limita acestei frecvențe este determinată de factorul B.

Scanned with OKEN Scanner

Pe baza efectului Hall, se pot realiza motoare care necesită elemente de contact turnante. Randamentul acestora poate ajunge pînă la 80%, iar numărul de rotații pe minut poate atinge cîteva zeci de mii; dimensiunile lor sînt foarte mici. Pînă în prezent, se construiesc motoare de putere mică (de cîteva sute de wați).

10.3. EFECTUL HALL ÎN CAZUL UNUI SEMICONDUCTOR

10.3.1. Măsurarea tensiunii Hall. a. *Scopul propus.* Se va studia efectul Hall prezentat de un eșantion constituit dintr-un semiconductor extrinsec; în acest caz, efectul Hall este mai ușor de pus în evidență și totodată, — întrucît conductibilitatea se poate considera ca fiind datorată unui singur tip de purtători de sarcină —, relațiile conținute în partea teoretică rămîn valabile.

b. *Dimensiunile eșantionului.* Pentru ca V_H să fie cît mai mare, este necesar ca eșantionul de studiat să fie subțire, de ordinul zecimilor de milimetru ($d \sim 10^{-4}$ m).

Relația (10-9) dă valoarea reală a lui R_H în cazul cînd substanța este izotropă și cînd inducția B are valori relativ mici (sub un tesla) și este omogenă.

Tensiunea Hall nu se măsoară corect decît dacă lungimea L a eșantionului este mult mai mare decît lățimea l a acestuia ($l \ll L$); prin aceasta se evită influența curentului de capăt de la electrozii (contactele) de preluare a tensiunii Hall. Raportul dintre tensiunea măsurată și cea adevărată este, de exemplu, în cazul cînd $L/l=2$, de 0,93 și de 0,98 cînd $L/l=3$. Dacă raportul $L/l=4$, se poate considera că efectul de capăt (margine) este neglijabil.

c. *Instalația de măsurare.* Aceasta cuprinde trei părți mai importante.

α. *Electromagnetul* cu ajutorul căruia se obține inducția magnetică necesară, se pune în funcțiune după instrucțiunile interne de laborator. Obișnuit, un electromagnet care poate produce inducții magnetice pînă la un tesla, este prevăzut cu un sistem de răcire cu apă. Alimentarea electromagnetului se face de la o sursă de curent continuu, a cărui t.e.m. este indicată în prospectul acestuia.

Inducția magnetică creată între polii electromagnetului (se aleg poli de formă cilindrică, cu ajutorul cărora se obține o inducție magnetică omogenă) se cunoaște fie prin măsurători (cu ajutorul unui fluxmetru etc.), fie din curba de etalonare a acestuia $B=f(I)$. Această curbă permite să se cunoască valoarea lui B, cînd se știe intensitatea curentului care parcurge bobinele electromagnetului.

β. *Un compensator* (potențiometru), al cărui principiu de funcționare și mod de utilizare s-au prezentat într-un alt capitol și care servește la măsurarea tensiunii Hall. În funcție de construcția compensatorului utilizat, se dau indicațiile necesare.

γ. *Circuitul de alimentare al sondei Hall și circuitul de compensare.* Ambele circuite se realizează după schema din figura 10-3. Contactele Hall, a și b, se continuă cu electrozii Hall, iar electrozii de comandă — care leagă sonda de circuitul de comandă (E, R, n, m, K, E) pentru a fi parcursă de curentul de comandă $I=I_C$ — sînt fixați pe placă prin contactele m și n.

Circuitul de compensare este necesar pentru a corecta efectul nesimetriei contactelor Hall (a, b), adică a faptului că cele două contacte a și b nu sînt la același potențial înainte de aplicarea inducției B. Efectul constă în apari-

Scanned with OKEN Scanner

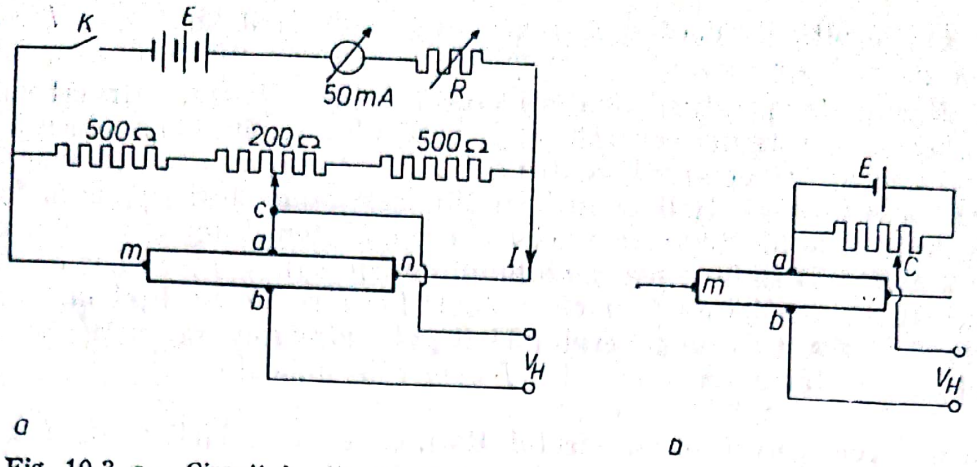


Fig. 10-3. *a* — Circuit de alimentare şi de compensare a sondei Hall; *b* — circuit de compensare.

ţia unei tensiuni (care este proporţională cu intensitatea curentului I numită *tensiune de repaus*) între capetele electrozilor Hall (fig. 10-1). Acest efect este mare şi nu poate fi neglijat, de aceea, trebuie să se ţină cont de existenţa lui, măsurîndu-l şi scăzîndu-l din V_H.

Mai practic este ca această tensiune să fie compensată, folosind diverse montaje ca cele indicate prin figura 10-3, *a* şi *b*. În cazul montajului realizat după schema din figura 10-3, *a*, compensarea se realizează deplasînd cursorul C într-un sens sau altul. Dacă se foloseşte montajul indicat de figura 10-3, *b* şi nu se poate obţine compensarea prin deplasarea cursorului C, se inversează legăturile la polii sursei de curent şi apoi se procedează în acelaşi mod.

10.3.2. Influenţa inducţiei magnetice şi a temperaturii. a. Constanta generatorului Hall (R_H/d) depinde de natura substanţei din care este făcută placa şi de dimensiunile acesteia, numai atît timp cît inducţia magnetică are valori mici; cînd acestea sînt mari, este necesar să se aducă unele corecţii. Criteriul după care o inducţie poate fi considerată de valoare mică (slabă) sau mare (puternică), în forma uzuală, se exprimă prin inegalitatea

$$\mu B < 1, \tag{10-10}$$

în care μ este mobilitatea purtătorilor de sarcină. Deci o inducţie magnetică poate fi considerată ca fiind mică, în cazul unui material cu μ mic şi mare, dacă materialul din care este făcută plăcuţa are μ mare.

De exemplu, în cazul Ge, la temperatura camerei, expresia $\mu B = 0{,}38\ \frac{m^2}{V \cdot s} \cdot B$ tesla < 1, conduce la concluzia că o inducţie de un tesla este mică ($0{,}38 \cdot 1 < 1$).

În cazul aliajului In. Sb, care are $\mu = 6{,}5\ m^2/V \cdot s$, rezultă însă, din expresia $\mu \cdot B = 6{,}5\ \frac{m^2}{V \cdot s} \cdot B$ tesla < 1, că inducţia de 1 T este mare ($6{,}5 \cdot 1 > 1$). Pentru această substanţă, o inducţie va fi considerată mică dacă nu va depăşi valoarea de 0,15 T.

Dealtfel, pentru acelaşi material, dar la temperaturi diferite, criteriul de mai sus ($\mu \cdot B < 1$) va fi satisfăcut la valori diferite ale inducţiei, întrucît μ variază cu temperatura. De exemplu, în cazul Ge, la temperatura de 50 K, μ are o valoare de aproximativ 10 ori mai mare ca la temperatura ambiantă

(~300 K); rezultă că, dacă se lucrează cu o sondă Hall din Ge, la $T = 50$ K, inducția $B = 1$ T este mare.

b. Influența temperaturii poate fi destul de importantă, întrucît conduce la modificarea constantei generatorului. Este bine ca întreaga plăcuță să se găsească la aceași temperatură, pentru a se evita apariția t.e.m. termoelectrice. În cazul generatorilor Hall constituiți din semiconductori, a căror funcționare depinde mult de temperatură, trebuie ca intensitatea curenților care îl traversează ($I = I_c$) să fie mică (de ordinul miliamperilor sau zecilor de miliamperi) pentru ca încălzirea prin efect Joule-Lenz să fie neglijabilă.

Dacă se lucrează cu un generator Hall gata construit, să nu se depășească niciodată intensitatea maximă a lui I care este indicată.

10.3.3. Efecte care însoțesc efectul Hall. Tensiunea Hall poate fi confundată cu tensiunile datorate altor efecte.

a. *Efectul Ettingshausen.* În prezența inducției magnetice, forța magnetică care se exercită asupra purtătorilor de curent (electronilor) depinde de viteza acestora; ca urmare, apare un gradient de temperatură (în cazul descris, după direcția Oz). În aceasta constă efectul Ettingshausen. Datorită diferenței de temperatură care apare între diferitele regiuni ale plăcii, apare o diferență de temperatură și între contactele (electrozii) Hall (a și b) și aceasta are ca urmare apariția unei t.e.m. termoelectrice în circuitul electrozilor Hall, întrucît contactele sînt obținute utilizînd un material diferit decît acela din care este constituită placa. Deoarece diferențele de temperatură care apar sînt de ordinul fracțiunilor de grad, t.e.m. datorită efectului Ettingshausen poate fi adesea neglijată în cazul efectului Hall izoterm.

b. *Efectul Nernst.* Dacă placa este sediul unui gradient de temperatură după o direcție (Ox de exemplu) și se află într-o inducție $\vec{B}$, perpendiculară pe suprafața plăcii (după Oy), după o a treia direcție (Oz) apare o t.e.m. transversală. Deseori, această t.e.m. este neglijabilă la temperatura ambiantă (~300 K) (de ordinul microvolților).

c. *Efectul Righi-Leduc.* Dacă într-un eșantion conductor există un curent termic — analog curentului electric (după direcția Ox de exemplu) — și conductorul se află într-o inducție magnetică $\vec{B}$ (după Oy) apare un gradient de temperatură după a treia direcție (Oz) (de ordinul a 10^{-7} K). Ca urmare, contactele a și b vor avea temperaturi diferite și acestea determină o t.e.m. termoelectrică.

Pentru a obține un rezultat al măsurării lui V_H neafectat de influența efectelor enumerate mai sus și de efectul nesimetriei contactelor Hall, se fac mai multe măsurători care diferă prin aceea că mărimile I și B nu rămîn cu același sens.

Notînd tensiunile e.m. datorate celor patru efecte cu V_E, V_N, V_{RL} și V_C și rezultatele măsurătorilor cu $V_1, \ldots, V_4$, se pot scrie următoarele ecuații:

$$
\begin{aligned}
(+B, +I) \quad & V_1 = V_H + V_E + V_N + V_{R.L} + V_C \\
(+B, -I) \quad & V_2 = -V_H - V_E + V_N + V_{R.L} - V_C \\
(-B, -I) \quad & V_3 = V_H + V_E - V_N - V_{R.L} - V_C \\
(-B, +I) \quad & V_4 = -V_H - V_E - V_N - V_{R.L} + V_C
\end{aligned}
\qquad (10\text{-}11)
$$

Neglijînd influența efectului Ettingshausen, se obține

$$V_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} \qquad (10\text{-}12)$$

10.3.4. Procedeul experimental. Se confecționează mai întîi cîteva sonde din același material semiconductor, dar cu raportul L/l diferit, cu scopul de a se verifica valabilitatea relației (10-9) dedusă pentru cazul eșantionului infinit de lung.

Se execută apoi cele trei circuite ale instalației de lucru, după cum s-a indicat mai înainte.

Se măsoară V_H la temperatura ambiantă și cu ajutorul relațiilor cuprinse în partea teoretică, se determină R_H și n.

Cunoscînd conductivitatea σ a substanței sau măsurînd-o cu o metodă în punte, se determină mobilitatea Hall (μ_H).

Să se traseze curbele $V_H = f(I)$ și $V_H = f(B)$ și să se găsească valoarea inducției care poate fi considerată mică pentru materialul din care este constituită sonda.

Să se determine R_H și celelalte caracteristici ale materialului din care este făcută sonda la o temperatură coborîtă, (în apă cu gheață, în CO_2 solid, în azot lichid) și să se arate cu cît intervin efectele mai sus menționate, în precizia măsurării lui V_H. (Inversarea inducției se face prin rotirea probei cu 180°.) *Să se arate* care este inducția maximă admisibilă în cazul funcționării generatorului Hall la temperaturi joase [trasînd curba $V_H = f(B)$].

Toate măsurătorile pot fi efectuate și cu o sondă Hall construită de fabrică.

Să se discute toate rezultatele obținute în ceea ce privește precizia.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 11 | INDUCŢIA MAGNETICĂ

11.1. INTRODUCERE

11.1.1. Definiţii şi formule. Experimental se arată că datorită unor sarcini electrice q_i în mişcare, într-un punct aflat în spaţiul (vid sau cu un mediu oarecare) din jurul acestora, există ceea ce se numeşte un *cîmp magnetic*. Cîmpul magnetic se caracterizează prin *vectorul inducţie magnetică* $\vec{B}$ care este diferit în fiecare punct din acea regiune a spaţiului; aceasta înseamnă că în jurul unor sarcini q_i în mişcare (în spaţiul din jurul unui curent electric), există un cîmp de vectori care se exprimă matematic prin funcţia:

$$\vec{B}(x,\ y,\ z,\ t) \tag{11-1}$$

Dacă $\vec{B}$ nu variază în timp, — cum se consideră în cazul magnetostaticii —, atunci expresia matematică (11-1) a inducţiei magnetice devine:

$$\vec{B}(x,\ y,\ z) \tag{11-2}$$

Un cîmp magnetic există nu numai în jurul sarcinilor electrice în mişcare (I), ci şi în jurul *magneţilor* (substanţei magnetizate).

Dacă într-un punct al unei regiuni din spaţiu unde există un cîmp magnetic se găseşte o sarcină electrică dq, care se deplasează ordonat cu viteza $\vec{v}$, atunci asupra acesteia se exercită o forţă $\vec{F}_m$ de natură electromagnetică (pe scurt, magnetică), a cărei valoare depinde de $\vec{B}$:

$$\mathrm{d}\vec{F}_m = \mathrm{d}q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{11-3}$$

sarcină în mişcare se în cîmp

De asemenea, un punct se află într-o regiune din spaţiu unde există un cîmp magnetic, dacă plasînd în acel punct un element $\mathrm{d}\vec{l}$ al unui circuit parcurs de un curent electric de intensitate I, (element de curent de intensitate I), asupra acestuia se exercită o forţă de natură electromagnetică a cărei expresie este cunoscută sub denumirea de *legea elementară a lui Laplace*:

forţă compusă
unui dl, de int. I

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\ \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} \tag{11-4}$$

La această lege se ajunge cu uşurinţă, dacă în relaţia (11-3) (a lui Lorentz) se face înlocuirea: $\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}l \Delta S$, în care ρ este densitatea volumică de purtători de sarcină din conductorul care constituie elementul de circuit şi ΔS este aria secţiunii drepte a conductorului (firului); în acest fel, se obţine:

$$\mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}q\ \vec{v} \times \vec{B} = \rho\ \mathrm{d}l \Delta S \vec{v} \times \vec{B}$$

Scanned with OKEN Scanner

Ţinînd seama de faptul că $\vec{v}$ şi $d\vec{l}$ sînt paraleli şi de relaţiile $\vec{i}=\rho\vec{v}$ şi $I=i\Delta S$, în care $\vec{i}$ este vectorul densitate de curent, iar I este intensitatea curentului, se poate scrie:

$$d\vec{F}=\rho v\Delta S d\vec{l}\times\vec{B}=i\Delta S d\vec{l}\times\vec{B}=I d\vec{l}\times\vec{B}$$

Existenţa unui cîmp magnetic se poate pune în evidenţă şi cu ajutorul unui mic ac magnetic care se poate roti în jurul unui ax; plasat într-un cîmp magnetic, acul magnetic suferă în primul rînd acţiunea unui cuplu de forţe care îl determină să se rotească.

Dacă se calculează circulaţia vectorului inducţie magnetică $\vec{B}$ de-a lungul unui contur închis (Γ) care înconjoară în sens pozitiv un conductor (orientat) parcurs de un curent de intensitate I, se obţine ceea ce se cunoaşte sub denumirea de *teorema lui Ampère* (valabilă în vid):

$$\tau=\boxed{\oint_\Gamma \vec{B}d\vec{l}=\mu_0 I,} \quad \text{th. Ampère.} \qquad (11\text{-}5)$$

în care μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului.

Formula (11-5) conduce să se introducă un alt vector, $\vec{H}$, definit în fiecare punct al spaţiului în care există un cîmp magnetic, prin relaţia:

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H} \qquad (11\text{-}6)$$

Cu ajutorul lui $\vec{H}$, numit *vectorul cîmp magnetic* (după unele propuneri recente, denumit *vectorul excitaţie magnetică*), teorema lui Ampère se scrie mai simplu, independent de natura mediului în care se află conductorul:

$$\boxed{\oint \vec{H}d\vec{l}=I} \qquad (11\text{-}7)$$

Din cele de mai sus, se vede că un cîmp magnetic este caracterizat atît prin vectorul inducţie magnetică $\vec{B}$, — cum se procedează de cele mai multe ori —, cît şi prin vectorul cîmp magnetic (excitaţia magnetică) $\vec{H}$.

11.1.2. Unităţi de măsură. În SI, unitatea de inducţie magnetică se numeşte weber pe metru pătrat (sau Tesla), Wb/m² (T) şi este inducţia magnetică care produce un flux uniform de 1 Wb (weber) printr-o suprafaţă cu aria de 1 m², normală pe cîmp.

Un Wb este fluxul inducţiei magnetice care, prin anularea liniară a lui în timp de o secundă, produce în spira unică ce-l îmbrăţişează o t.e.m. de 1 volt.

Unitatea de cîmp magnetic în SI se numeşte amper pe metru (A/m) şi este cîmpul magnetic produs în centrul unei spire circulare de 1 m diametru, parcursă de un curent de 1 amper (1 A).

În acelaşi sistem de unităţi, permeabilitatea vidului μ_0 este egală cu $4\pi\cdot10^{-7}$ H/m; un henry pe metru (H/m) — unitatea de permeabilitate — este permeabilitatea mediului izotrop în care cîmpul magnetic de 1 A/m produce o inducţie magnetică de 1 T (Wb/m²).

11.2. INDUCŢIA MAGNETICĂ ÎN VID

11.2.1. Determinarea inducţiei magnetice în vid. a. *Determinarea inducţiei magnetice prin calcul.* Inducţiile create de circuite cu forme geometrice simple se pot calcula cu ajutorul unor expresii care se găsesc prin aplicarea legii Biot-Savart (Biot-Savart-Laplace) :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (11\text{-}8)$$

Această lege se referă la inducţia magnetică creată de un element de curent de intensitate I ($I d\vec{l}$) într-un punct M aflat la distanţa r de acesta (fig. 11-1).

Inducţia magnetică este perpendiculară pe planul determinat de punctul M şi elementul de circuit $d\vec{l}$ şi are sensul dat de regula burghiului (fig. 11-1).

Aplicînd această lege, se găseşte că inducţia magnetică creată de un conductor rectiliniu, presupus infinit de lung şi parcurs de curent, într-un punct aflat la distanţa r de conductor, se poate calcula după formula :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \qquad H = \frac{I}{2\pi r} \qquad (11\text{-}9)$$

în care I se exprimă în amperi şi r în metri.

În cazul unei spire circulare de rază R, parcursă de curent (fig. 11-2), se găseşte — aplicînd aceeaşi lege — că inducţia magnetică într-un punct al axei sale aflat la distanţa x de centrul O, se poate calcula cu ajutorul formulei :

$$B = \mu_0 \frac{I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{I}{2R} \sin^3 \alpha \qquad (11\text{-}10)$$

Dacă punctul M se află în centrul spirei :

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}, \qquad (11\text{-}11)$$

şi

$$H = \frac{I}{2R} \qquad (11\text{-}12)$$

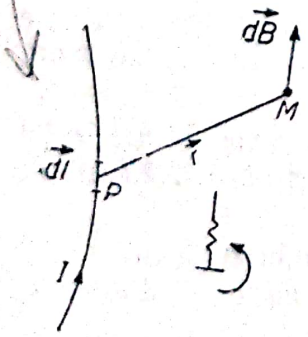


Fig.11-1. Inducţia magnetică creată de un element de curent de intensitate ($I d\vec{l}$) într-un punct M.

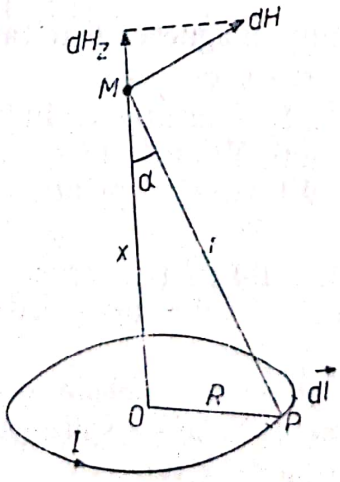


Fig. 11-2. Inducţia magnetică creată de o spiră circulară parcursă de curent.

Cînd se realizează o bobină plată (n spire alăturate, de aceeaşi rază şi parcurse de acelaşi curent), inducţia magnetică se calculează după relaţiile (11-10) şi (11-11), care mai conţin şi factorul n (numărul de spire).

În cazul unei bobine lungi constituită dintr-un singur strat de spire, par-

cursă de curent (denumită uneori „solenoid"), inducția magnetică se calculează într-un punct al axei sale aflat în exteriorul (fig. 11.3, *a*) sau interiorul (fig. 11-3, *b*) bobinei, după două formule care se obțin plecînd de la formula (11-10) în sinus:

$$B = \mu_0 \frac{n_1 I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2);$$

$$B = \mu_0 \frac{n_1 I}{2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2). \quad (11\text{-}13)$$

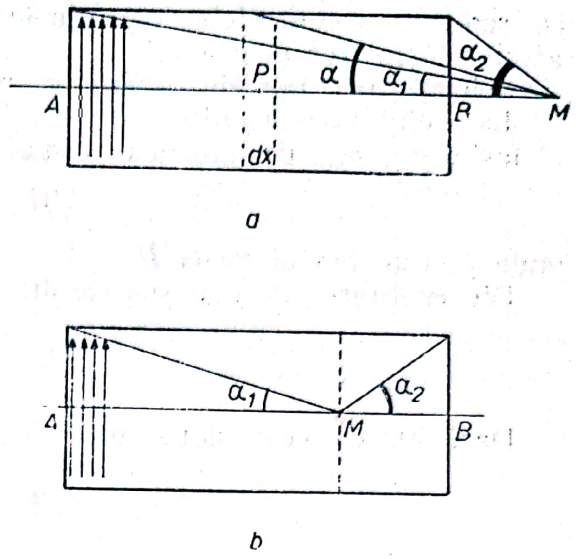


Fig. 11-3. Inducția magnetică creată de o bobină dreaptă parcursă de curent într-un punct al axei sale:
a — aflat în exterior și *b* — aflat în interior.

În figura 11-3, *a*, cu d*x* s-a notat lungimea unei bobine plate, iar n_1 din formulele (11-13) reprezintă numărul de spire pe unitatea de lungime.

Dacă bobina este lungă față de diametrul ei, inducția magnetică se poate calcula într-un punct interior de pe axul bobinei (fig. 11-3, *b*) cu o aproximație bună, după formula mult utilizată în practică:

$$B = \mu_0 n_1 I \quad (11\text{-}14)$$

b. *Măsurarea inducției magnetice în valoare absolută.* Una din metodele cu care se poate efectua o măsurare absolută a inducției magnetice, este aceea care folosește *balanța lui Cotton* (fig. 11-4). Conductorul *O abcd* este constituit din porțiuni radiale (*Oa*, *Od*, *bc*) sau după arce (*ab*, *cd*) față de centrul *O* aflat pe axa de rotație a balanței.

Dacă *B* este perpendicular pe porțiunea de circuit *bc* (îndreptat din față în spate), — și astfel se lucrează cu această balanță —, momentele forțelor electromagnetice care acționează asupra conductorului parcurs de curentul de intensitate *I* se evaluează după cum urmează: α) Legea lui Laplace (11-4), aplicată la porțiunea de circuit *bc*, de lungime *l*, conduce la expresia forței *F* care se exercită asupra acesteia:

$$F = IlB$$

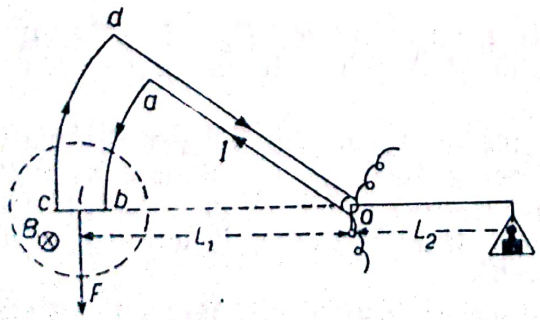


Fig. 11-4. Balanța lui Cotton.

Momentul acestei forțe, — îndreptată de sus în jos dacă *I* are sensul indicat pe figura 11-4 —, în raport cu axul *O* este:

$$M_1 = FL_1 = IlBL_1,$$

unde L_1 este distanța de la centrul axei de rotație a balanței pînă la mijlocul segmentului *bc*.

β) Forțele care acționează asupra ramurilor *ab* și *cd* sînt opuse

ca sens, iar momentele lor față de axa O sînt nule, întrucît direcțiile acestor forțe trec prin axă.

Celelalte porțiuni ale conductorului nu se află în cîmpul magnetic.

La echilibru, momentul forței electromagnetice trebuie să fie egal cu acela al forței $p = mg$, de natură mecanică:

$$IlBL_1 = mgL_2,$$

unde L_2 este brațul forței P.

Din egalitatea de mai sus rezultă:

$$B = \frac{L_2}{L_1} \frac{mg}{Il} \tag{11-15}$$

Dacă brațele celor două forțe sînt egale,

$$B = \frac{mg}{Il} \tag{11-15'}$$

Eroarea minimă care afectează măsurătorile efectuate cu balanța Cotton este de aproximativ $10^{-2}\%$.

c. *Măsurarea inducției magnetice cu fluxmetrul.* Una din metodele cu care se efectuează măsurări relative asupra inducției magnetice se bazează pe utilizarea fluxmetrului. Acesta este un galvanometru cu cadru mobil de construcție deosebită de aceea a unui galvanometru balistic prin aceea că momentul cuplului antagonist $C\alpha$ este neglijabil față de momentele de natură electromagnetică $\left(\Phi_0 i \text{ și } \frac{\Phi_0^2}{R} \frac{d\alpha}{dt}\right)$; cadrul acestuia este în echilibru, într-o poziție oarecare.

În capitolul 3 s-a arătat că ecuația mișcării cadrului unui galvanometru este:

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = \Phi_0 i \tag{11-16}$$

unde K este momentul de inerție al cadrului, C este constanta de torsiune a firului de suspensie, $\Phi_0 = BSN$ este fluxul care traversează cadrul cînd inducția magnetică este perpendiculară pe suprafața spirelor, i este valoarea instantanee a curentului care traversează galvanometrul și $A = A_1 + \frac{\Phi_0^2}{R}$ este coeficientul de amortizare (în cele ce urmează, se va considera numai termenul $\frac{\Phi_0^2}{R}$, — coeficientul de amortizare electromagnetică —, întrucît A_1, coeficientul de amortizare mecanică, este neglijabil); $R = R_g + R_e$ este suma dintre rezistența cadrului galvanometrului (R_g) și rezistența (R_e) a circuitului exterior.

De asemenea s-a arătat că un galvanometru cu cadru mobil permite măsurarea sarcinilor electrice q, dacă se satisface condiția de funcționare în regim balistic: durata curentului i (care străbate cadrul) să fie mai mică decît timpul după care se pune în mișcare cadrul, acest timp fiind socotit din momentul cînd cadrul începe să fie parcurs de curent.

Sarcinile electrice pot fi măsurate cu același instrument, fără a fi satisfăcută condiția specificată mai înainte, dacă se realizează ca prin construcție,

cuplul antagonist care acționează asupra cadrului să fie nul, $C=0$ (cadru suspendat pe pivoți).

Și în acest caz, unghiul α de rotire a cadrului este proporțional cu sarcina electrică ce a parcurs cadrul instrumentului.

Întrucît $C=0$, ecuația (11-16) devine:

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{\Phi_0^2}{R}\frac{d\alpha}{dt}=\Phi_0 i \qquad (11\text{-}17)$$

Dacă la momentul $t_1=0$, cadrul se află în poziția indicată de unghiul α_1 și începe să fie parcurs de curentul i și dacă la momentul $t_2=t$, — cînd curentul i încetează să mai traverseze cadrul —, acesta se află în poziția indicată de unghiul α_2, ecuația (11-17) se poate scrie:

$$K\int_0^t \frac{d^2\alpha}{dt^2}dt+\frac{\Phi_0^2}{R_0}\int_0^t \frac{d\alpha}{dt}dt=\Phi_0\int_0^t i\,dt$$

Dar,

$$\int_0^t \frac{d^2\alpha}{dt^2}dt=\left[\frac{d\alpha}{dt}\right]_0^t=\omega_t-\omega_0=0,$$

întrucît viteza unghiulară a mișcării cadrului este nulă la momentul t_1 ($\omega_0=0$) și la momentul $t_2=t$ este iarăși nulă ($\omega_t=0$); aceasta are loc deoarece se lucrează cu instrumentul în regim puternic amortizat (R_e de ordinul ohmilor) și rotirea cadrului încetează odată cu încetarea curentului i.

Totodată,

$$\int_0^t \frac{d\alpha}{dt}dt=[\alpha]_0^t=\alpha_2-\alpha_1$$

și

$$\int_0^t i\,dt=q, \text{ încît se poate scrie:}$$

$$\frac{\Phi_0^2}{R}(\alpha_2-\alpha_1)=\Phi_0 q \qquad (11\text{-}18)$$

sau,

$$\alpha_2-\alpha_1=\frac{R}{\Phi_0}q \qquad (11\text{-}18')$$

Rotirea cadrului este deci proporțională cu q; în ceea ce privește timpul de scurgere al acestei sarcini electrice prin cadrul galvanometrului, nu se impune nici o restricție. De aceea, cu fluxmetrul se pot măsura sarcinile electrice produse prin inducție electromagnetică, fenomenul putînd dura chiar cîteva secunde.

Dacă se conectează la fluxmetru, o bobină plată cu n spire de arie S fiecare și se plasează în inducția magnetică de măsurat astfel ca B să fie perpendicular pe S, la momentul $t_1=0$, fluxul magnetic prin bobină va fi: $\varphi=N\cdot B\cdot S$. Scoțînd bobina din cîmp, prin aceasta va trece, în timpul t cît variază fluxul, un curent dat de relația:

$$i=\frac{e}{R}=-\frac{1}{R}\frac{d\varphi}{dt}$$

Scanned with OKEN Scanner

Sarcina electrică ce traversează bobina în timpul t va fi:

$$q = \frac{1}{R}\int_0^t \frac{d\varphi}{dt}\,dt = \frac{1}{R}\varphi \qquad (11\text{-}19)$$

Din relațiile (11-18') și (11-19) rezultă că deviația unghiulară a cadrului este proporțională cu φ și deci cu B de măsurat:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{1}{\Phi_0}\varphi = \frac{NS}{\Phi_0}B. \qquad (11\text{-}20)$$

Adică,

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const. } B, \qquad (11\text{-}20')$$

sau

$$B_{(T)} = K'(\alpha_2 - \alpha_1)] \qquad (11\text{-}20'')$$

În mod obișnuit, scara fluxmetrului se gradează în unități de flux.

Dacă $\alpha_2 - \alpha_1 = n$ diviziuni, fiecare din ele corespunzînd unei anumite fracțiuni K din weber, atunci:

$$B = \frac{Kn}{\text{const.}}, \text{ Wb/m}^2 \qquad (11\text{-}21)$$

De cele mai dese ori, $1/\Phi_0$ este o constantă a instrumentului, iar produsul NS depinde de bobina utilizată.

Fluxmetrul permite măsurarea inducțiilor magnetice cu erori care pot să nu depășească 0,5%; măsurătorile se fac cu destulă ușurință și nu durează mult timp.

Inducția magnetică se mai poate măsura cu „metoda balistică" (cap. 13), pe baza „efectului Hall" (cap. 10) și cu alte metode.

11.3. INDUCȚIA MAGNETICĂ ÎN INTERIORUL UNUI EȘANTION DE SUBSTANȚĂ MAGNETIZATĂ

11.3.1. Definiții și formule. Orice corp, plasat într-un cîmp magnetic $\vec{H}$, se magnetizează, adică devine un magnet de moment magnetic $\vec{M}$. Magnetizarea acelui corp se caracterizează prin *intensitatea de magnetizare* (*medie*) $\vec{J}$ definită prin raportul dintre $\vec{M}$ și volumul v al eșantionului ($\vec{J} = \vec{M}/v$).

În cazul marii majorități a corpurilor, $\vec{J}$ este foarte mic, încît nu se observă în mod obișnuit; totodată, — cu mijloace adecvate —, se constată că $\vec{J}$ este paralel și proporțional cu $\vec{H}$:

$$\vec{J} = \chi\vec{H} \qquad (11\text{-}22)$$

În relația (11-22), constanta χ este un număr și se numește *susceptivitate magnetică.*

Unele substanțe au χ pozitiv și de ordinul a 10^{-3} (în cazul corpurilor solide), iar altele negativ și de ordinul a 10^{-5} (în cazul solidelor). Primele substanțe se numesc *paramagnetice* (aer, $\chi = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$; cristale de clorură ferică, $\chi = 5{,}3 \cdot 10^{-3}$) și se caracterizează prin aceea că $\vec{J}$ este de același sens cu $\vec{H}$,

iar cele din grupul al doilea (apa, $\chi = -9{,}0 \cdot 10^{-6}$; Bi, $\chi = -1{,}5 \cdot 10^{-4}$) se numesc *diamagnetice*; în cazul acestora din urmă, $\vec{J}$ are sens opus față de $\vec{H}$ (și aceeași direcție).

În cazul fenomenelor magnetice care au loc în vid, s-a considerat ca valabilă relația $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Această relație se poate generaliza pentru a exprima inducția magnetică în chiar interiorul unui eșantion de substanță magnetizată scriind:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) \tag{11-23}$$

Vectorul $\vec{B}$ își păstrează proprietatea de a avea un flux conservativ (div. $\vec{B} = 0$) și în acest caz.

Ținînd seama de relația (11-22), (11-23) devine:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu \vec{H} \tag{11-24}$$

În relația de mai sus — care arată că în cazul substanțelor dia- și paramagnetice, $\vec{B}$ este proporțional cu $\vec{H}$ (ca și $\vec{J}$) — $\mu = \mu_0(1 + \chi)$ se numește *permeabilitate magnetică* (absolută); raportul $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi$ se numește *permeabilitate relativă*. Cele două categorii de substanțe de care ne ocupăm, au deci μ_r foarte apropiat de unitate: superior unității, în cazul substanțelor paramagnetice și inferior unității, în acela al substanțelor diamagnetice.

Există și substanțe care se comportă în mod diferit cînd se află într-un cîmp magnetic, cum este fierul; în cazul acestor substanțe, numite *substanțe feromagnetice*, χ ca și μ variază cu intensitatea cîmpului magnetic. De aceste substanțe (ca și de altele care nu respectă, — în anumite condiții —, relația (11-22) nu ne vom ocupa în acest capitol.

11.3.2. Măsurarea susceptivității substanțelor dia- și paramagnetice. În cele ce urmează, se va prezenta numai o metodă de măsură a lui χ pentru lichidele dia- și paramagnetice.

a. *Forța care acționează asupra unui mic eșantion de substanță dia- sau paramagnetică, plasată într-un cîmp magnetic de inducție* $\vec{B}$.

Dacă un circuit de dimensiuni mici (atît de mici încît inducția $\vec{B}$, — produsă de alte circuite —, în tot spațiul unde se află circuitul pe care se sprijină o suprafață oarecare, este constantă) numit dublet magnetic sau un mic eșantion de substanță magnetizată se află într-o inducție $\vec{B}$, momentul cuplului rezultant $\vec{\Gamma}$ și rezultanta generală a forțelor $\vec{F}$ care acționează asupra dubletului magnetic sau a particulei magnetizate de moment magnetic $\vec{\mathfrak{M}}$, se exprimă prin formulele:

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathfrak{M}} \times \vec{B} \tag{11-25}$$

și

$$X = \vec{\mathfrak{M}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial x}; \quad Y = \vec{\mathfrak{M}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial y}; \quad Z = \vec{\mathfrak{M}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \tag{11-26}$$

unde X, Y, Z sînt componentele forței $\vec{F}$.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul micului eșantion magnetizat, $\vec{\Gamma}=0$, întrucît $\vec{\mathfrak{M}}$ și $\vec{B}$ sînt paraleli.

În ceea ce privește forța $\vec{F}$ și componentele acesteia, ținînd seama de faptul că (după (11-22)).

$$\vec{\mathfrak{M}}=\vec{J}v=\chi\vec{H}v, \tag{11-27}$$

acestea sînt date de expresiile:

$$X=\vec{\mathfrak{M}}\frac{\partial\vec{B}}{\partial x}=\chi\vec{H}v\frac{\partial\vec{B}}{\partial x}=\frac{\chi}{2\mu_0}\frac{\partial\vec{B}^2}{\partial x}v$$

$$Y=\frac{\chi}{2\mu_0}\frac{\partial B^2}{\partial y}v \tag{11-28}$$

$$Z=\frac{\chi}{2\mu_0}\frac{\partial B^2}{\partial z}v$$

și

$$\vec{F}=\frac{\chi}{2\mu_0}\overrightarrow{\text{grad}}\ B^2v \tag{11-29}$$

b. *Metoda denivelării.* Pe baza relațiilor de mai sus, se poate efectua o experiență care permite măsurarea susceptivității substanțelor dia- sau paramagnetice. În întrefierul unui electromagnet (sau magnet în potcoavă) se introduce un braț (Q) al unui sistem de vase comunicante (fig. 11-5).

În lipsa inducției $\vec{B}$, lichidul este la același nivel în ambele brațe; brațul (Q) are diametru mic (de ordinul unui centimetru) față de brațul R. În prezența lui $\vec{B}$, lichidul urcă (dacă este paramagnetic) sau coboară (dacă este diamagnetic), întrucît asupra acestuia se exercită o presiune după direcția verticală.

Pentru a obține expresia cu care se poate calcula presiunea la care este supus lichidul aflat în inducția $\vec{B}$, trebuie găsită mai întîi formula energiei magnetice a unui mic magnet plasat într-un punct A al unei regiuni din spațiu unde există inducția $\vec{B}$.

Energia pe care o posedă micul magnet este egală cu lucrul mecanic necesar de efectuat pentru a-l îndepărta din punctul A pînă la infinit, forța care acționează asupra acestuia fiind dată de relația (11-29).

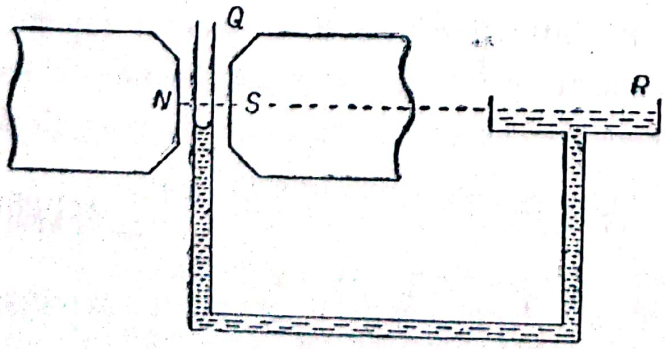


Fig. 11-5. Metoda denivelării de măsurare a susceptivității magnetice la lichide dia- sau paramagnetice.

$$W=\int_A^\infty\vec{F}d\vec{l}=\int_A^\infty\frac{\chi v}{2\mu_0}\overrightarrow{\text{grad}}\ B^2\,dl,$$

sau

$$W=\int_B^0\frac{\chi v}{2\mu_0}dB^2=-\frac{\chi v}{2\mu_0}B^2 \tag{11-30}$$

Prin denivelare, o cantitate de lichid al cărui volum dv este sdh — unde s este aria secțiunii drepte a ramurii Q și dh reprezintă creșterea nivelului

lichidului în aceeaşi ramură — trece din ramura R, unde inducţia este nulă, în ramura Q, unde inducţia are valoarea B. Adică s-a efectuat un lucru mecanic $d\tau$, în schimbul căruia a crescut energia magnetică cu dW. Acest lucru s-a efectuat prin învingerea forţei $\vec{F}$ de natură magnetică; aplicînd principiul conservării energiei, se obţine:

$$-d\tau = dW \text{ şi } -Fdh = \frac{-\chi}{2\mu_0} B^2 s\, dh \tag{11-31}$$

Din relaţia (11-31), se deduce că forţa de natură magnetică,

$$F = \frac{\chi}{2\mu_0} B^2 S, \tag{11-32}$$

care acţionează, după verticală, asupra lichidului din ramura Q, corespunde unei presiuni a cărei expresie este:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\chi}{2\mu_0} B^2 \tag{11-33}$$

Această presiune este echilibrată de presiunea lichidului datorită denivelării; dacă diferenţa dintre nivelele lichidului în cele două ramuri este h, atunci se poate scrie:

$$\frac{\chi_a}{2\mu_0} B^2 = \rho g h, \tag{11-34}$$

unde ρ este densitatea lichidului, iar $\chi_a = \chi - \chi_0$ este susceptivitatea aparentă a lichidului în aer. χ_a se defineşte ca diferenţa dintre χ — susceptivitatea lichidului plasat în vid şi χ_0 — susceptivitatea aerului ($\chi_0 = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$).

Această metodă conduce la rezultate afectate de erori sub 1/1 000. Limitarea preciziei măsurătorilor se datorează în primul rînd faptului că intervin erori cauzate de capilaritate; în cazul apei, de exemplu, apare o denivelare a suprafeţelor lichidului din cele două braţe de ordinul 0,1 mm, chiar cînd diametrul tuburilor este de 3 cm. Pentru comparare, se precizează că, în aceleaşi condiţii, în prezenţa unei inducţii de 2 Tesla, denivelarea este de aproximativ 1,4 mm.

11.4. MĂSURAREA INDUCŢIEI MAGNETICE ÎN ÎNTREFIERUL UNUI ELECTROMAGNET

11.4.1. Măsurarea inducţiei în întrefierul unui electromagnet cu balanţa Cotton. Se realizează o instalaţie după schema indicată în figura 11-6, alegînd astfel elementele din circuit (E şi R) încît intensitatea curentului care îl parcurge să fie de $I' = 1$ A (curentul de lucru este indicat pe balanţă). Se fixează o anumită valoare a întrefierului — de exemplu $e = 2$ cm — şi se face ca înfăşurarea electromagnetului să fie parcursă de un curent continuu I, de valoare cuprinsă între 0,1 A şi 5 A.

Să se traseze, pentru diverşi e, curbele $B = f(I)$ şi pentru diverşi I, curbele $B = f(e)$.

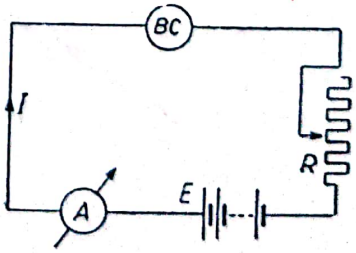


Fig. 11-6. Circuit de alimentare al balanţei Cotton.

Să se discute precizia măsurătorilor efectuate.

Observații. a. Să se ia precauții ca să se afle în inducția magnetică de măsurat numai porțiunea activă $bc = l$ a conductorului din care este constituită balanța.

b. Să se manevreze cu atenție sistemul de blocare a balanței, pentru a nu o deregla.

11.4.2. Măsurarea inducției în întrefierul unui electromagnet cu fluxmetrul. Se conectează la fluxmetru o bobină plată de suprafață totală cunoscută, de exemplu de $S = 250$ cm² (bobinele însoțesc aparatul fabricat sau se pot confecționa — cu multă grijă — în laborator).

În cazul cînd nu se cunoaște constanta K a fluxmetrului, se măsoară, cît mai precis, inducția B în întrefierul electromagnetului (e și I fiind fixați de mai înainte) cu balanța Cotton, în valoare absolută. Procedînd apoi cum s-a descris în partea teoretică, din lectura deviației $\alpha_2 - \alpha_1$, se determină K' cu ajutorul formulei (11-20″).

$$B = K'(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Să se traseze caracteristicile electromagnetului: $B = f(I)$ la $e =$ constant și $B = f(e)$ la $I =$ constant.

Să se estimeze erorile de măsurare (se va ține seama de eroarea cu care se cunoaște suprafața S a bobinei).

11.5. MĂSURAREA SUSCEPTIVITĂȚII UNEI SUBSTANȚE PARAMAGNETICE

11.5.1. Măsurarea lui χ a unei soluții de clorură ferică ($FeCl_3$). Se introduce brațul fără rezervor al vaselor comunicante Q, (fig. 11-5) în întrefierul electromagnetului și se măsoară diferența de nivel a lichidului cînd se aplică inducția magnetică, cu ajutorul unui catetometru; formula (11-34) permite determinarea susceptivității soluției de clorură ferică. Măsurătorile se pot efectua cu vase comunicante de diverse diametre (1 cm — 3 cm) și la inducții de diverse valori. *Să se discute* erorile care afectează rezultatul măsurătorilor.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 12 | ELEMENTELE MAGNETISMULUI TERESTRU

12.1. CÎMPUL MAGNETIC TERESTRU

12.1.1. Definiţii. Pămîntul este considerat, în prima aproximaţie, ca un magnet sferic avînd un cîmp magnetic cu o distribuţie uniformă; ca orice cîmp magnetic uniform, acesta are asupra unui ac magnetic suspendat liber în centrul său de greutate, o acţiune de orientare, luînd în orice punct de pe glob o direcţie determinată.

Planul vertical care trece prin polul nord geografic se numeşte *meridian geografic*, iar planul vertical care conţine vectorul inducţie magnetică terestră, — care caracterizează cîmpul magnetic terestru într-un loc oarecare de pe glob —, se numeşte *meridian magnetic*.

Ansamblul fenomenelor magnetice care sînt legate de cîmpul magnetic pămîntesc sau care privesc existenţa acestuia, poartă deseori denumirea prescurtată de *magnetism terestru*.

Pentru simplificarea măsurării vectorului inducţie magnetică terestră $\vec{B}_T$, orientarea acestuia se defineşte cu ajutorul unghiurilor de *înclinaţie magnetică* I şi de *declinaţie magnetică* D, iar intensitatea, prin *componenţa orizontală a inducţiei terestre* B_o. Aceste mărimi, declinaţia, înclinaţia şi componenta orizontală, care definesc vectorul inducţiei magnetice terestre, poartă numele de *elementele magnetismului terestru*.

Declinaţia magnetică D este unghiul făcut de planul meridianului magnetic (M) al locului cu cel geografic (G) (fig. 12-1). Aceasta poate fi vestică (occidentală) sau estică (orientală), după cum meridianul magnetic se află la vest sau la est de meridianul geografic, în raport cu polul nord, adică după cum polul nord al unui ac magnetic, putînd oscila liber într-un plan orizontal, se îndreaptă spre vestul sau estul polului (nord) geografic. De exemplu, în figura 12-2 se arată cum se orientează acul magnetic atunci cînd declinaţia este vestică (unde g — geografic şi m — magnetic).

Înclinaţia magnetică este unghiul format de vectorul inducţie magnetică terestră cu planul orizontal, adică unghiul dintre axa unui ac magnetic, — putînd oscila în jurul unui ax orizontal

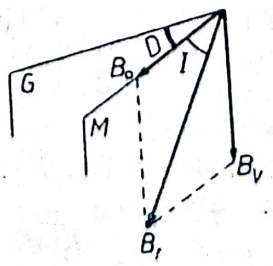


Fig. 12-1. Declinaţia magnetică (definiţie).

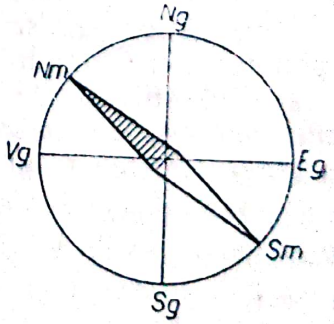


Fig. 12-2. Declinaţia vestică.

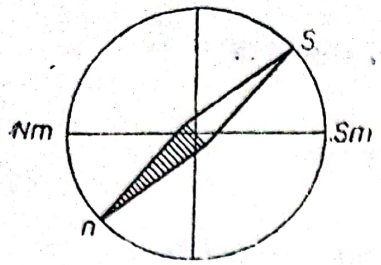


Fig. 12-3. Înclinația nordică.

care trece prin centrul său de greutate —, aflat în planul meridianului magnetic și orizontala din același plan. Înclinația este nordică (pozitivă), sau sudică (negativă), după cum vectorul inducție magnetică este îndreptat spre sol sau în sens contrar; adică după cum polul nord sau sud al acului magnetic se află sub orizontală. În emisfera boreală, polul nord al unui ac magnetic, care oscilează liber într-un plan vertical, se stabilește cu polul nord sub orizontală (fig. 12-3); în acest caz înclinația este nordică. În emisfera australă, înclinația este sudică.

Componenta orizontală a inducției magnetice terestre. Inducția magnetică terestră B_T are două componente în planul meridianului magnetic: una verticală B_v și una orizontală B_o; obișnuit se măsoară componenta orizontală B_o. După cum se vede din figura 12-4:

$$B_T = \sqrt{B_o^2 + B_v^2} \qquad (12\text{-}1)$$

Componenta orizontală a inducției terestre este aceea care orientează acul în planul meridianului magnetic, iar componenta verticală determină unghiul de înclinație.

12.1.2. Ipoteze asupra originii cîmpului magnetic terestru. O teorie a magnetismului pămîntesc ar trebui să explice: existența cîmpului magnetic pămîntesc avînd o distribuție aproape uniformă, variația sa în timp — numită variație seculară —, ordinul de mărime al intensității magnetice a Pămîntului și unghiul dintre axa de rotație a globului și momentul magnetic al Pămîntului care este de 11,5°.

Intensitatea inducției magnetice terestre, ca și elementele D, I și B_o, variază cu locul de pe glob și în fiecare loc variază în timp. Dacă se face media valorilor elementelor magnetismului terestru $\bar{D}$, $\bar{I}$ și $\bar{B}$ din măsurătorile efectuate într-un anumit loc, în timp de un an, acestea definesc cîmpul magnetic terestru mediu — mai pe scurt — *cîmpul mediu*. Peste acesta se suprapune un *cîmp instantaneu suplimentar*, care variază neregulat ca mărime și direcție.

Cauzele cîmpului magnetic mediu nu se cunosc; există însă mai multe ipoteze care conduc la teorii nesatisfăcătoare. Așa este *teoria sarcinilor în rotație*; aceasta presupune că Pămîntul posedă două sarcini electrice diferite ca mărime și opuse ca semn, — distribuite una în volum și alta pe suprafața globului terestru —, care, rotindu-se odată cu Pămîntul, produc un cîmp magnetic. Această teorie este infirmată de datele experimentale. Cîmpului electric constant existent la suprafața Pămîntului, de aproximativ 100 V/cm (măsurat experimental), îi corespunde o sarcină de $Q = 5{,}4 \cdot 10^5$C. Pentru explicarea magnetismului terestru însă, este necesară o sarcină de 10^8 ori mai mare; pe lîngă aceasta, nu se poate explica separarea sarcinilor.

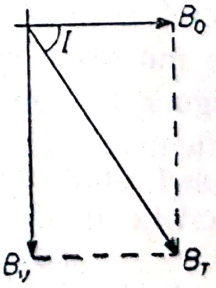


Fig. 12-4. Componentele inducției magnetice terestre în planul meridianului magnetic:
B_o — componenta orizontală; B_v — componenta verticală.

O altă teorie se bazează pe efectul Einstein-Barnett. Barnett a dovedit experimental că o bară de fier se magnetizează prin rotire în jurul unui ax care coincide cu axa

barei. Această magnetizare, teoretic, este echivalentă cu aceea produsă sub acțiunea unui cîmp magnetic a cărui intensitate se determină din ecuația:

$$H = \frac{m\nu}{\mu_0 e} \tag{12-2}$$

unde e/m este sarcina specifică a electronului, ν — frecvența de rotație a barei și μ_0 — permeabilitatea magnetică a vidului.

Barnett măsoară intensitatea de magnetizare J a tijei și găsește valoarea de $1{,}5 \cdot 10^{-3}\nu$ A/m, care este apropiată de cea obținută teoretic. Prin aplicarea acestei formule la globul pămîntesc, în care caz $\nu = \frac{1}{8{,}6} \cdot 10^{-4}$ sec^{-1}, se obține pentru intensitatea de magnetizare a Pămîntului valoarea:

$$J_P = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{8{,}6} \cdot 10^{-4} = 1{,}9 \cdot 10^{-8} \text{ A/m}$$

Întrucît valoarea măsurată a aceleiași mărimi este de 10^{10} ori mai mare, înseamnă că nici această teorie nu poate fi satisfăcătoare.

În 1947, Blakett emite ipoteza că independent de prezența sarcinilor într-un corp care se rotește, acesta trebuie să posede un moment magnetic M proporțional cu momentul lui cinetic P.

Blakett dă și relația de legătură dintre cele două momente:

$$M = \beta \frac{\sqrt{K}}{2c} P, \tag{12-3}$$

în care K este constanta atracției universale, c este viteza luminii și β este un coeficient numeric de ordinul lui 0,25. Calculînd raportul între momentele M și P pentru Pămînt, Soare și steaua 78 din constelația Fecioarei, găsește respectiv: $1{,}11 \cdot 10^{-15}$, $0{,}79 \cdot 10^{-15}$, $0{,}81 \cdot 10^{-15}$ care sînt apropiate ca valoare.

Teoria lui Blakett nu explică însă neuniformitatea magnetizării și abaterea axei magnetice de la axa de rotație. Acestea au fost lăsate pe seama neomogenității structurii globului pămîntesc și prezenței rocilor feromagnetice. Noile măsurători, efectuate pe baza efectului Zeeman, ale cîmpului magnetic al Soarelui și al stelei 78 din constelația Fecioarei, pun sub semn de întrebare ipoteza lui Blakett.

Într-o altă ipoteză, nucleul Pămîntului este conceput ca fiind constituit din fier și nichel. Pămîntul în rotație face ca această masă de materiale feromagnetice să se magnetizeze și ca urmare să capete doi poli magnetici care ar trebui să coincidă cu cei geografici. În sprijinul acestei ipoteze vin măsurătorile recente asupra densității Pămîntului, care dau pentru densitatea medie a acestuia valoarea de $5{,}25 \cdot 10^3$ kg/m^3; cum densitatea scoarței superficiale a Pămîntului este numai de $2{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3 rezultă că nucleul trebuie să fie constituit din materiale cu densitate mai mare (de ordinul 8 sau $10 \cdot 10^3$ kg/m^3) cum ar fi fierul și nichelul. Și această teorie întîmpină dificultăți. Se știe că temperatura nucleului Pămîntului (4 000—10 000 °C) este cu mult peste punctul Curie al fierului (760 °C). Deci, în nucleu, fierul și nichelul și-ar pierde proprietățile feromagnetice. S-a încercat să se explice păstrarea proprietăților feromagnetice ale nu-

Scanned with OKEN Scanner

cleului pămîntesc prin deplasarea punctului Curie spre domeniul temperaturilor înalte datorită acțiunii presiunilor ridicate existente în centrul Pămîntului. Studiul experimental al variației punctului Curie cu presiunea nu confirmă însă o deplasare considerabilă a acestuia o dată cu creșterea presiunii. S-a încercat înlăturarea acestor neajunsuri presupunînd că magnetizarea ar avea loc în straturile superioare, — de la 20 la 100 km —, aflate la temperaturi sub punctul Curie. În acest caz, magnetizarea Pămîntului ar trebui să atingă (5—10) 10^3 A/m, însă magnetizarea rocilor superficiale, datorită conținutului acestora în magnetită, atinge abia (0,05—0,1) 10^3 A/m. Mai trebuie să se presupună că conținutul în magnetită al rocilor crește cu adîncimea; măsurătorile geologice și geofizice infirmă această presupunere.

Ipotezele enumerate nu pot explica nici variația seculară a elementelor magnetismului terestru.

Dacă cîmpul mediu are o origine internă, cîmpul instantaneu suplimentar are origine externă. Aceasta se datorează fenomenelor care se petrec în straturile superioare ale atmosferei (10^2 Km — $5 \cdot 10^3$ Km). În aceste straturi au loc curenți de particule electrizate, care creează la suprafața Pămîntului un cîmp magnetic și totodată induc în scoarță curenți electrici care, la rîndul lor, produc un cîmp magnetic la suprafața Pămîntului.

12.1.3. Variațiile cîmpului geomagnetic. a. *Distribuția geografică a cîmpului mediu.* Măsurătorile făcute asupra elementelor magnetismului terestru în diverse puncte de pe glob indică existența anumitor regularități în distribuția geografică a acestora; această distribuție, în mare, coincide cu aceea a unei sfere uniform magnetizate și poate fi reprezentată matematic prin funcții sferice de coordonatele geografice λ și φ ale locului. În vederea sistematizării datelor experimentale, s-au trasat *hărți magnetice* pentru diverse regiuni ale globului. Pe harta geografică a regiunii, se unesc punctele în care un anumit element geomagnetic are aceeași valoare la un moment dat; altfel spus, se trasează *izoliniile magnetice.* Izoliniile de declinație se numesc *izogone*, cele de înclinație *izocline*, iar cele de intensitate a cîmpului magnetic terestru total H_T, de componente H_v sau H_o, *izodiname.* Abaterea acestora de la drumul lor normal indică punctele de pe glob cu *anomalii magnetice.*

Hărți magnetice de ansamblu pentru țara noastră au fost trasate de *Ștefan Procopiu* pentru epocile 1934—35; 1940—45 și 1954—55. În prezent, cu studiul distribuției spațiale a cîmpului magnetic terestru se ocupă Comitetul național de geodezie și geofizică, iar cu evoluția în timp a acestuia, Observatorul Geofizic Surlari.

În prezent, *declinația* în țara noastră este estică, variind între 0° și 3,5° est; direcția generală a izogonelor este nord-sud, cu tendința de orientare *NNV-SSE. Înclinația* are valori care cresc de la 60,5° în sudul țării, la 64,5° în nord; izoclinele au orientarea generală după direcția est-vest. *Componenta orizontală* a inducției terestre are valorile cuprinse între $0{,}23 \cdot 10^{-4}$ Wb/m² în sud-est și $0{,}21 \cdot 10^{-4}$ Wb/m² în nord; izodinamele au aproximativ orientarea *VSV-NNE.*

b. *Variații în timp ale cîmpului mediu.* Măsurătorile asupra elementelor magnetismului terestru într-un singur loc de pe glob au dus la concluzia că acestea variază în timp.

Scanned with OKEN Scanner

Variația monotonă suferită pe o perioadă mai îndelungată poartă numele de *variație seculară*. Aceasta nu și-a găsit explicația în cadrul ipotezelor făcute asupra originii magnetismului pămîntesc. Variația seculară prezintă o periodicitate de cîteva sute de ani. Astfel, la Paris, declinația a trecut printr-un maxim de valoare 9° est în 1580, a trecut prin zero, a devenit apoi vestică trecînd printr-un maximum de 22,5° vest în 1816 și de atunci scade; deci perioada oscilației ar fi de aproximativ 480 ani.

c. *Variația în timp a cîmpului instantaneu suplimentar.* Elementele magnetismului terestru suferă *variații diurne*, destul de regulate. Astfel, zilnic, declinația trece printr-un maximum pe la ora 14 și printr-un minim în timpul nopții.

Variațiile diurne își găsesc explicația în suprapunerea, peste cîmpul magnetic mediu al globului, a cîmpului magnetic datorat curenților care iau naștere prin rotirea, o dată cu pămîntul, a particulelor încărcate cu electricitate provenite prin ionizare, datorită razelor ultraviolete venite de la Soare.

Se constată, de asemenea, că inducția magnetică terestră variază în permanență, — destul de puțin. Alteori aceste variații ating valori de scurtă durată, destul de importante (o variație a declinației de 1° sau de 3% a lui B_0); se spune în aceste cazuri că are loc o furtună magnetică. Aceste variații sînt legate de activitatea solară. Cînd petele solare sînt mai pronunțate (au loc erupții solare), atunci se constată că au loc simultan mai multe fenomene: apariția de particule electrizate emise de Soare în apropierea Pămîntului, aurore polare, perturbarea comunicațiilor pe unde scurte și furtuni magnetice.

12.2. MĂSURAREA ELEMENTELOR MAGNETISMULUI TERESTRU

12.2.1. Măsurarea declinației magnetice. a. *Busola de declinație*, folosită la măsurarea declinației magnetice este formată dintr-un ac magnetic care poate oscila liber într-un plan orizontal și o lunetă astronomică care permite determinarea meridianului geografic al locului (fig. 12-5). Sistemul este astfel construit, încît luneta se poate roti atît în planul orizontal cît și în cel vertical, iar microscopul cu care se vizează axa acului magnetic este solidar și are axa paralelă cu luneta. Se așază luneta cu axa în direcția meridianului geografic și se reperează poziția acesteia pe cercul orizontal. Pentru reperarea meridianului magnetic, se vizează, cu microscopul, acul magnetic; se rotește sistemul solidar lunetă-microscop pînă cînd axul microscopului coincide cu axul magnetului (direcția momentului magnetic) și se citește pe cercul orizontal noua poziție a sistemului. Unghiul determinat de cele două poziții ale sistemului lunetă-microscop este tocmai unghiul de declinație.

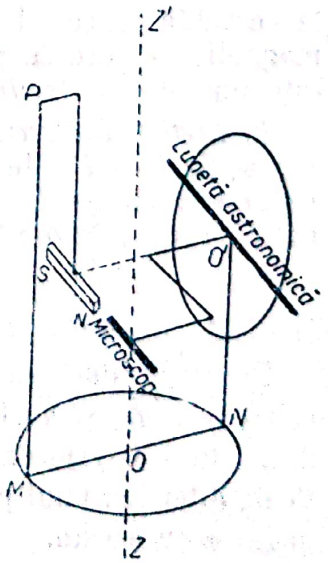


Fig. 12-5. Busola de declinație.

b. *Reperarea meridianului geografic al locului.* Pentru a repera direcția meridianului geografic al locului, se folosește adesea metoda înălțimilor egale

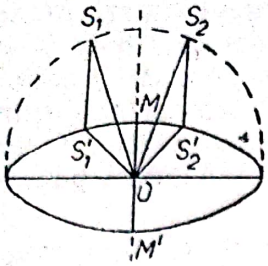


Fig. 12-6. Metoda înălțimilor egale pentru reperarea direcției meridianului geografic al locului.

(fig. 12-6); aceasta constă în vizarea Soarelui sau a altei stele, înainte și după trecerea la meridian. Se vizează Soarele cu luneta și se notează poziția vernierului pe cercul orizontal (S'_1) și poziția vernierului pe cercul vertical (S_1). Se rotește aparatul, menținînd aceeași înălțime, pînă ce se prinde din nou Soarele în lunetă (după ce a trecut de meridian); noua poziție a lunetei se reperează cu ajutorul celor două cercuri, pe care se citește respectiv S'_2 și S_2. Bisectoarea unghiului format de cele două direcții — OS'_1 și OS'_2 — indicate de cercul orizontal dă tocmai direcția meridianului geografic.

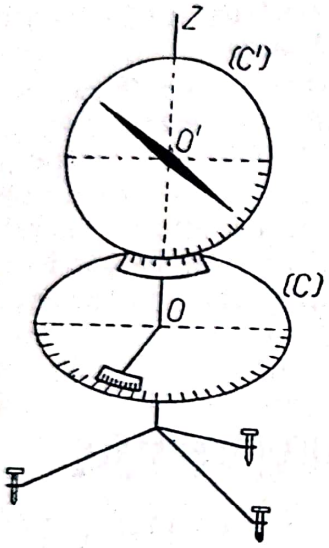


Fig. 12-7. Busola de înclinație.

12.2.2. Măsurarea înclinației magnetice. a. *Busola de înclinație magnetică.* Aceasta este formată dintr-un cadran orizontal, pe care se dispune un ac magnetic care indică direcția meridianului magnetic și un cadran vertical fixat astfel încît planul său trece prin pozițiile 0—180° ale cadranului orizontal. Față de cadranul vertical, se rotește în jurul unui ax orizontal care trece prin centrul său de greutate, un alt ac magnetic (fig. 12-7). Dacă se rotește cercul orizontal pînă ce polul nord al acului magnetic — care se poate roti în planul orizontal — vine în dreptul diviziunii zero a acestuia, planul vertical în care se află cadranul vertical va coincide cu planul meridianului magnetic.

b. *Metodele de măsurare a înclinației magnetice.* Pentru măsurarea înclinației magnetice se folosește *metoda directă* sau *metoda indirectă.*

α. *Metoda directă* constă în aranjarea busolei în așa fel, încît planul cadranului vertical al acesteia, să coincidă cu cel al meridianului magnetic. Unghiul făcut de direcția acului magnetic, — care se poate roti în planul cadranului vertical —, cu orizontala este unghiul de *înclinație magnetică.*

β. *Metoda indirectă* constă în determinarea înclinației magnetice I cunoscînd deviațiile I' și I'' ale acului magnetic față de orizontală, în două planuri verticale oarecare ce fac între ele un unghi de 90°. Relația care leagă înclinația magnetică I de cele două unghiuri I' și I'' este:

$$\operatorname{ctg}^2 I = \operatorname{ctg}^2 I' + \operatorname{ctg}^2 I'' \qquad (12\text{-}4)$$

Pentru deducerea acestei relații, se pleacă de la expresiile componentelor orizontală B_o și verticală B_v, în funcție de inducția magnetică totală B_T și de unghiul determinat de axa acului magnetic cu orizontala în două plane verticale diferite: unul paralel cu planul meridianului magnetic și altul făcînd un unghi α cu acesta.

Cînd acul magnetic se poate orienta într-un plan P'_1 paralel cu cel al meridianului magnetic P_1, axul acestuia ia direcția inducției mag-

netice totale B_T (fig. 12-8); în acest caz, expresiile celor două componente se scriu:

$$B_o = B_T \cos I \text{ și } B_v = B_T \sin I$$

Dacă acul se poate orienta în planul P'_2 — care trece prin M și este paralel cu P_2 ce face un unghi α cu P_1 —, ia o altă direcție sub influența rezultantei B'_T a proiecțiilor componentelor B_o și B_v pe planul P'_2 (fig. 12-8).

Proiecția lui B_o pe planul P'_2 este:

$$X = B_v \operatorname{ctg} I' = B_o \cos \alpha = B \cos I \cos \alpha.$$

Cum $B_v = B \sin I$, rezultă

$$B \sin I \operatorname{ctg} I' = B \cos I \cos \alpha;$$

de aici:

$$\operatorname{ctg} I' = \operatorname{ctg} I \cos \alpha \qquad (12\text{-}5)$$

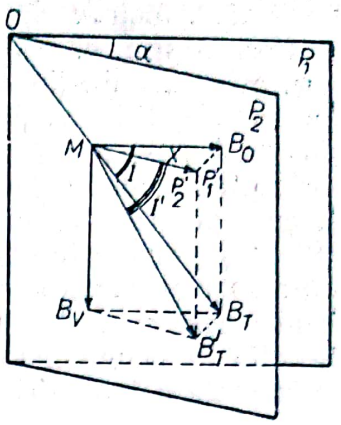


Fig. 12-8. Principiul metodei indirecte de măsurare a înclinației magnetice terestre.

Relația (12-5) permite calcularea înclinației magnetice în cîteva cazuri particulare.

Cînd cele două plane P_1 și P_2 sînt paralele (adică $\alpha = 0$) atunci $I = I'$; pe aceasta se bazează metoda directă de determinare a lui I.

Dacă $\alpha = 90°$, $\operatorname{ctg} I' = 0$ și $I' = 90°$; deci, dacă se orientează busola astfel încît axa acului magnetic să fie verticală și apoi se rotește cadranul vertical cu 90°, planul acestuia devine paralel cu cel al meridianului magnetic și se poate citi direct înclinația.

Se pot face lecturile unghiurilor I' și I'' corespunzătoare la două plane verticale care fac respectiv unghiurile α și $\alpha + \frac{\pi}{2}$ cu planul meridianului magnetic. Pentru cele două poziții ale planului busolei, după relația (12-5), se poate scrie:

$$\operatorname{ctg} I' = \operatorname{ctg} I \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg} I'' = \operatorname{ctg} I \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

Cum

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha,$$

ridicînd la pătrat relațiile de mai sus și însumîndu-le, se găsește

$$\operatorname{ctg}^2 I' + \operatorname{ctg}^2 I'' = \operatorname{ctg}^2 I$$

Pentru a calcula eroarea care afectează rezultatul măsurării înclinației magnetice cu metoda descrisă mai sus, este necesar să se scrie relația (12-4) sub o formă calculabilă prin logaritmi. După ce se scoate în factor $\operatorname{ctg}^2 I''$ și se notează

$$\frac{\operatorname{ctg}^2 I'}{\operatorname{ctg}^2 I''} = \operatorname{ctg}^2 \varphi,$$

se obține:

$$\operatorname{ctg}^2 I = \frac{\operatorname{ctg}^2 I''}{\sin^2 \varphi} \qquad (12\text{-}6)$$

12.2.3. Metode de măsurare a componentei orizontale a inducției magnetice terestre. a. *Busola de tangentă* este folosită fie la măsurarea componentei orizontale a inducției terestre, fie a intensității curentului electric. Construcția acesteia se bazează pe interacțiunea dintre un curent circular și un mic ac magnetic suspendat în centrul său de greutate, putînd oscila liber într-un plan orizontal. Acul magnetic trebuie să aibă dimensiuni mici (lungime egală cu 1 cm), pentru a se putea presupune că inducția magnetică în spațiul în care se rotește acul este uniformă (fig. 12-9). Cînd prin spira de rază R — dispusă într-un plan vertical care trece prin punctul de suspensie al acului magnetic, punct care coincide cu centrul spirei — nu trece curent, acul magnetic (ns) se află în planul meridianului magnetic, avînd axa paralelă cu componenta orizontală a inducției terestre.

Dacă se rotește spira astfel încît aceasta să se afle în planul meridianului magnetic și se face să fie parcursă de un curent de intensitate I, atunci asupra acului magnetic acționează, pe lîngă B_0, și inducția B_I creată de curentul circular, aceasta fiind perpendiculară pe B_0. În consecință, acul magnetic se va roti și se va dispune după direcția rezultantei B_r (fig. 12-10), făcînd un unghi α cu direcția inițială, care coincidea cu aceea a inducției B_0; unghiul α se citește pe cadranul orizontal al busolei, iar valoarea lui se calculează cu ajutorul formulei (fig 12-10):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_I}{B_0} \tag{12-7}$$

Pentru a calcula inducția magnetică B_I creată de curentul circular în centrul acestuia, se pleacă de la legea Biot-Savart-Laplace:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

Valoarea inducției magnetice creată de un element de curent de intensitate I (Idl) va fi dată de relația:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \varphi}{r^2},$$

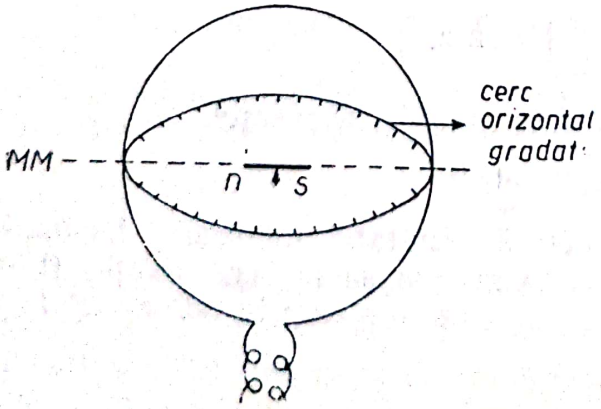


Fig. 12-9. Busola de tangentă.

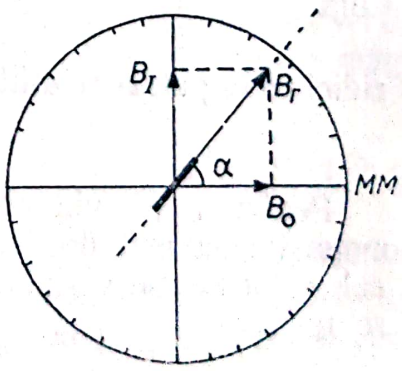


Fig. 12-10. Orientarea acului magnetic al busolei de tangentă, sub acțiunea componentei orizontale B_0 și a inducției B_I create de curentul circular.

Scanned with OKEN Scanner

în care r este distanța de la elementul de curent la punctul în care se calculează inducția, φ este unghiul dintre elementul de curent $I d\vec{l}$ și vectorul $\vec{r}$, I este intensitatea curentului electric care parcurge spira circulară și μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m).

În cazul curentului circular, $\varphi = 90°$, iar $r = R$; prin integrare, rezultă:

$$B_I = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R} \tag{12-8}$$

Din relațiile (12-7) și (12-8), se deduce:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\mu_0 I}{2R}}{B_0}$$

și

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R \operatorname{tg} \alpha} \tag{12-9}$$

Se poate deci măsura componenta orizontală a inducției magnetice terestre, dacă se cunosc: intensitatea I a curentului care trece prin spira circulară, raza spirei și unghiul de deviație a acului magnetic.

Dacă pe un cadru circular sînt înfășurate N spire,

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{2R \operatorname{tg} \alpha} \tag{12-10}$$

Componenta orizontală a inducției magnetice terestre B_0 este de aproximativ $2 \cdot 10^{-5}$ Wb/m²; aceasta poate fi măsurată cu busole speciale, cu o eroare de 1/10 000.

Din relația (12-9), se observă că busola de tangentă cu o singură spiră poate fi folosită la măsurarea intensității curentului în valoare absolută; cînd înfășurarea de pe cadranul circular al busolei are un număr oarecare de spire, măsurarea acesteia se face în valoarea relativă.

Eroarea care afectează rezultatul măsurării lui B_0 cu busola de tangentă se calculează după relația:

$$\frac{\Delta B_0}{B_0} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(\operatorname{tg} \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha} \tag{12-11}$$

b. *Metoda magnetometrică.* Această metodă poate fi folosită atît pentru determinarea componentei orizontale B_0 a inducției magnetice terestre, cît și a momentului magnetic $\vec{\mathfrak{M}}$ al unei bare magnetizate (drepte).

Metoda se bazează pe utilizarea unui magnetometru: un mic ac magnetic suspendat de un fir fără torsiune astfel ca să se poată roti într-un plan orizontal; unghiul de rotație al acului magnetic se măsoară prin metoda Poggendorf, prinzînd solidar de ac o mică oglindă.

O bară magnetizată, de moment magnetic $\vec{\mathfrak{M}}$ dirijat după lungimea barei, creează într-un punct P situat pe prelungirea axei care poartă momentul magnetic $\vec{\mathfrak{M}}$, o inducție B a cărei componentă radială are expresia:

$$B_r = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathfrak{M}}{r^3} \tag{12-12}$$

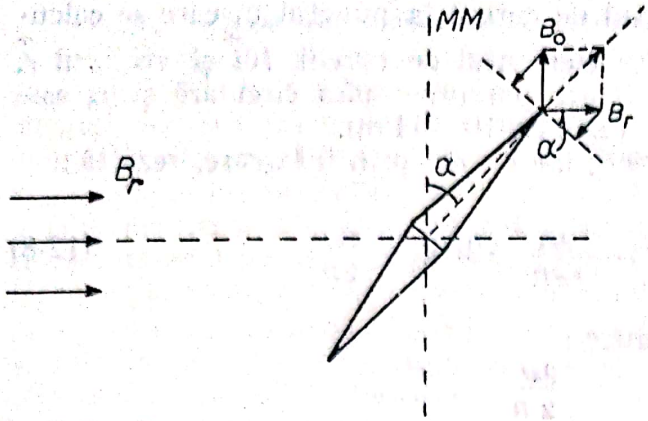


Fig. 12-11. Principiul metodei magnetometrice de determinare a componentei orizontale B_o.

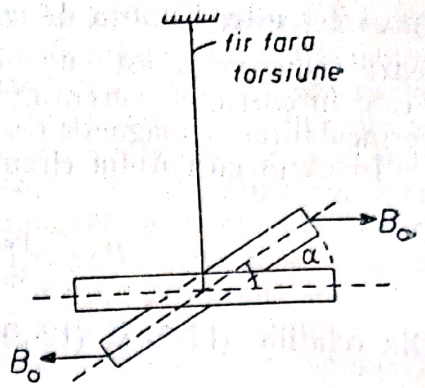


Fig. 12-12. Principiul metodei oscilaţiilor de determinare a produsului $\mathfrak{M}\ B_o$ ($\mathfrak{M}$ — momentul magnetic al unei bare magnetizate, B_o — componenta orizontală).

unde r este distanţa de la mijlocul barei la punctul P. Cînd punctul P este pe axa barei magnetizate (a cărei direcţie coincide cu direcţia lui $\vec{\mathfrak{M}}$), se spune că se află în prima poziţie a lui Gauss. Această relaţie este valabilă numai dacă distanţa r este mare faţă de lungimea l a barei ($r \gg l$).

Situînd într-un punct corespunzător primei poziţii a lui Gauss un mic ac magnetic, de moment magnetic $\vec{\mathfrak{M}}_0$ (acul magnetic aflîndu-se cu axa în planul meridianului magnetic, iar bara magnetizată cu axa într-un plan perpendicular pe acelaşi plan), acesta va fi supus acţiunii simultane a două inducţii magnetice: B_r produsă de bara magnetizată şi B_o componenta orizontală a inducţiei terestre. Ca urmare, acul se va orienta după rezultanta acestora, deviind de un unghi α faţă de poziţia iniţială (fig. 12-11).

Pentru ca acul magnetic să stea în echilibru, trebuie ca momentul cuplului datorat inducţiei B_r să fie egal cu acela datorat componentei orizontale a inducţiei magnetice terestre:

$$\mathfrak{M}_0 B_r \cos \alpha = \mathfrak{M}_0 B_o \sin \alpha$$

Din relaţia de mai sus, rezultă:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_r}{B_o} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathfrak{M}}{r^3} \frac{1}{B_o},$$

şi

$$\frac{\mathfrak{M}}{B_o} = \frac{2\pi r^3}{\mu_0} \operatorname{tg} \alpha \qquad (12\text{-}13)$$

Pentru determinarea fie a momentului magnetic $\mathfrak{M}$ al barei, fie a componentei orizontale a inducţiei magnetice terestre B_o, mai este necesară încă o relaţie de legătură între ele. Aceasta se obţine prin *metoda oscilaţiilor*. Bara magnetică la care s-a determinat raportul $\mathfrak{M}/B_o$, se suspendă cu un fir fără torsiune astfel ca să poată oscila într-un plan orizontal, în jurul unui ax vertical (direcţia acestui ax coincide cu aceea a firului de suspensie) (fig. 12-12); aceasta se va orienta după direcţia componentei orizontale B_o a inducţiei terestre. Rotită cu un unghi α_0 din poziţia de echilibru, bara va fi supusă unui cuplu de forţe, al cărui moment în raport cu axa de rotaţie are expresia:

$$\Gamma = -\mathfrak{M}\ B_o \sin \alpha,$$

în care α reprezintă unghiul de rotaţie la un moment dat, iar semnul minus arată că momentul Γ tinde să readucă bara în poziţia iniţială (de echilibru).

Lăsată liber, bara va oscila în jurul poziţiei de echilibru. Ecuaţia mişcării barei, dacă se neglijează forţele de amortizare, se scrie:

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\mathfrak{M}\ B_0 \sin\alpha=0,$$

în care K este momentul de inerţie al barei.

Dacă amplitudinea oscilaţiilor este mică, se poate considera că $\sin\alpha\simeq\alpha$ şi ecuaţia de mişcare devine:

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\mathfrak{M}\ B_0\ \alpha=0 \qquad (12\text{-}14)$$

Soluţia acestei ecuaţii poate fi de forma:

$$\alpha=Ae^{r_1t}+Be^{r_2t}$$

cu A şi B — două constante, iar r_1 şi r_2 — rădăcinile ecuaţiei caracteristice

$$Kr^2+\mathfrak{M}\ B_0=0$$

Cum

$$r_{12}=\pm\sqrt{-\frac{\mathfrak{M}\ B_0}{K}}=\pm j\sqrt{\frac{\mathfrak{M}\ B_0}{K}} \text{ şi notînd } \sqrt{\frac{\mathfrak{M}\ B_0}{K}}=\omega,$$

soluţia ecuaţiei se va scrie:

$$\alpha=Ae^{j\omega t}+Be^{-j\omega t}$$

Cu ajutorul formulelor lui Euler,

$$e^{\pm j\omega t}=\cos\omega t\pm j\sin\omega t,$$

se găseşte:

$$\alpha=(A+B)\cos\omega t+j(A-B)\sin\omega t$$

Făcînd notaţiile:

$$A+B=M \quad \text{şi} \quad j(A-B)=N$$

se poate scrie:

$$\alpha=M\cos\omega t+N\sin\omega t.$$

Scoţînd pe N în factor şi notînd $\frac{M}{N}=\operatorname{tg}\varphi$, se găseşte:

$$\alpha=N\ (\operatorname{tg}\varphi\ \cos\omega t+\sin\omega t)=\frac{N}{\cos\varphi}(\sin\varphi\cos\omega t+\sin\omega t\cos\varphi),$$

sau

$$\alpha=\frac{N}{\cos\varphi}\sin(\omega t+\varphi)$$

Amplitudinea și faza oscilațiilor se determină cu ajutorul condițiilor inițiale: la $t=0$, $\alpha=0$, de unde rezultă $\varphi=0$ și la $t=T/4$, $\alpha=\alpha_0$, de unde rezultă $N=\alpha_0$; încît soluția se va scrie:

$$\alpha=\alpha_0 \sin \omega t \tag{12-15}$$

Cum $\omega=2\pi/T=\sqrt{\frac{\mathfrak{M} B_0}{K}}$, reiese că perioada acestor oscilații va fi dată de formula:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{K}{\mathfrak{M} B_0}} \tag{12-16}$$

Relația de mai sus arată că perioada oscilațiilor este invers proporțională cu rădăcina pătrată din produsul dintre momentul magnetic $\mathfrak{M}$ al barei și componenta orizontală B_0 a inducției terestre.

Relația (12-16) permite determinarea produsului $\mathfrak{M} B_0$ dacă se cunoaște momentul de inerție K al barei.

Dacă determinarea lui K prin calcul nu este suficient de precisă, întrucît este complicat să se țină seama de influența sistemului de suspensie a barei, atunci K se determină, experimental, prin procedeul maselor adiționale.

Se determină perioada de oscilație $T=2\pi\sqrt{\frac{K}{\mathfrak{M} B_0}}$ a barei. Se plasează apoi pe probă doi cilindri egali de cupru, de masă m fiecare și cu diametrul d, de o parte și de alta a firului de suspensie, la o distanță l de acesta. Momentul de inerție al sistemului astfel format este:

$$K_1=K+2(ml^2+\frac{1}{2}md^2);$$

dacă se neglijează $\frac{1}{2}md^2$, perioada de oscilație se scrie:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{K+2\,ml^2}{\mathfrak{M} B_0}} \tag{12-17}$$

Din cele două expresii ale perioadei (12-16) și (12-17), se găsește:

$$\mathfrak{M} B_0=\frac{4\pi^2}{T_1^2-T^2}\cdot 2\,ml^2 \tag{12-18}$$

Relațiile (12-13) și (12-18), care dau raportul și produsul dintre momentul magnetic al unei bare magnetizate și componenta orizontală a inducției magnetice terestre, permit să se determine atît $\mathfrak{M}$ cît și B_0.

Pentru ca precizia măsurătorilor să crească, este necesar să se țină seama de faptul că nu s-a luat în considerație amortizarea oscilațiilor; deci aceasta trebuie să fie mică. Proba trebuie să fie suspendată cu un fir fără torsiune sau al cărui cuplu este neglijabil în raport cu cel magnetic; amplitudinile oscilațiilor trebuie să rămînă mici (sub 7°); numai în acest caz, corecția $(\alpha_0^2/16)$ care trebuie adusă perioadei este sub 1/1 000. Se știe de la studiul mișcării pendulului, că perioada T a oscilațiilor de amplitudine mică α este legată de perioada oscilațiilor de amplitudine foarte mică (α_0) prin relația $T'=T\left(1+\frac{\alpha_0^2}{16}\right)$.

Relațiile stabilite sînt valabile pentru o probă cu magnetizare constantă. În cazul experiențelor descrise, la magnetizarea permanentă a eșantionului se adaugă și magnetizarea indusă de inducția magnetică în care se află, iar aceasta din urmă variază cînd magnetul oscilează. Cu toate sursele de erori enumerate mai sus, produsul $\mathfrak{M} B_0$ poate fi măsurat cu o eroare cuprinsă între 1% și 0,1%.

În general, eroarea care afectează măsurarea produsului $\mathfrak{M} B_0$ se datorează preciziei cu care se măsoară perioadele T și T_1.

Dacă erorile care afectează cunoașterea celorlalte mărimi din formula (12-18) sînt neglijabile, metoda diferențierii logaritmice conduce la următorul rezultat:

$$\frac{\Delta(\mathfrak{M} B_0)}{\mathfrak{M} B_0} = \frac{2T_1\Delta T_1 + 2T\Delta T}{T_1^2 - T^2}$$

În cazul plauzibil, cînd erorile absolute comise asupra măsurării perioadelor sînt egale, $\Delta T_1 = \Delta T$, atunci:

$$\frac{\Delta(\mathfrak{M} B_0)}{\mathfrak{M} B_0} = \frac{2\Delta T}{T_1 - T} \qquad (12\text{-}19)$$

Eroarea relativă asupra produsului ($\mathfrak{M} B_0$) va fi cu atît mai mică, cu cît diferența dintre cele două pericade este mai mare (deci cu cît masele adiționale sînt mai mari).

12.3. MĂSURAREA ELEMENTELOR I ȘI B_0

12.3.1. Măsurarea înclinației magnetice. După ce se asigură verticalitatea planului de oscilație a acului magnetic, cu ajutorul unei nivele de apă, se măsoară unghiul I prin metoda directă și cea indirectă, procedîndu-se așa cum s-a descris în „partea teoretică".

Să se discute rezultatele măsurătorilor obținute cu fiecare metodă, în ceea ce privește precizia. *Să se compare* rezultatele obținute cu cele două metode și să se arate care din acestea este mai precisă.

Pentru a aduce la îndeplinire cele de mai sus, este necesar să se facă multe măsurători individuale (20—30).

12.3.2. Măsurarea componentei orizontale a inducției magnetice terestre. a. *Măsurarea componentei B_0 cu busola de tangentă.* Pentru măsurarea componentei orizontale a inducției magnetice terestre cu busola de tangentă, se realizează un montaj cum se arată în figura 12-13. Pentru alimentarea circuitului, se folosește un acumulator cu tensiunea electromotoare de 2 V; variația curentului pe circuit se face cu ajutorul reostatului Rh ($2 \times 105\ \Omega$; 2,5 A) căruia, la începerea măsurătorilor, i se dă valoarea maximă.

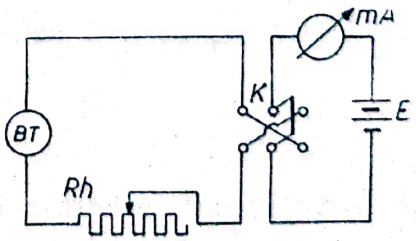


Fig. 12-13. Utilizarea busolei de tangentă la măsurarea componentei orizontale B_0.

Intensitatea curentului pe circuit se citește cu ajutorul unui miliampermetru (0—100 mA), iar tangenta unghiului se citește direct

pe cadranul busolei (cadranul din afară al busolei este gradat în 50 tg α).

Se așează busola în condițiile de lucru, făcîndu-se operațiile de nivelare și așezare a spirei în planul meridianului magnetic. La trecerea curentului electric prin spiră, cum inducția magnetică B_I creată de curent este perpendiculară pe planul acestuia, va fi perpendiculară și pe componenta orizontală B_o a inducției terestre. Aplicînd relația (12-10), se poate determina componenta B_o a inducției terestre.

Busola este astfel construită, încît se poate varia numărul de spire al cadrului circular, putînd fi făcut egal cu 10, 100 și 1 000 spire. Raza medie a spirelor cadrului este de $7{,}5 \cdot 10^{-2}$ m ($8{,}5 \cdot 10^{-2}$ m și $9{,}5 \cdot 10^{-2}$ m).

Se vor face trei șiruri de determinări, păstrînd pe rînd numărul de spire constant și variind intensitatea curentului electric care străbate spirele cadrului circular.

Precizia măsurătorilor se calculează, așa cum s-a indicat în „partea teoretică", după relația (12-11).

b. *Măsurarea componentei B_o cu magnetometrul.* Procedîndu-se cum s-a descris în „partea teoretică", se obțin valorile produsului și raportului mărimilor $\mathfrak{M}$ și B_o:

$$\mathfrak{M}\, B_o = C \quad \text{și} \quad \mathfrak{M}/B_o = C'$$

Din egalitățile de mai sus, se găsesc valorile mărimilor $\mathfrak{M}$ și B_o.

Să se discute erorile care afectează rezultatele măsurătorilor efectuate.

Observații. 1. Busola de tangentă trebuie așezată pe masa de lucru cît mai departe de reostatul Rh, pentru a evita influența cîmpului magnetic creat de acesta din urmă.

2. *Să se dea* o deosebită atenție dispunerii elementelor cu care se lucrează (magnetul sub formă de bară, acul magnetic) în pozițiile indicate în „partea teoretică". Să se execute cît mai bine masele cilindrice adiționale și să se măsoare toate lungimile cu o eroare cît mai mică.

CAPITOLUL 13 | CARACTERISTICILE MAGNETICE ALE SUBSTANȚELOR FEROMAGNETICE. DETERMINAREA ACESTORA PRIN METODA BALISTICĂ

13.1. CARACTERISTICILE MAGNETICE ALE SUBSTANȚELOR FEROMAGNETICE

13.1.1. Definiții și formule. Există corpuri care, fiind introduse într-un cîmp magnetic, se magnetizează, adică pot deveni magneți; acestea sînt alcătuite din substanțe fero- sau ferimagnetice. O bară (fir etc.) de substanță feromagnetică (Fe, Ni, Co, aliaje ale acestora etc.) nemagnetizată, fiind supusă acțiunii unui cîmp magnetic, se magnetizează și devine un magnet cu doi poli (nord și sud). Un magnet care se află într-un cîmp magnetic, este supus unui moment al cuplului a cărui expresie este:

$$\vec{\Gamma}=\vec{M}\times\vec{B}$$

Starea magnetizată a eșantionului se caracterizează prin momentul său magnetic $\vec{M}$.

Momentul magnetic al unității de volum,

$$\vec{J}=\frac{\vec{M}}{V} \qquad (13\text{-}1)$$

se numește *intensitate de magnetizare.*

Magnetizarea unei substanțe se exprimă prin intensitatea de magnetizare $\vec{J}$ sau prin *inducția magnetică* $\vec{B}$ din interiorul eșantionului magnetizat; mărimile $\vec{J}$ și $\vec{B}$ variază cu intensitatea *cîmpului magnetic* $\vec{H}$ în care se află corpul și satisfac următoarea relație considerată de bază în magnetostatică:

$$\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{J}) \qquad (13\text{-}2)$$

Prin definiție, raportul dintre inducția magnetică $\vec{B}$ și cîmpul magnetic $\vec{H}$ se numește *permeabilitate magnetică* μ:

$$\mu=\frac{B}{H}$$

În SI — admițîndu-se relația dintre cele trei mărimi vectoriale scrisă mai sus (13-2) — $\vec{J}$ și $\vec{H}$ se măsoară în amperi pe metru (A/m), $\vec{B}$ în weber pe metru pătrat (Wb/m²) (sau Tesla) (T) și μ în henry pe metru (H/m). În același sistem de unități, *permeabilitatea vidului* $\mu_0=4\pi10^{-7}$ H/m. Între μ și μ_0, există

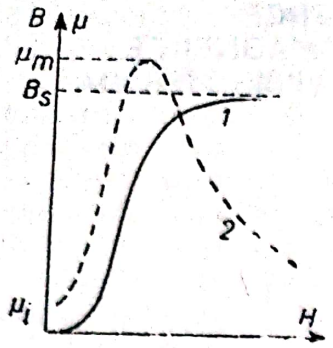


Fig. 13-1. Curba de primă magnetizare (1) și curba de variație a permeabilității cu cîmpul magnetic (2).

relația $\mu=\mu_r\mu_0$, în care μ_r se numește *permeabilitate relativă* (nu are dimensiuni); în cele ce urmează, ne vom ocupa numai de μ_r, însă *îl vom nota*, pentru simplitate, *cu* μ.

Pentru a utiliza substanțele feromagnetice în industrie, trebuie să le cunoaștem diversele caracteristici; o bună parte dintre acestea se determină trasînd curbele care reprezintă B sau J funcție de H, cînd H variază în anumite moduri.

Curba $B=f(H)$, cînd se pleacă de la starea de magnetizare nulă ($B=0$) a eșantionului și H se variază monoton de la valoarea zero ($H=0$) pînă la valoarea H_s care produce starea de magnetizare la saturație (B_s), se numește *curbă de primă magnetizare* (fig. 13-1). Trasarea acestei curbe permite cunoașterea *inducției de saturație* B_s.

Reprezentînd raportul $\mu=B/H$ corespunzător fiecărui punct de pe curba de primă magnetizare, se obține curba $\mu=f(H)$, care caracterizează de asemenea comportarea unei substanțe feromagnetice într-un cîmp magnetic (fig. 13-1, curba 2), Importante pentru tehnică sînt: *permeabilitatea inițială* μ_i — care este limita permeabilității definite mai sus (normale) cînd H tinde către zero — și *permeabilitatea maximă* μ_m — corespunzătoare maximului de pe curba $\mu=f(H)$.

Curba $B=f(H)$, obținută variind ciclic cîmpul magnetic H între două valori limită $\pm H_1$ oarecare, se numește *ciclu de histerezis*; variația inducției B depinde de faptul dacă H este crescător sau descrescător și de starea de magnetizare anterioară a eșantionului. În general, aceste curbe nu sînt închise; dacă se repetă însă variația ciclică a lui H de un număr mare de ori (peste zece ori), se obțin cicluri închise.

Pentru ca un ciclu de histerezis să caracterizeze substanța, trebuie să fie trasat într-un cîmp care produce magnetizarea la saturație a acesteia sau într-un cîmp de valoare apropiată (fig. 13-2). În aceste condiții, se obține *curba limită de histerezis*. Trasarea acestui ciclu permite, pe lîngă cunoașterea inducției B_s, determinarea altor caracteristici ale substanțelor feromagnetice: *inducția remanentă* B_r, corespunzătoare cîmpului nul ($H=0$), *cîmpul coercitiv* H_c, care demagnetizează complet substanța ($B=0$) și *pierderile de energie prin histerezis* care reprezintă energia cheltuită pentru magnetizarea eșantionului, acestea fiind proporționale cu suprafața limitată de ciclul de histerezis, numită *suprafață de histerezis*.

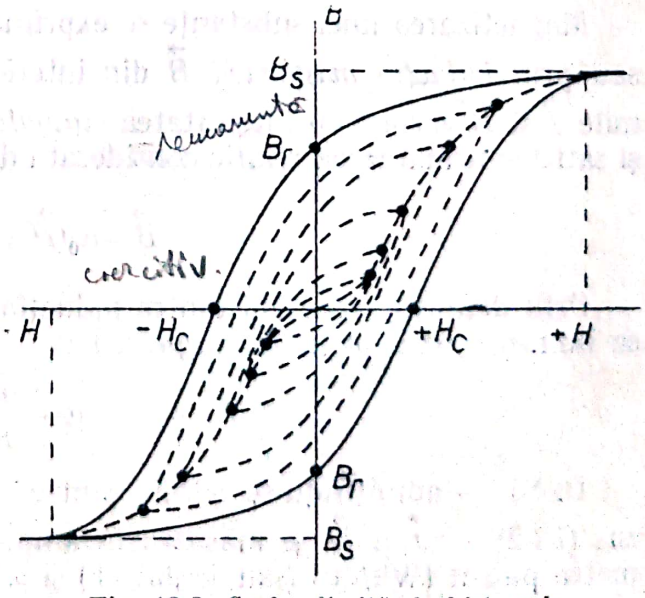


Fig. 13-2. Curba limită de histerezis.

Dacă magnetizarea este destul de mare, cum are loc în cele mai multe cazuri din practică, atunci se poate face aproximația că $B=\mu_0(H+J)\simeq\mu_0 J$ și se poate scrie că pierderile de energie sub formă de căldură corespunzătoare unității de volum, pentru un ciclu de magnetizare, sînt date de relația:

$$W_{h,1}=\oint B\mathrm{d}H$$

Pierderile de energie prin histerezis referitoare la întregul eșantion de volum V, pentru un ciclu de magnetizare, se vor calcula după formula:

$$W_h=V\oint B\mathrm{d}H \qquad (13\text{-}3)$$

unde integrala este extinsă la ciclul complet. Aceasta poate fi cunoscută dacă se pot scrie ecuațiile curbelor de magnetizare (ceea ce se face empiric) sau, cum se procedează în mod obișnuit, măsurînd grafic suprafața de histerezis S și înmulțind-o cu scările α a cîmpului magnetic și β a inducției magnetice de pe diagrama ciclului de magnetizare. De exemplu, dacă pe axa cîmpurilor 1 cm$=\alpha$ A/m și pe axa inducțiilor 1 cm$=\beta$ Wb/m², atunci unui cm² de suprafață îi vor corespunde:

$$\alpha\left(\frac{\mathrm{A}}{m}\right)\cdot\beta\left(\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2}\right)=\alpha\beta\ (\mathrm{J/m^3})$$

în acest fel, ecuația (13-3) devine:

$$W_h(\mathrm{J})=V(\mathrm{m}^3)\cdot S(\mathrm{cm}^2)\,\alpha\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right)\beta\left(\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2}\right) \qquad (13\text{-}4)$$

Suprafața S se măsoară cu un planimetru sau cu hîrtie milimetrică.

În practică, dacă inducțiile sînt mari și au valorile maxime $\pm B_m$, pierderile de energie prin histerezis se pot cunoaște cu precizie mulțumitoare — de cele mai multe ori — utilizînd formula empirică a lui Steinmetz:

$$W_h=V\eta B_m^n \quad (\mathrm{J}), \qquad (13\text{-}5)$$

unde η este o caracteristică a substanței, numită *coeficientul de pierderi al lui Steinmetz*. În unități practice, η are valori de ordinul cîtorva zeci sau sute pentru materialele feromagnetice moi (oțel cu siliciu, $\eta=30$) și de ordinul miilor în cazul materialelor magnetice dure. Exponentul n are valori cuprinse între 1,5 și 2 și are adesea valoarea 1,6. Cînd valorile limită B sînt mici, n tinde spre 3.

Pentru unitatea de volum, formula se scrie:

$$W_h=\eta B_m^n\ \mathrm{J/m^3}$$

În cazul aliajului hipernic cu 50 % Ni, $n=1{,}7$ și $\eta=25$, încît $W_h=25\ B_m^{1,7}$ J/m³.

În practică, W_h se măsoară în joule pe kilogram; atunci formula (13-5) devine:

$$W_h(\mathrm{J})=\eta B_m^n\frac{M(\mathrm{kg})}{D\ (\mathrm{kg/m^3})}$$

unde M este masa eșantionului, iar D densitatea lui și în sfîrșit,

$$W_h\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)=\eta B_m^n\frac{1}{D(\mathrm{kg/m^3})}$$

Scanned with OKEN Scanner

În cazul magnetizării într-un cîmp magnetic alternativ de frecvență f, cînd au loc f cicluri pe secundă, puterea disipată este:

$$P_h = \eta\, B_m^n \frac{f}{D} \cdot \text{W/kg}$$

De exemplu, dacă $\eta = 60$, $B_m = 1$ Wb/m², $f = 50$ Hz și $D = 7\,500$ kg/m³, atunci:

$$P_h = 60 \cdot 1 \cdot \frac{50}{7\,500} = 0{,}4 \text{ W/kg}$$

(pentru $B_m = 1{,}5$ T, $W_h \simeq 0{,}9$ W/kg, iar pentru un ciclu, $W_h = 30$ J/m³).

Coeficientul η se poate determina pe baza relației:

$$\oint B\,dH = \eta\, B_m^n.$$

13.1.2. Principiul metodei balistice. Una din cele cîteva metode cu care se studiază substanțele feromagnetice este metoda balistică. Această metodă, care este mult folosită în laborator, se bazează pe măsurarea, cu un galvanometru funcționînd în regim balistic, a sarcinii electrice induse într-o bobină care cuprinde eșantionul sub formă de bară, lamă, fir sau tor, acesta fiind supus unui cîmp magnetic ce poate suferi variații în salturi (fig. 13-3).

O variație ΔH a cîmpului magnetic exterior H va produce o variație de flux $\Delta\Phi = NS\,\Delta B$, N fiind numărul de spire al bobinei induse și S, suprafața mărginită de o spiră. În bobină va lua naștere o t.e.m. $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; dacă rezistența totală a circuitului galvanometrului este R, curentul care îl parcurge este:

$$i = \frac{e}{R}$$

Cantitatea de electricitate care traversează galvanometrul în timpul Δt cît variază fluxul Φ, este:

$$\Delta q = i\Delta t = \frac{e}{R}\Delta t$$

sau

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{NS\Delta B}{R} \qquad (13\text{-}9)$$

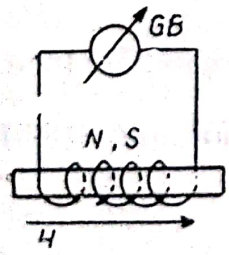


Fig. 13-3. Principiul metodei balistice de studiu a substanțelor feromagnetice.

Cum galvanometrul funcționează în regim balistic, deplasarea maximă d a spotului pe scară este proporțională cu Δq, $\Delta q = K'd$ și relația (13-9) se va scrie:

$$\frac{NS\Delta B}{R} = K'd \quad \text{și} \quad \Delta B = \frac{RK'}{NS}d$$

unde K' este *constanta balistică a galvanometrului*. În cele din urmă, avem:

$$\Delta B = \frac{K}{NS}d = Ad \qquad (13\text{-}10)$$

unde $K = RK'$ este o constantă care se poate determina în chiar condițiile de lucru, prin diverse procedee.

Dacă se cunoaște ΔH, atunci se poate trasa curba de primă magnetizare și totodată curba $\mu = f(H)$.

În funcție de substanță, de mărimea și forma eșantionului și de precizia de măsurare dorită, metoda balistică se realizează în diverse variante; în unele variante, galvanometrul balistic este înlocuit cu un fluxmetru sau cu un oscilograf. Această metodă permite măsurarea directă a inducției magnetice pentru porțiunea de eșantion care se află cuprinsă în bobina indusă.

Observații. 1. Proprietățile magnetice ale unui eșantion de substanță feromagnetică depind mult de tratamentele termice și magnetice suferite anterior măsurării și variază foarte mult cu compoziția. Din punct de vedere magnetic, substanțele feromagnetice se împart în două mari categorii: „dure" și „moi", între ele neexistînd o delimitare precisă. Pentru orientare, în tabelul 3 și prin figurile 13-4, *a* și 13-4, *b*, se prezintă caracteristicile a cîte unui reprezentant din cele două categorii (permalloy-moale și oțel călit-dur).

TABELUL 3

Substanța	μ_i	μ_m	$H_{\mu m}\left(\frac{A}{m}\right)$	$H_c\left(\frac{A}{m}\right)$	B_r (T)	B_s (T)	Wh, 0,5 T (J/m³/ciclu)	$P_t\left(\frac{W}{kg}\right)$
Permalloy 21,8 % Fe 78,2 % Ni	8 000	10^5	48	~10	0,9	1,1	5	0,05
Oțel călit	~10	10^2	8 000	$4 \cdot 10^3$	0,8	1	200	54

În ambele figuri, curbele notate cu I, respectiv II au alura corespunzătoare substanțelor feromagnetice moi, respectiv dure; curbele nu corespund unor anumite sbstanțe.

2. Pentru a se studia o substanță feromagnetică, trebuie să se înceapă măsurătorile plecînd de la starea de magnetizare nulă a eșantionului; de aceea eșantionul trebuie demagnetizat.

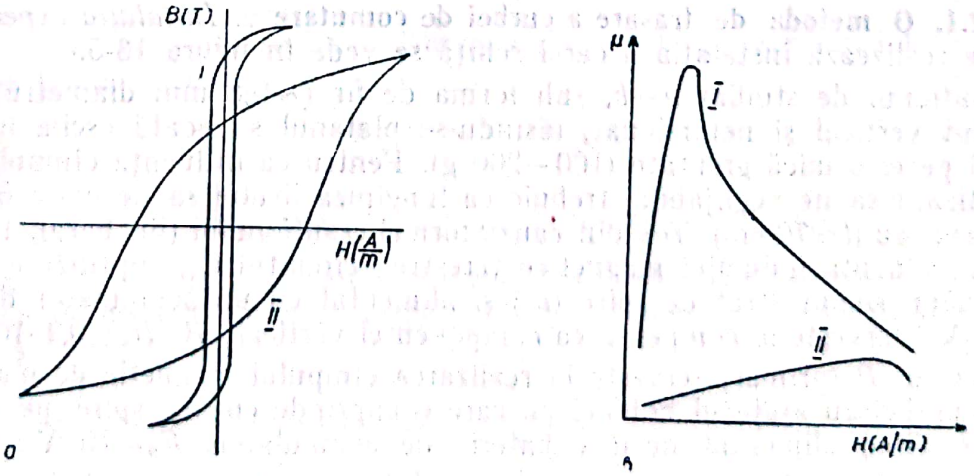


Fig. 13-4. Ciclul de histerezis (*a*) și permeabilitatea în funcție de cîmpul magnetic (*b*) pentru : substanțe magnetice moi — *I* și magnetice dure — *II*.

Demagnetizarea se realizează prin două procedee mai des aplicate și prin unele procedee speciale, în unele cazuri, căci starea de magnetizare nulă se obține, în general, destul de greu.

a. Unul din cele mai sigure procedee de demagnetizare constă în a încălzi eșantionul la o temperatură superioară temperaturii Curie cînd ordinea magnetică dispare și a-l răci în absența cîmpului magnetic (cîmp exterior nul). Acest procedeu nu poate fi aplicat, de cele mai multe ori, în condițiile de măsurare și totodată, constituind de fapt un tratament termic, modifică într-o măsură mai mare sau mai mică proprietățile magnetice ale eșantionului.

b. Procedeul cel mai des aplicat și pe care îl vom folosi mai departe, constă în a supune eșantionul unui cîmp alternativ a cărui amplitudine are inițial o valoare mai mare decît aceea a cîmpului magnetic corespunzător saturației și care descrește lent pînă la zero. Acest procedeu este rapid și destul de simplu.

Instalația de demagnetizare poate fi realizată separat sau poate face parte din însăși instalația de măsurare.

3. Pentru studiul substanțelor feromagnetice, nu se trasează de obicei curba de primă magnetizare așa cum s-a arătat mai înainte, căci atunci rezultatele sînt afectate într-o oarecare măsură de viscozitatea magnetică a materialului. În locul acesteia, se trasează așa-numita *curbă de comutare* sau *curbă fundamentală de magnetizare* care se confundă practic cu cea dintîi și care reprezintă locul geometric al vîrfurilor ciclurilor de magnetizare trasate în cîmpuri de intensități diferite (fig. 13-2).

4. Metoda balistică, fiind o metodă de deviație, pentru ca eroarea de măsurare să fie cît mai mică, trebuie ca deplasările spotului pe rigla galvanometrului să fie mari ($d \simeq 200$ mm); aceasta se realizează prin reglarea convenabilă a rezistențelor din circuitul galvanometrului. Calculul erorilor nu pune nici o problemă deosebită.

5. Cu ajutorul aceloraşi rezistențe, se face ca galvanometrul să funcționeze în regim aperiodic critic.

13.2. CURBA DE PRIMĂ MAGNETIZARE

13.2.1. O metodă de trasare a curbei de comutare a. *Instalația experimentală.* Se realizează instalația a cărei schiță se vede în figura 13-5.

Eșantionul de studiat $a-b$, sub formă de fir ($\sim 0{,}8$ mm diametru), este menținut vertical și netorsionat, lăsîndu-se platanul să poată oscila liber și punînd pe el o mică greutate (100—200 g). Pentru ca influența cîmpului demagnetizant să fie neglijabilă, trebuie ca lungimea firului să fie mare față de diametrul său ($l \simeq 70$ cm). Tot din cauza formei eșantionului (fir, bară), trebuie evitată influența inducției magnetice terestre; circuitul C_1, cuprinzînd o bobină cu un singur strat de spire (n_1) și alimentat cu un acumulator de 2 V ($E_1 = 2$ V), servește la compensarea componentei verticale B_v($B_v = 0{,}4 \cdot 10^{-4}$ T).

Circuitul P (primar) servește la realizarea cîmpului magnetic de magnetizare a probei cu ajutorul bobinei pe care o cuprinde cu n_p spire pe m de lungime, fiind alimentat de la o baterie de acumulatori $E_p = 10$ V; inversorul I servește la inversarea sensului curentului care traversează bobina magnetizantă (primară).

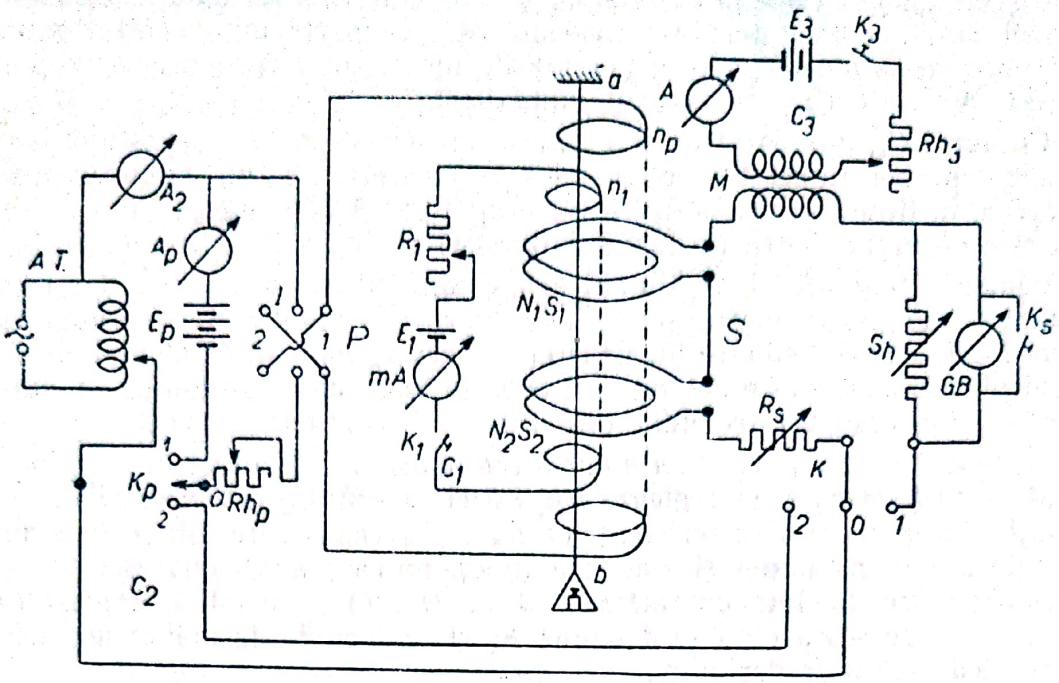


Fig. 13-5. Schema unei instalaţii de trasare a curbei de comutare.

Circuitul S (secundar) este circuitul în care se induce sarcina electrică Δq, măsurată de galvanometrul balistic GB, cînd în circuitul primar cîmpul magnetic variază cu ΔH. Acesta este constituit din două bobine induse legate în opoziţie (înfăşurările lor sînt bobinate în sensuri inverse), construite astfel încît :

$$N_1S_1 = N_2S_2.$$

Rezistenţele R_s şi S_h (constituite din două cutii de rezistenţe) asigură funcţionarea galvanometrului în regim aperiodic critic.

Fluxul total Φ prin circuitul galvanometrului va fi egal cu suma celor două fluxuri Φ_1 şi Φ_2 prin cele două bobine :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = N_1\mu_0 H(S_1 - s) + BsN_1 - N_2\mu_0 H(S_2 - s) - BsN_2.$$

Cum s, suprafaţa secţiunii transversale a firului, este mică faţă de S_1 şi S_2, se poate scrie că :

$$N_1(S_1 - s) = N_2(S_2 - s)$$

şi că

$$\Phi = Bs(N_1 - N_2), \text{ iar } \Delta\Phi = s(N_1 - N_2)\Delta B.$$

Din cele de mai sus, rezultă că avem toate relaţiile care permit, cu ajutorul datelor de construcţie şi de măsurare, să se traseze curba de primă magnetizare şi curba $\mu = f(H)$:

$$\Delta H = n_p \Delta I\,; \quad \Delta B = \frac{K}{(N_1 - N_2)\,s}\,d \text{ şi } \Delta B = \mu \Delta H \qquad (13—11)$$

(În cazul unei singure bobine induse, termenul $N\mu_0 H(S - s)$ ar fi micşorat precizia metodei şi ar fi mărit volumul calculelor.)

Circuitul C_3 servește la determinarea constantei K; secundarul transformatorului fără fier de inductanță mutuală M face parte din circuitul galvanometrului, iar primarul poate fi parcurs de un curent continuu care să varieze cu ΔI cunoscut (ΔI de ordinul amperilor).

Circuitul C_2, alimentat de la un autotransformator AT, servește la demagnetizarea probei. În acest circuit se folosește reostatul Rh_p din circuitul primar; de aceea, în timpul demagnetizării întrerupătorul K_p trebuie să fie în poziția 2 (A_2 este un ampermetru de curent alternativ cu scara de cîțiva amperi).

Pentru a fi siguri că, în timpul demagnetizării, circuitul secundar este întrerupt (altfel galvanometrul poate fi deteriorat), se montează întrerupătorul K astfel încît, atunci cînd este închis circuitul demagnetizant C_2 (contactul 0—2), circuitul secundar S este deschis și invers (în majoritatea timpului cît durează măsurătorile, circuitul secundar este închis — contactul 0—1).

b. *Modul de lucru.* α. *Determinarea constantei* K. Contactul 0—1 nefiind făcut, se închide K_3 și se reglează Rh_3 astfel ca prin C_3 să treacă un curent I_0 de cîțiva amperi. Se dau rezistențelor R_s și S_h valori care asigură o anumită sensibilitate a instalației și totodată funcționarea galvanometrului în regim aperiodic critic. Se face contactul 0—1 (al lui K) și se citesc deplasările d_0 ale spotului pe scară cînd se deschide K_3 și se închide de mai multe ori (d_0 va fi media acestor deplasări).

Valoarea lui I_0 se alege astfel ca d_0 să fie mare (100—200 mm). În aceste condiții, putem scrie:

$$\Delta\Phi_0 = MI_0 = Kd_0 \quad \text{și} \quad K = \frac{MI_0}{d_0} \qquad (13\text{-}12)$$

Se determină K pentru mai multe perechi de valori ale rezistențelor R_s și S_h care satisfac condițiile de mai sus, pentru a dispune de mai multe sensibilități cunoscute ale instalației, cu scopul de a le utiliza astfel ca deplasarea d să fie mai mare de 100 mm (eroarea asupra lui d să fie mică).

β. *Compensarea componentei verticale B_v a inducției terestre.* Cunoscînd numărul de spire pe metru n_1 al bobinei din circuitul C_1, se calculează curentul necesar compensării și se reglează R_1 pentru obținerea acesteia. Circuitul C_1 va rămîne închis tot timpul măsurătorilor (K_1 închis).

Compensarea trebuie făcută cu o eroare mai mică decît restul erorilor care intervin în determinări.

γ. *Demagnetizarea probei.* Se face contactul 0—2, K_p fiind în poziția 2 și se închide inversorul I. Se reglează, cu ajutorul autotransformatorului AT și al reostatului Rh_p, curentul I_2 prin circuitul C_2 astfel încît amplitudinea lui să fie mai mare decît intensitatea maximă a curentului magnetizant I_p. Se scade apoi I_2 lent și regulat pînă la o valoare cît mai apropiată de zero. Această operație se poate repeta.

δ. *Trasarea curbei de comutare.* Reostatul Rh_p este legat în serie cu încă cel puțin un reostat de rezistență mare ($\sim 10^3\ \Omega$), care se poate scurtcircuita atunci cînd I_p depășește valoarea de 0,5 A.

— Se închide K_s (în mod obligatoriu).
— Se face contactul 0—1.
— Se închide inversorul I în poziția 1 (sau 2).
— Se dă cea mai mare valoare reostatului Rh_p.

Scanned with OKEN Scanner

— Se închide K_p în poziția 1 și se reglează Rh_p *numai prin micșorare continuă*, pînă ce I_p are o valoare mică (de 0,1 A sau mai puțin).

— Se basculează inversorul I (luînd pe rînd pozițiile 1,2 etc.) de cel puțin zece ori și se fixează în una din poziții (de exemplu în poziția 1).

— Se deschide K_s.

— Se schimbă brusc poziția inversorului I (în poziția 2) și se citește deplasarea $2d$ a spotului pe riglă. Această deplasare corespunde variației inducției între $+B$ și $-B$, produsă de variația cîmpului magnetic de la valoarea $+H$ la $-H$, datorită inversării sensului curentului I_p.

Deci :

$$\Delta H = 2\ H\ ;\ \Delta B = 2\ B \text{ și } B = Ad, \text{ unde } A = \frac{K}{(N_1 - N_2)s} \qquad (13\text{-}13)$$

S-a obținut astfel vîrful unui ciclu de magnetizare, care constituie un punct al curbei de comutare.

— Se închide iarăși K_s, se crește I_p (pînă la 0,2 A de exemplu), se basculează inversorul I de zece ori și procedînd mai departe cum s-a arătat mai sus, se obține al doilea punct al curbei de comutare.

— Celelalte puncte ale curbei se obțin prin același procedeu, dînd lui I_p valori din ce în ce mai mari (pînă la cîțiva amperi).

În timpul operațiilor de măsurare, *să nu se revină în nici un caz* la o valoare mai mică a curentului I_p ; toate rezultatele ulterioare vor fi alterate din cauza fenomenului de histerezis. În caz de comitere a unei asemenea greșeli, se reiau toate operațiile, începînd cu demagnetizarea (în ordinea arătată).

— Cu datele obținute, se vor trasa curbele $B = f(H)$ și $\mu = f(H)$.

13.2.2. O metodă de trasare a curbei de primă magnetizare. a. *Instalația experimentală.* În figura 13-6 se dă schema unei instalații care permite să se trasoze curba de primă magnetizare și care nu necesită utilizarea unui sistem de bobine cu inductanță mutuală cunoscută.

În schemă nu s-a figurat circuitul de demagnetizare, iar circuitul de compensare a componentei B_v numai s-a schițat. Notațiile de pe figură coincid cu cele din figura 13-5. Circuitul C_3, de determinare a constantei K' este alcătuit din grupul r, C, E. Se încarcă condensatorul C — făcînd contactul 0—1 — și se descarcă prin galvanometrul balistic, făcîndu-se contactul 0—2.

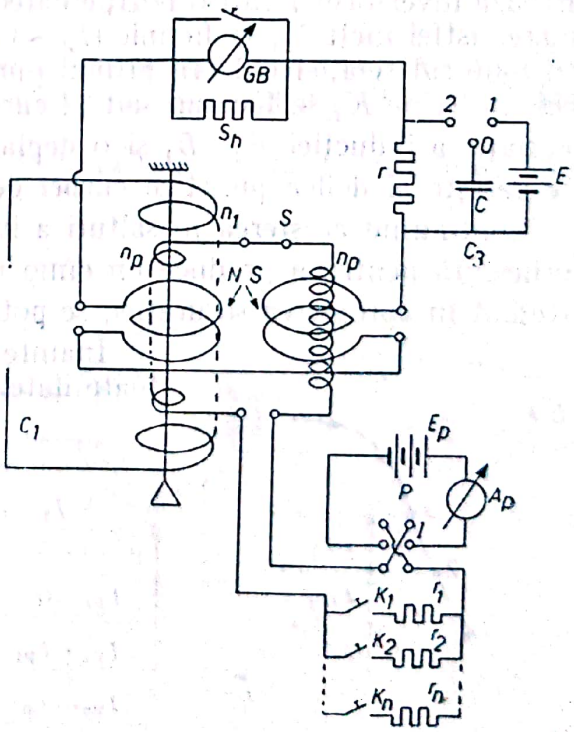


Fig. 13-6. Schema unei instalații de trasare a curbei de primă magnetizare.

Dacă $R=r+\rho+g$ — unde ρ este rezistența celor două bobine induse NS și g este rezistența galvanometrului șuntat — și d_0 este deplasarea spotului determinată de descărcarea condensatorului, atunci:

$$K'=\frac{CEr}{Rd_0}$$

Circuitul secundar conține două bobine identice, caracterizate prin aceiași N și S, legate în opoziție. Cu aceleași notații ca în cazul instalației precedente, putem scrie:

$$\Phi=N\mu_0(S-s)H+NsB-NS\mu_0H,$$

căci bobinele magnetizante legate în serie sînt de asemenea identice.

Neglijînd termenul de corecție $N\mu_0sH$, fără a introduce o eroare mai mare de 1%, avem:

$$\Delta\Phi=Ns\Delta B \text{ și } \Delta B=\frac{K}{sN}d=Ad \qquad (13\text{-}14)$$

Ca și în cazul precedent, variația de cîmp care corespunde lui ΔB este $\Delta H=$ $=n_p\,\Delta I_p$.

Circuitul primar care conține cele două bobine magnetizante identice este prevăzut cu un sistem de rezistențe legate în paralel ($r_1, \ldots, r_n$) care permite variația în salturi a curentului magnetizant I_p.

După ce se fac toate operațiile ca în cazul primei instalații (fig. 13-5), se fixează inversorul I într-o poziție oarecare și se închide K_1, r_1 avînd o valoare mare, astfel încît I_{p1} să fie mic ($I_{p1}\sim 0{,}1$ A); se citește deviația d_1 și se obține cu ajutorul relației (13-14), primul punct al curbei de primă magnetizare. Închizînd și pe K_2 se face un salt al curentului $I_{p2}-I_{p1}$, căruia îi corespunde o variație a inducției B_2-B_1 și o deplasare d_2 a spotului; din datele obținute se găsește al doilea punct al curbei de primă magnetizare (fig. 13-7).

Continuînd creșterea în salturi a lui I_p, pînă cînd valoarea lui totală este suficientă pentru a produce un cîmp magnetic H care să aducă substanța de studiat în apropierea saturației, se pot trasa curbele $B=f(H)$ și $\mu=f(H)$.

Înainte de trasarea acestor curbe, este bine ca toate datele să fie aranjate ca în tabelul 4.

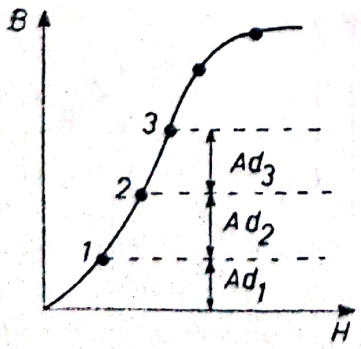


Fig. 13-7. Obținerea punctelor pentru trasarea curbei de primă magnetizare.

TABELUL 4

ΔI_p	d	ΔB	H
$I_{p1}-0$	d_1	$B_1-0=Ad_1$	$H_1=n_pI_{p1}$
$I_{p2}-I_{p1}$	d_2	$B_2-B_1=Ad_2$	$H_2=n_pI_{p2}$
$I_{p3}-I_{p2}$	d_3	$B_3-B_2=Ad_3$	$H_3=n_pI_{p3}$

unde $A=\frac{K}{Ns}=\frac{CEr}{Nsd_0}$

Scanned with OKEN Scanner

Observaţie. Toate valorile asupra mărimilor I, R etc. nu s-au dat decît cu titlul de indicaţie, atît în cazul primei instalaţii cît şi în cazul celei de a doua. Aceste valori variază foarte mult în funcţie de caracteristicile magnetice ale substanţei feromagnetice de studiat.

13.3. CICLUL DE HISTEREZIS

13.3.1. Metoda torului pentru trasarea ciclului de histerezis. a. *Instalaţia experimentală.* În figura 13-8 se prezintă schiţa instalaţiei de măsurare a caracteristicilor substanţelor feromagnetice la eşantioane sub formă de tor. În acest caz se elimină influenţa cîmpului demagnetizant şi nu mai are loc nici influenţa componentei B_v a inducţiei terestre; de aceea circuitul C_1 (de compensare) nu mai este necesar.

Cu această variantă a „metodei balistice", numită adesea *metoda torului*, se obţin rezultatele cele mai precise asupra determinării caracteristicilor magnetice, dacă se utilizează cîmpuri de intensitate mijlocie şi dacă diametrul inelului este mare faţă de grosimea acestuia ($D/d > 10$).

Notaţiile, cu puţine modificări, au rămas ca cele din figura 13-5.

Pe întregul inel se înfăşoară, în mod regulat, bobina primară P care, putînd fi parcursă de un curent de intensitate variabilă şi cunoscută, creează cîmpul magnetizant. O a doua înfăşurare, bobinată numai pe o porţiune a inelului, avînd un număr total de N_s spire şi făcînd parte din circuitul secundar S, serveşte la măsurarea inducţiei B.

Cîmpul magnetic aplicat eşantionului se va calcula după formula:

$$H = \frac{N_p I}{L} = n_p I \qquad (13\text{-}15)$$

cu $L = 2\pi r$, unde N_p este numărul total de spire al primarului, r este raza medie a torului, L este circumferinţa medie a torului şi n_p este numărul de spire mediu pe metru.

Unei variaţii $\Delta H = n_p \Delta I$ a cîmpului H îi va corespunde o variaţie de flux în bobina secundară dată de relaţia:

$$\Delta\Phi = N_s \cdot s \cdot \Delta B,$$

unde s este suprafaţa secţiunii transversale a torului.

De aici se deduce:

$$\Delta B = \frac{K}{sN_s} \cdot d,$$

unde K este constanta galvanometrului măsurată în chiar condiţiile de lucru.

b. *Modul de lucru.* α. *Determinarea constantei K.* Se închide K_s, se pune cheia K_3 în poziţia 2 şi se închide inversorul I într-o poziţie oarecare. În acest fel,

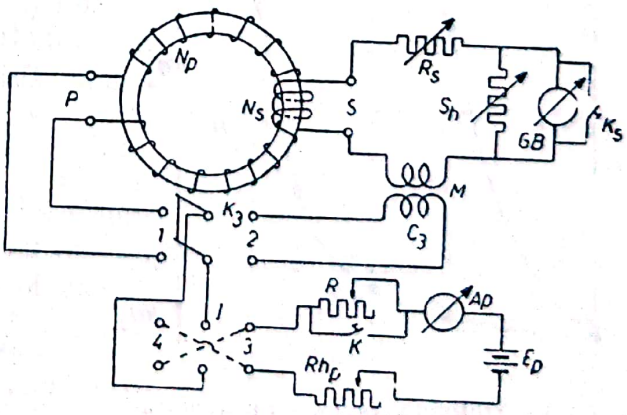


Fig. 13-8. Metoda torului pentru studiul substanţelor feromagnetice.

circuitul de alimentare al primarului P servește la alimentarea circuitului C_3 de etalonare. Întrucît primarul transformatorului M trebuie să fie parcurs de curenți de intensități mari (cîțiva amperi), întrerupătorul K se închide. Apoi se deshide K_s. Variația de flux se produce prin inversarea curentului cu ajutorul inversorului I; în rest, se procedează așa cum s-a arătat mai înainte. Dacă $2\ d_0$ este deplasarea spotului, atunci se poate scrie:

$$\Delta\Phi_0 = M \cdot 2I_0 = K \cdot 2\ d_0 \text{ și } K = \frac{MI_0}{d_0} \qquad (13\text{-}16)$$

c. *Trasarea ciclului de histerezis.* Se închide K_s, se pune cheia K_3 în poziția 1, se închide K (scurtcircuitînd reostatul R), se fixează inversorul într-una din poziții (de exemplu 3) și se reglează reostatul Rh_p în așa fel încît circuitul primar să fie parcurs de curentul maxim admis I_m (valoarea lui este indicată). În timpul trasării întregului ciclu, nu se mai intervine asupra reostatului Rh_p.

Se basculează inversorul I între pozițiile 3 și 4 cel puțin de zece ori pentru stabilizarea ciclului de magnetizare și se lasă apoi inversorul în una din poziții, — de exemplu în poziția 3. Prin convenție, curentul care circulă în aceste condiții prin bobina magnetizantă primară are sensul pozitiv, adică creează cîmpul magnetic $+H$; cînd inversorul este în poziția 4, cîmpul se consideră negativ, $-H$.

Inversorul fiind în poziția 3 și curentul avînd valoarea maximă I_m, căruia îi corespunde valoarea maximă a cîmpului magnetic $+H$, inducția are valoarea maximă $+B_m$ corespunzătoare unui punct extrem al ciclului de magnetizare notat cu A în figura 13-10.

Se deschide întrerupătorul K_s și se inversează curentul basculînd inversorul în poziția 4; acum inducția magnetică are a doua valoare extremă $-B_m$, corespunzătoare punctului D al ciclului. Prin basculare, curentul a variat de la $+I_m$ la $-I_m$, iar variația inducției a fost $\Delta B = +B_m - (-B_m) = 2\ B_m$ căreia îi corespunde o deplasare $2\ d_m$ a spotului, adică:

$$B_m = Ad_m \text{ și } H_m = n_p I_m.$$

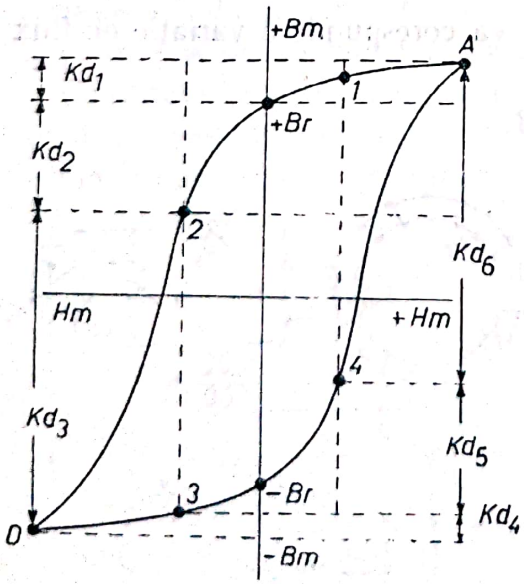


Fig. 13-9. Obținerea punctelor pentru trasarea ciclului de histerezis prin metoda torului.

Se revine la punctul A prin basculare a inversorului în poziția 3. Se dă reostatului R o valoare mică și se deschide brusc întrerupătorul K; curentul are acum valoarea I_1 ($\Delta I_1 = I_m - I_1$) și produce cîmpul $+H_1$ (aceasta corespunde punctului 1 de pe figura 13-9).

Prin variația

$$\Delta H = H_m - H_1$$

s-a produs $\Delta B_1 = B_m - (+B_1) = Kd_1$.

Se basculează inversorul în poziția 4; au loc variațiile:

$$\Delta I_2 = I_1 - (-I_1) = 2\ I_1$$

$$\Delta H_2 = H_1 - (-H_1) = 2\ H_1$$

$$\Delta B_2 = B_1 - (+B_2) = B_1 - B_2 = Kd_2$$

și inducția corespunde punctului 2 de pe curba din figura 13-9. Se închide K; au loc variațiile:

$$\Delta I_3 = -I_1 - (-I_m) = I_m - I_1; \quad \Delta H_3 = H_m - H_1 \text{ și } \Delta B_3 = +B_2 - (-B_m) = B_m + B_2 = Kd_3$$

și se ajunge astfel la punctul D al ciclului.

Se repetă operația și se determină punctele 3 și 4. Dacă măsurătoarea s-a desfășurat în condiții bune, atunci egalitatea $d_1+d_2+d_3=d_4+d_5+d_6=2\,d_m$, trebuie să fie satisfăcută cu o eroare de aproximativ 1%.

Dînd alte valori reostatului R, se obțin mai multe puncte (cel puțin opt pe fiecare din ramuri); dintre aceste puncte nu trebuie să lipsească punctele $+B_r$ și $-B_r$, care se obțin deschizînd inversorul cînd inducția are valorile extreme $\pm B_m$ (K fiind închis); atunci $H=0$ și $\Delta H = H_m - 0 = H_m$.

Observație. Ca și în cazul celorlalte variante descrise, dacă se produce vreo greșeală în timpul operațiilor, totul trebuie luat de la început.

Să se determine valoarea cîmpului coercitiv H_c și pierderile de energie prin histerezis pentru un ciclu, dacă densitatea substanței este $\rho=8$ g/cm³.

13.4. PERMEAMETRUL HOPKINSON

13.4.1. Principiul de funcționare. Metoda balistică, utilizînd eșantioane sub formă de tor este destul de greoaie, întrucît confecționarea torului este dificilă și bobinarea celor două înfășurări cere mult timp. În practică, este avantajos să se lucreze cu eșantioane sub formă de bară, cu secțiune transversală circulară sau dreptunghiulară. În cazul acestor eșantioane însă, apare inconvenientul că însăși proba de studiat creează un cîmp demagnetizant, a cărui valoare nu se poate cunoaște, de cele mai multe ori, cu o bună precizie și de aceea nu se poate cunoaște precis cîmpul magnetizant la care este supusă proba.

Pentru înlăturarea aproape totală a acestei surse de erori, se construiesc aparate speciale numite p e r m e a m e t r e. În principiu, acestea asigură, în mare măsură, înlăturarea cîmpului demagnetizant prin fixarea probei de studiat într-un jug (chiulasă) C masiv din substanță feromagnetică moale; formele acestor juguri și sistemele de fixare ale probelor sînt destul de variate. Utilizînd metoda balistică în una din variante, se pot determina caracteristicile substanțelor feromagnetice. În cele ce urmează, ne vom opri numai asupra unuia din cele mai cunoscute tipuri de permeametre care poartă numele lui Hopkinson (fig. 13-10).

Jugul C este străbătut de un canal cilindric MN, cu diametrul de aproximativ 1 cm. La cîțiva centimetri de marginile M și N ale jugului, canalul se lărgește și se deschide

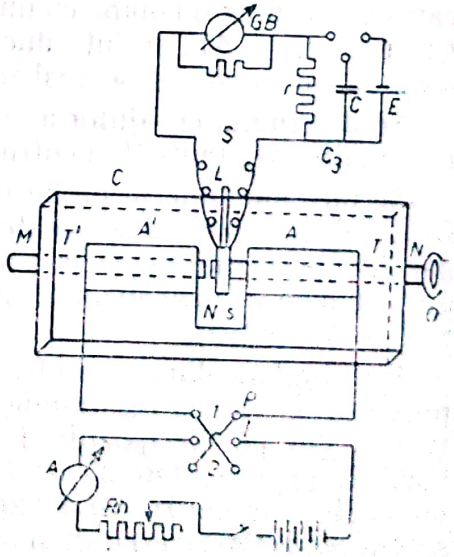


Fig. 13-10. Permeametrul Hopkinson.

pentru a se putea introduce două bobine magnetizante A și A'. Între acestea se află bobina indusă care are N_s spire ; un arc L sub formă de lamă tinde să țină bobina indusă în afara spațiului dintre bobinele A și A'. Eșantionul este constituit din două epruvete identice și cilindrice, cu diametrul egal cu al canalului din jug. Una din ele se introduce în canalul din jug și în bobina A' astfel încît capătul ei să ajungă la bobina indusă; la celălalt capăt, această epruvetă se prinde bine în jug cu șurubul T'. Cealaltă epruvetă se prinde, prin înșurubare, într-un mîner O și se introduce prin canalul jugului în interiorul bobinei A și al bobinei induse, pînă ce capătul ei vine în contact cît mai bun cu prima epruvetă ; această a doua epruvetă (provenită de fapt din tăierea în două jumătăți a unei epruvete cu lungimea ceva mai mare decît a jugului), se prinde bine în chiulasa C cu șurubul T.

Dacă prin bobinele A și A' circulă un curent de intensitate I, în cîmpul magnetic $H=n_pI$ creat de ele (unde n_p este numărul de spire pe metrul de lungime al ambelor bobine care sînt cît mai identice), epruveta va avea o inducție oarecare B. Dacă se eliberează epruveta cu mîner, acționînd asupra șurubului T și se scoate repede din jug trăgînd de mîner, bobina indusă prin care fluxul magnetic este $\Phi_1=B\cdot N_s s$ — unde s este suprafața secțiunii transversale a epruvetei — datorită arcului de care este fixată, se îndepărtează din poziția inițială astfel că fluxul care o străbate este practic zero ($\Phi_2=0$).

Se vor utiliza formulele deja cunoscute:

$$\Delta H=n_pI\,; \qquad \Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2=BsN_s, \qquad K'=\frac{cEr}{Rd_0}$$

unde

$$R=r+\rho+g \quad \text{și} \quad B=\frac{K}{sN_s}\cdot d, \tag{13-17}$$

notațiile fiind aceleași ca mai înainte.

13.4.2. Modul de lucru pentru trasarea curbei de primă magnetizare și a ciclului de histerezis. Se demagnetizează probele cu ajutorul unei instalații care constă dintr-o bobină cu multe spire parcursă de curent alternativ de intensitate mare (5 A) ; se introduc probele pe rînd în bobină și se scot lent din aceasta (în acest fel se realizează cîmpul magnetic alternativ descrescător).

Se determină cu ajutorul circuitului C_3, după cum s-a descris mai înainte, mai multe constante K pentru diverse sensibilități ale instalației.

Se introduc ambele probe în jug; una din ele se fixează cu T' și, *fără să se închidă inversorul* I se scoate proba a doua din A și din bobina indusă. Dacă galvanometrul nu indică nici o rotire a cadrului ($d=0$), înseamnă că probele au fost bine demagnetizate (sau posedă o magnetizare sub limita de sensibilitate a instalației).

Se introduce din nou proba cu mîner în bobina A pînă se atinge de cealaltă probă (fixă) ; se dă reostatului Rh valoarea maximă și se închide inversorul I în una din poziții (poziția 1 de exemplu) ; curentul care se stabilește prin bobinele magnetizante să fie I_1 (de ordinul zecimii de amper), acestuia corespunzîndu-i cîmpul $H_1=n_pI_1$. Se scoate brusc, prin tragere, proba din bobina A ; spotul se deplasează cu d_1 mm pe scară, ceea ce arată că în probă inducția are valoarea B_1 (după formulele 13-17). S-a obținut astfel un punct (punctul 1)

de pe curba de primă magnetizare (fig. 13-11). Se dă curentului magnetizant valoarea I_2, se introduce proba cu mîner în bobina A și în bobina indusă pe care o plasăm între bobinele A și A' (procedînd cu atenție) și iarăși se scoate brusc din jug proba cu mîner. Lectura deplasării d_2 va permite fixarea punctului 2 de pe curba de primă magnetizare. Se repetă operația de cîteva ori (5 ori de exemplu) ajungîndu-se la o valoare a curentului $I_5 = I_{max}$ căreia îi corespunde o inducție de saturație B_s. Apoi se repetă operațiile, scăzînd valoarea intensității curentului și se obțin punctele 6, 7 etc. Punctul B_r se obține întrerupînd curentul prin bobinele magnetizante. Punctele de pe porțiunile $B_r - B_m - B_r$ ale ciclului de histerezis se obțin închizînd inversorul în poziția 2 (valoarea curentului maxim este aceeași). Începînd cu punctul $-B_r$, se fixează iarăși inversorul în poziția 1 și se crește din nou intensitatea curentului pînă la valoarea I_{max}.

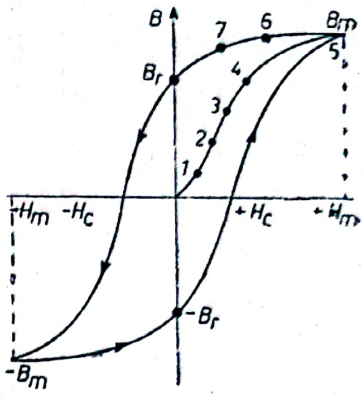


Fig. 13-11. Obținerea punctelor pentru trasarea curbei de primă magnetizare și a ciclului de histerezis cu permeametrul Hopkinson.

Dacă se lucrează atent, utilizînd diverse constante K ale circuitului indus, pentru ca deviațiile d să fie mari (peste cîteva zeci de milimetri), ciclul se închide cu o eroare de cîteva procente.

Observații Toate constantele permeametrului sînt indicate.

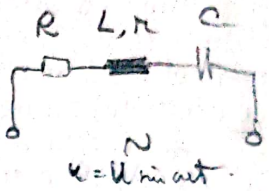
Atît curba de primă magnetizare, cît și ciclul de histerezis se trasează de cel puțin trei ori, de fiecare dată luînd alte valori pentru curenții I_1, I_2 etc., — cît mai convenabile.

Dacă s-a procedat greșit în cazul unui punct, se sare peste acesta și se continuă determinările.

Din datele obținute, se trasează și curba $\mu = f(H)$; se evaluează de asemenea și pierderile de energie prin histerezis.

Să se facă aprecieri asupra erorilor de determinare a caracteristicilor magnetice H_c, B_r, μ_{max}, W_h.

CAPITOLUL 14 | IMPEDANȚA ȘI PUTEREA ÎN CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV. MĂSURAREA ACESTORA PRIN METODE DE DEVIAȚIE



14.1. INDUCTANȚA PROPRIE

14.1.1. Generalități. Dacă se aplică unui circuit serie — format dintr-o rezistență (R), o bobină (L, r) și un condensator (C) — o tensiune electromotoare sinusoidală,

$$u = U_m \sin \omega t = U_m \sin 2\pi f t \qquad (14\text{-}1)$$

(u — valoarea instantanee a t.e.m., U_m — valoarea maximă a tensiunii electromotoare, $U = U_m/\sqrt{2}$ valoarea efectivă a tensiunii electromotoare, ω — pulsația curentului alternativ, f — frecvența c.a., t — timpul), expresia intensității curentului alternativ care se stabilește pe circuit este:

$$i = I_m \sin (\omega t \pm \varphi) \qquad (14\text{-}2)$$

Am

$I_m = \frac{I}{\sqrt{2}}$

$I_m \sqrt{2}$

În relația (14-2),

$$I_m = I\sqrt{2} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{U}{Z}$$

este valoarea maximă a intensității c.a., iar I este valoarea efectivă a acesteia.

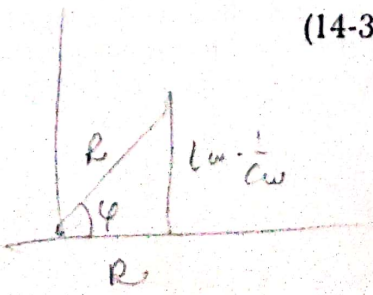
Mărimea $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

este impedanța circuitului; $X_L = L\omega$ și $X_C = \frac{1}{C\omega}$ sînt, respectiv, reactanța inductivă și reactanța capacitivă a circuitului, iar R este rezistența efectivă a rezistorului.

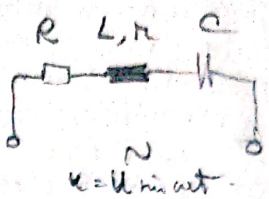
Prezența reactanțelor face ca curentul să fie defazat față de tensiune cu unghiul φ; expresia acestui unghi este:

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad (14\text{-}3)$$

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$



CAPITOLUL 14 | IMPEDANȚA ȘI PUTEREA ÎN CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV. MĂSURAREA ACESTORA PRIN METODE DE DEVIAȚIE



14.1. INDUCTANȚA PROPRIE

14.1.1. Generalități. Dacă se aplică unui circuit serie — format dintr-o rezistență (R), o bobină (L, r) și un condensator (C) — o tensiune electromotoare sinusoidală,

$$u = U_m \sin \omega t = U_m \sin 2\pi f t \qquad (14\text{-}1)$$

(u — valoarea instantanee a t.e.m., U_m — valoarea maximă a tensiunii electromotoare, $U = U_m/\sqrt{2}$ valoarea efectivă a tensiunii electromotoare, ω — pulsația curentului alternativ, f — frecvența c.a., t — timpul), expresia intensității curentului alternativ care se stabilește pe circuit este:

$$i = I_m \sin (\omega t \pm \varphi) \qquad (14\text{-}2)$$

În relația (14-2),

$$I_m = I\sqrt{2} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{U}{Z}$$

este valoarea maximă a intensității c.a., iar I este valoarea efectivă a acesteia.

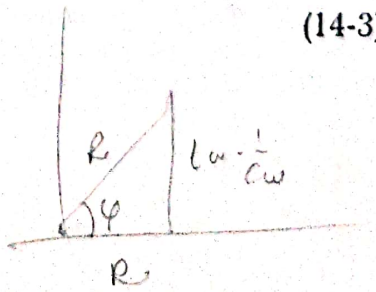
Mărimea $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

este impedanța circuitului; $X_L = L\omega$ și $X_C = \frac{1}{C\omega}$ sînt, respectiv, reactanța inductivă și reactanța capacitivă a circuitului, iar R este rezistența efectivă a rezistorului.

Prezența reactanțelor face ca curentul să fie defazat față de tensiune cu unghiul φ; expresia acestui unghi este:

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad (14\text{-}3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$



după cum reiese (simplu) din reprezentarea impedanței în planul complex (fig. 14-1).

Unghiul φ poate fi pozitiv sau negativ, după cum $L\omega$ este respectiv mai mare sau mai mic decît $1/C\omega$. Acesta este nul cînd circuitul de curent alternativ este constituit numai dintr-o rezistență pur ohmică și în cazul particular cînd $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ (adică la rezonanță).

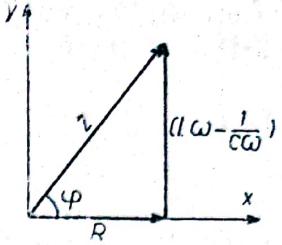


Fig. 14-1. Reprezentarea impedanței în planul complex.

14.1.2. Măsurarea inductanței proprii a unei bobine. Pentru măsurarea inductanței proprii L a unei bobine, se realizează montaje analoage acelora folosite în cazul metodei ampermetrului și voltmetrului, și al metodei comparației, pentru măsurarea rezistenței în curent continuu.

a. *Metoda ampermetrului și voltmetrului.* Această metodă care este cunoscută sub numele de *metoda Joubert* constă în folosirea unui ampermetru și a unui voltmetru ca în cazul montajelor aval și amonte pentru măsurarea rezistenței în curent continuu.

α. *Montajul aval.* În acest montaj, voltmetrul se leagă la capetele bobinei (L, r) cum se vede în schema din figura 14-2, *a*.

În primă aproximație, valoarea Z' a impedanței bobinei este:

$$Z' = \sqrt{L^2\omega^2 + r^2} = \frac{U}{I}; \qquad (14\text{-}4)$$

U și I fiind valorile efective ale tensiunii și curentului indicate de voltmetrul V și ampermetrul A. Rezistența ohmică r a bobinei, fiind dată (sau măsurată prin alimentarea circuitului cu o sursă de curent continuu făcînd contactele 0—2, 0′—2′ — figura 14-2, *a* — de unde rezultă $r = \frac{E}{I}$), se poate afla inductanța proprie a bobinei:

$$L' = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r^2} \qquad (14\text{-}5)$$

Valoarea inductanței proprii L' a bobinei calculată cu formula (14-5) este afectată de o *eroare sistematică*, întrucît ampermetrul nu indică exact intensitatea curentului care trece prin bobină, ci suma curenților care parcurg bobina și voltmetrul.

În cazul acestui montaj, folosind reprezentarea vectorială (fazorii) se poate scrie: $\vec{I}$, intensitatea curentului indicată de ampermetru este egală cu suma intensităților curenților $\vec{I}_z$ și $\vec{I}_v$, ce trec respectiv prin bobină și voltmetru. Curentul $\vec{I}_v$ (considerînd inductanța proprie a voltmetrului ca fiind neglijabilă) se reprezintă într-o diagramă vectorială (graficul lui Fresnel) în fază cu tensiunea de la bornele voltmetrului (fig. 14-2, *b*).

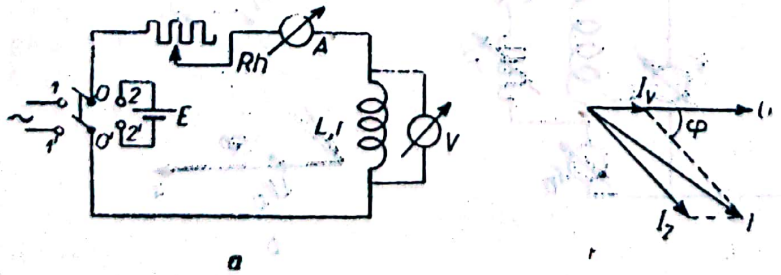


Fig. 14-2. Metoda Joubert pentru măsurarea inductanței proprii: *a* — montajul aval, *b* — diagrama vectorială.

Curentul $\vec{I}_z$, care trece prin bobină, este defazat în urmă cu un unghi φ, astfel încît se poate scrie:

$$I^2 = I_z^2 + I_v^2 + 2\, I_z I_v \cos \varphi \qquad (14\text{-}6)$$

Însă:

$$I_z = \frac{U}{Z} \text{ și } I_v = \frac{U}{R_v},$$

unde R_v este rezistența interioară a voltmetrului.

Introducînd expresiile curenților I_z și I_v în relația (14-6) și cum $\cos \varphi = \frac{r}{Z}$ (fig. 14-1), se obține:

$$I^2 = \frac{U^2}{Z^2} + \frac{U^2}{R_v^2} + 2\frac{U^2}{ZR_v} \cdot \frac{r}{Z}.$$

Prin urmare:

$$Z^2 = \frac{U^2(R_v + 2r)}{R_v(I^2 - U^2/R_v^2)};$$

ținînd seama că $Z = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$, se găsește expresia inductanței proprii a bobinei:

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U^2(R_v + 2r)}{R_v(I^2 - U^2/R_v^2)} - r^2} \qquad (14\text{-}7)$$

Diferența $(L' - L)$ reprezintă eroarea sistematică absolută, iar $\left(\frac{L' - L}{L}\right)$ eroarea sistematică relativă care afectează rezultatul.

Dacă la determinarea impedanței Z (din care se calculează L) se neglijează curentul I_v față de I_Z, se comite o eroare (sistematică) de metodă, prin lipsă,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{1 + \frac{R_v^2}{2R_v r + Z^2}}$$

Expresia de mai sus arată că aplicarea relației aproximative (14-5) conduce la un rezultat cu atît mai exact, cu cît Z și r sînt mai mici în comparație cu rezistența R_v a voltmetrului.

β. *Montajul amonte.* În acest montaj, voltmetrul este legat la capetele ansamblului impedanță-ampermetru, cum se arată în schema din figura 14-3, *a*.

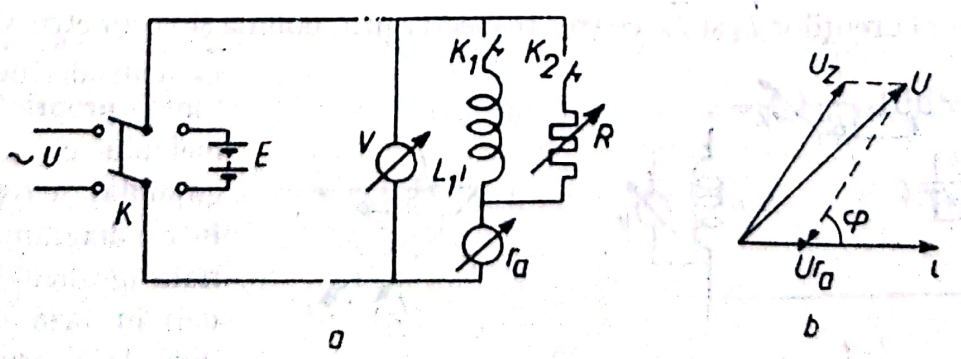


Fig. 14-3. Metoda Joubert pentru măsurarea inductanței proprii:
***a* — montajul amonte, *b* — diagrama vectorială.**

Și de această dată, valoarea aproximativă L' a coeficientului de autoinducție va fi dată tot de relația (14-5). În realitate însă, voltmetrul V nu indică exact căderea de tensiune pe impedanța de măsurat, ci suma căderilor de tensiune pe bobină și pe ampermetru. Cum coeficientul de autoinducție al ampermetrului este neglijabil, căderea de tensiune pe acesta se reprezintă, într-o diagramă vectorială (utilizînd fazorii), în fază cu curentul, iar căderea de tensiune pe bobină este defazată de un unghi φ, cum se arată în figura 14-3, *b*, deci:

$$U^2 = U_z^2 + U_{r_a}^2 + 2\ U_z U_{r_a} \cos \varphi$$

Însă,

$$U_z = ZI,\ U_{r_a} = r_a I \text{ și } \cos \varphi = \frac{r}{Z};$$

deci,

$$U^2 = I^2(Z^2 + r_a^2 + 2\ r_a r),$$

de unde se obține:

$$Z = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r_a^2 - 2\ r_a r} = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r_a(r_a + 2\ r)} \qquad (14\text{-}8)$$

Prin identificarea expresiei (14-8) cu $Z = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$, se găsește:

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r_a^2 - r^2 - 2\ r_a r} = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (r + r_a)^2} \qquad (14\text{-}9)$$

expresie care dă valoarea lui L neafectată de eroare sistematică.

Dacă pentru determinarea impedanței Z se folosește relația aproximativă (14-5) în locul relației (14-8), adică dacă se neglijează căderea de tensiune pe ampermetru, se comite o eroare sistematică:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{1}{2}\ \frac{r_a(r_a + 2r)}{Z^2} \qquad (14\text{-}10)$$

Relația (14-10) arată că rezultatele obținute cu relația (14-5) sînt cu atît mai precise, cu cît r și r_a sînt mai mici în raport cu Z.

Precizia acestor determinări este limitată de erorile accidentale provenite din construcția celor două instrumente (eroare de construcție) și de erorile de lectură. Calculul lor se face ca și în cazul metodei ampermetrului și voltmetrului în c.c. (cap. 5).

Pentru mărirea preciziei rezultatelor obținute cu montajul amonte (K_1 închis, K_2 deschis, fig. 14-3, *a*), se continuă operațiile în c.c. înlocuind bobina (L, r) cu o rezistență ohmică R variabilă și etalonată (K_1 deschis, K_2 închis); se reglează R pînă cînd valoarea intensității curentului continuu este aceeași ca în cazul precedent, (în c.a) tensiunea $E = U$ rămînînd constantă. Ținînd seama de cele două faze ale măsurării,

$$I = \frac{U}{\sqrt{L^2\omega^2 + (r + r_a)^2}} = \frac{U}{R + r_a}$$

de unde:

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{(R + r_a)^2 - (r + r_a)^2} \qquad (14\text{-}11)$$

Scanned with OKEN Scanner

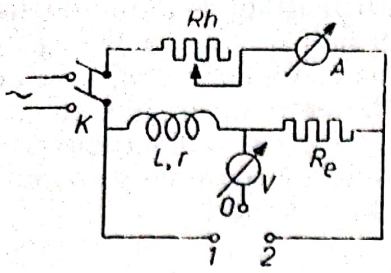


Fig. 14-4. Metoda comparaţiei pentru măsurarea inductanţei proprii.

Inductanţa proprie L va fi cunoscută cu aceeaşi precizie cu care se cunoaşte R (erorile datorate celor două instrumente de măsurare s-au eliminat).

Observaţie. Indiferent de montaj, pentru determinarea precisă a inductanţei proprii este necesară cunoaşterea cu precizie bună a rezistenţei r a acesteia. Aceasta mai este necesară şi la determinarea valorii reactanţei X a impedanţei de măsurat (necunoscute).

b. *Metoda comparaţiei.* Aceasta constă în folosirea unui singur instrument — a unui voltmetru — şi a unei rezistenţe neinductive etalon montate cum se arată în schema de mai sus (fig. 14-4).

Făcînd pe rînd contactele 0-1, 0-2, voltmetrul indică respectiv căderile de tensiune pe bobina (L, r) şi pe rezistenţa ohmică etalonată R_e. Dacă măsurarea celor două căderi de tensiune se face cu un voltmetru cu rezistenţă internă mare ($R_v \simeq \infty$), atunci :

$$U_L = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2} \cdot I, \quad U_{R_e} = R_e I$$

şi

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{U_L}{U_{R_e}}\right)^2 R_e^2 - r^2} \qquad (14\text{-}12)$$

În acest caz eroarea accidentală poate fi mai mică decît în cazul metodei ampermetrului şi voltmetrului.

c. *Metoda celor trei voltmetre.* Schema de principiu a metodei este dată în figura 14-5, *a*. Din diagrama vectorială a tensiunilor U_1, U_2 şi U_3 (fig. 14-5, *b*) indicate respectiv de cele trei voltmetre V_1, V_2, V_3, se observă că :

$$U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2\, U_1 U_2 \cos\varphi,$$

de unde

$$\cos\varphi = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2} \qquad (14\text{-}13)$$

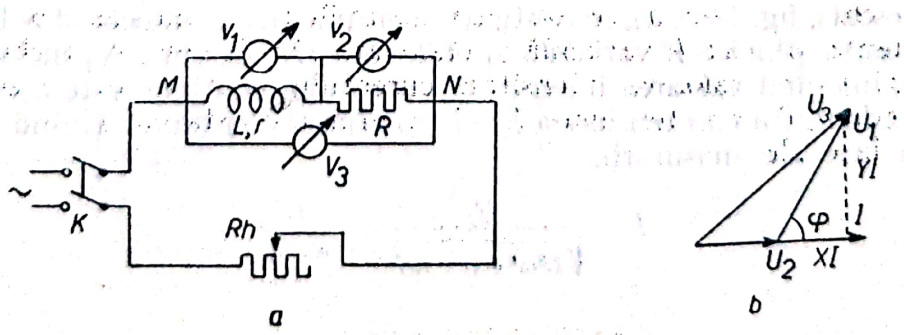


Fig. 14-5. Metoda celor trei voltmetre pentru măsurarea inductanţei proprii : *a* — schema de principiu, *b* — diagrama vectorială.

Dar, din figura 14-5, *b* se deduce că : $\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}$ (14-14)

Din identificarea relațiilor (14-13) și (14-14) rezultă :

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{4r^2U_1^2U_2^2}{(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2)} - r^2} \qquad (14\text{-}15)$$

14.2. CAPACITATEA

14.2.1. Noțiuni generale. Condensatoarele, în funcție de energia disipată în ele, pot fi aproape perfecte și imperfecte. Un condensator perfect (fără pierderi) are impedanța $Z = 1/C\ \omega$.

Un asemenea condensator defazează curentul care îl traversează cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii de la armăturile sale ; de aceea, puterea ($P = UI \cos \varphi$) absorbită de un astfel de condensator va fi nulă.

Condensatoarele imperfecte pot fi asimilate, după energia disipată, fie cu un condensator perfect (concept idealizat) în serie cu o rezistență *r* (energie mică disipată în condensator), fie cu un condensator perfect șuntat cu o rezistență *s* (cînd pierderile sînt mari). De aceea, nu totdeauna se poate caracteriza un condensator doar prin cunoașterea capacității sale ; este necesar să se cunoască și *factorul său de calitate*, definit prin relația :

$$Q = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} \qquad (14\text{-}16)$$

în care δ este complementul unghiului de defazaj φ — între curentul *i* care străbate condensatorul și tensiunea *u* aplicată la bornele sale — numit *unghi de pierderi*. În aceste cazuri puterea disipată în condensator nu mai este nulă ; curentul are o componentă în fază cu tensiunea și o alta defazată cu $\pi/2$, așa cum se arată în figurile 14-6, *c* și 14-6, *d*, corespunzătoare celor două scheme (fig. 14-6, *a* și 14-6, *b*) de exprimare a pierderilor în dielectric printr-o rezistență în serie sau în paralel.

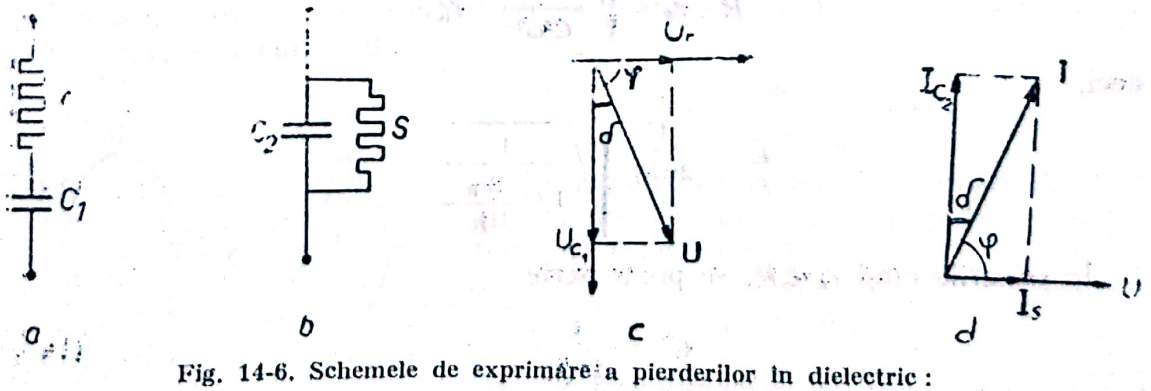


Fig. 14-6. Schemele de exprimare a pierderilor în dielectric :
a — printr-o rezistență în serie; *b* — printr-o rezistență în paralel ; *c* și *d* — diagramele vectoriale corespunzătoare.

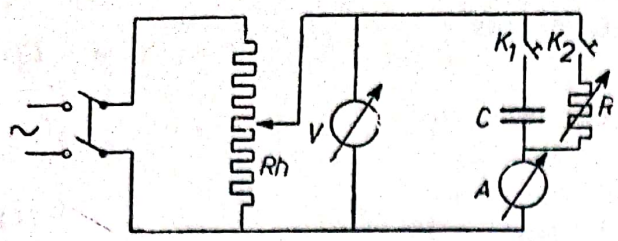


Fig. 14-7. Metoda ampermetrului și voltmetrului pentru măsurarea capacității condensatoarelor în c.a.

14.2.2. Metode de măsurare. a. *Metoda ampermetrului și voltmetrului.* Este o metodă simplă, în care se folosește un ampermetru pentru a măsura intensitatea curentului care trece prin condensator și un voltmetru pentru a măsura tensiunea la bornele acestuia. Aparatele se montează cum se arată în schema din figura 14-7. În ipoteza că condensatorul este perfect (așa cum se poate admite adesea în practică), se poate scrie:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{r_a^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$$

și

$$C = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{1}{\frac{U^2}{I^2} - r_a^2}} \qquad (14\text{-}17)$$

Dacă se neglijează rezistența internă a ampermetrului, relația (14-17) devine:

$$C = \frac{1}{2\pi f}\,\frac{I}{U} \qquad (14\text{-}18)$$

Pentru mărirea preciziei metodei, se înlocuiește condensatorul C cu o rezistență ohmică R variabilă și etalonată (K_1 deschis, K_2 închis). Se variază rezistența R pînă cînd ampermetrul indică același curent ca în primul caz; tensiunea U indicată de voltmetru fiind aceeași, se scrie:

$$R + r_a = \frac{U}{I} \qquad (14\text{-}19)$$

Comparînd relațiile (14-17) și (14-19) se vede că:

$$R + r_a = \sqrt{\frac{1}{C^2\omega^2} + r_a^2};$$

deci,

$$C = \frac{1}{2\pi R f}\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2r_a}{R}}} \qquad (14\text{-}20)$$

În cazurile cînd $r_a \ll R$, se poate scrie:

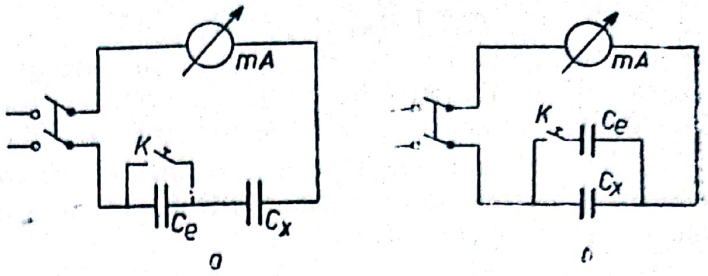
$$C' = \frac{1}{2\pi R f} \qquad (14\text{-}21)$$

(C va fi cunoscut cu aceeași precizie ca și R).

b. *Metoda comparației.* Se determină valoarea capacității necunoscute prin comparare cu aceea a unui condensator etalon montat cum se arată în schemele de alături (fig. 14-8, *a*) și (14-8, *b*).

În cazul legării în serie a celor două condensatoare,

$$C_x = \left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right) C_e \quad (14\text{-}22)$$



Fgi. 14-8. Metoda comparației pentru măsurarea capacității condensatoarelor în c.a.:
a — montarea condensatoarelor de comparat în serie,
b — montarea celor două condensatoare în paralel.

unde I_1 și I_2 sînt valorile intensității curentului indicate de ampermetru, cînd întrerupătorul K este respectiv închis și deschis.

Cînd cele două condensatoare se montează în paralel, (14-8, *b*) se lasă mai întîi K deschis, apoi se închide și se citesc pe rînd la miliampermetru, valorile I_1 și I_2. De această dată:

$$C_x = C_e \Big/ \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \quad (14\text{-}23)$$

Observație. Se recomandă utilizarea instrumentelor cu reactanță neglijabilă în raport cu aceea de măsurat, de exemplu instrumentele termice.

14.3. INDUCTANȚA MUTUALĂ

14.3.1. Noțiuni generale. Fenomenul de inducție mutuală constă în aceea că, la variația intensității curentului electric într-un circuit oarecare, cîmpul magnetic variabil al acestui curent induce tensiuni electromotoare în circuitele vecine. Fie un circuit (circuitul 1, fig. 14-9) străbătut de un curent (I_1). Fluxul inducției magnetice Φ datorat acestui curent este proporțional cu I_1.

Dacă în apropierea lui C_1 se află un al doilea circuit (2), acesta va fi străbătut numai de o parte din fluxul Φ:

$$\Phi_{21} = M_{21} \cdot I_1.$$

M_{21} este inductanța mutuală a circuitului (2) în raport cu circuitul (1). Cînd fluxul Φ este variabil, în circuitul (2) va apare o tensiune electromotoare indusă, dată de relația cunoscută:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

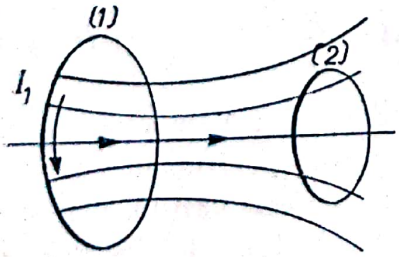


Fig. 14-9. Inductanța mutuală a două circuite.

La rîndul său, curentul de intensitate variabilă I_2, din circuitul (2), va induce în (1) o tensiune electromotoare:

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt},$$

M_{12} fiind inductanța mutuală a circuitului (1) în raport cu circuitul (2).

Se demonstrează că: $M_{21}=M_{12}=M$

M se numește *inductanța mutuală* a două circuite și este numeric egală cu t.e.m. de inducție care apare într-unul din circuite, cînd în celălalt circuit intensitatea curentului variază cu o unitate, în unitatea de timp.

Inductanța mutuală a două circuite este determinată de forma geometrică, de dimensiunile și de așezarea relativă a circuitelor, precum și de permeabilitatea magnetică a mediului.

În cazul bobinelor cu miez de fier, inductanța mutuală M depinde de intensitatea curentului (din cauza dependenței permeabilității μ de H, acesta din urmă fiind funcție de I).

Inductanța mutuală a două bobine se măsoară tot în henry (H), ca și inductanța proprie a unei bobine.

14.3.2. Metode de măsurare. a. *Metoda Joubert.* Este cel mai des folosită în măsurătorile industriale, datorită simplității sale. Înfășurarea a cărei inductanță mutuală (sau coeficient de inducție mutuală) M se măsoară (de exemplu primarul P al unui transformator), se leagă în serie cu un reostat Rh, o rezistență variabilă și etalonată R și un ampermetru A, cum se vede în schema din figura 14-10. Circuitul se alimentează de la o sursă de curent de pulsație ω; capetele celei de a doua înfășurări (secundarul transformatorului) se leagă la bornele unui voltmetru. Cînd se face contactul 0-1, tensiunea U indicată de voltmetru are expresia:

$$U=M\omega I \tag{14-24}$$

I fiind intensitatea curentului, indicată de ampermetrul A. Cunoscînd pe U și I, se poate calcula inductanța mutuală M din expresia:

$$\boxed{M=\frac{U}{I\omega}} \tag{14-25}$$

Pentru mărirea preciziei măsurării, se folosește varianta prin substituție; se comută voltmetrul la bornele rezistenței ohmice R (făcînd contactul 0-2) și se reglează aceasta pînă cînd voltmetrul indică aceeași tensiune. De această dată, tensiunea U indicată de voltmetrul V are expresia:

$$U=RI \tag{14-26}$$

Din compararea relațiilor (14-24) și (14-26) se găsește:

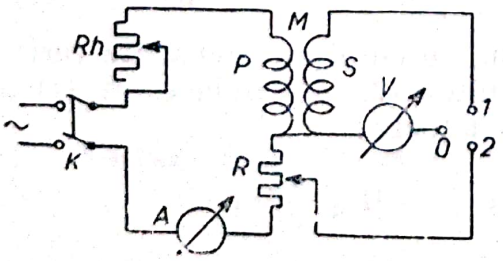


Fig 14-10. Metoda Joubert pentru măsurarea inductanței mutuale.

$$M=\frac{R}{\omega} \tag{14-27}$$

Inductanța mutuală M a bobinelor va fi cunoscută cu aceeași precizie cu care se cunoaște R. Deci în acest caz nu mai intervin erorile accidentale de lectură și cele care provin din construcția celor două instrumente, ca în prima variantă.

Observaţie. O metodă indirectă de măsurare a inductanţei mutuale M este descrisă în capitolul referitor la „Variaţia cu frecvenţa a inductanţei proprii în cazul unei bobine cu miez de fier" (cap. 16).

14.4. PUTEREA ÎN CURENT ALTERNATIV

14.4.1. Noţiuni generale. Pentru a cunoaşte puterea consumată într-un circuit de curent continuu, este suficient să se măsoare cu un ampermetru intensitatea I a curentului ce străbate consumatorul şi cu un voltmetru căderea de tensiune U pe acesta (instrumentele fiind montate ca la măsurarea rezistenţelor în montajul aval sau amonte) şi să se folosească formula:

$$P = UI$$

În curent alternativ, metoda ampermetrului şi voltmetrului poate fi folosită doar cînd consumatorul este o rezistenţă activă. În cazul cînd pe circuit se găseşte o reactanţă, trebuie să se ţină seama şi de unghiul de defazaj φ între tensiunea de la capetele acesteia şi intensitatea curentului care o străbate. Curentul are o componentă în fază cu tensiunea şi una defazată cu $\pi/2$.

Puterea reală (activă) este egală cu produsul dintre tensiunea efectivă şi componenta curentului în fază cu tensiunea:

$$P_{ac} = UI \cos \varphi \qquad (14\text{-}28)$$

Expresia de mai sus reprezintă energia medie generată de sursă într-o perioadă; unitatea cu care se măsoară este watt-ul. Cos φ poartă numele de *factor de putere.*

Produsul dintre tensiune şi componenta defazată cu $\pi/2$ a curentului poartă numele de *putere reactivă*:

$$P_r = XI^2 = UI \sin \varphi \qquad (14\text{-}29)$$

Unitatea de putere reactivă este var-ul. Produsul UI este *puterea aparentă*, P_a, care este legată de puterea activă şi cea reactivă prin relaţia:

$$P_a = P_{ac}^2 + P_r^2 \qquad (14\text{-}30)$$

şi se măsoară în *volt-amper.*

Din raportul între puterea activă şi puterea aparentă rezultă factorul de putere, cos φ.

La măsurarea directă a puterii active se folosesc wattmetrele şi în special *wattmetrele electrodinamice.*

14.4.2. Principiul de construcţie al wattmetrului electrodinamic. Ca orice istrument electrodinamic, acesta este alcătuit din două bobine. Una din bobine, A, este fixă şi formată din două înfăşurări circulare bobinate dintr-un conductor de secţiune mare, legate în serie; această bobină creează o inducţie proporţională cu intensitatea curentului I care o străbate. Bobina A se conectează în serie cu consumatorul S, de aceea se numeşte bobină de curent. *A doua bobină*, B, se poate roti în interiorul primei bobine; aceasta se montează în circuit înseriată cu o rezistenţă de valoare mare, r_{ad}, în paralel cu consumatorul, — de aceea se numeşte şi *bobină de tensiune.* Curentul care o străbate este proporţional cu căderea de tensiune de pe consumator (bobina de tensiune are rol de voltmetru).

Scanned with OKEN Scanner

Wattmetrul electrodinamic se poate reprezenta schematic ca în figura 14-11. Cînd instrumentul este legat într-un circuit de curent alternativ, bobina de tensiune B (mobilă) este supusă unui cuplu instantaneu de rotație, proporțional cu valorile instantanee ale curenților: i, care trece prin bobina A și i_u, care străbate bobina B; adică: $M=K_1 i \cdot i_u$, unde K_1 este un coeficient de proporționalitate.

Neglijînd reactanța inductivă a bobinei B în raport cu *rezistența adițională* activă r_{ad}, expresia curentului i_u se poate scrie:

$$i_u = \frac{U_m}{r_{ad}} \sin \omega t$$

Întrucît $i=I_m \sin(\omega t-\varphi)$ expresia cuplului de rotație devine:

$$M=K_1 \frac{I_m U_m}{r_{ad}} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t-\varphi)=K_1 \frac{I_m U_m}{2r_{ad}} \cos \varphi - K_1 \frac{I_m U_m}{2r_{ad}} \cos(\omega t-\varphi)$$

Valoarea medie a cuplului motor este egală cu termenul constant al ecuației, deci:

$$M_{med} = \frac{K_1}{r_{ad}} IU \cos \varphi$$

Acestuia i se opune cuplul rezistiv, de torsiune $C\alpha$, al firelor sau benzilor cu care este suspendată bobina mobilă B; la echilibru,

$$\frac{K_1}{r_{ad}} IU \cos \varphi = C\alpha,$$

de unde:

$$\alpha = K \cdot UI \cos \varphi = KP_{activ} \qquad (14\text{-}31)$$

Din relația (14-31) se vede că bobina mobilă se rotește cu un unghi α, *proporțional cu puterea activă*. Scara gradată a aparatului este aproape uniformă și poate fi aceeași, atît pentru curentul continuu, cît și pentru curentul alternativ pînă la frecvențe de 100—150 Hz.

Din figura 14-11 se observă că borna N a wattmetrului se poate lega în P sau în Q. Deoarece rezistența adițională de pe circuitul bobinei de tensiune este mare, curentul i_u este neglijabil în raport cu i; se poate considera că consumatorul S este, în prima aproximație străbătut de curentul i și de aceea, borna N se leagă în Q. Pentru compensarea creșterii inducției magnetice create de bobina A datorită faptului că este străbătută de curentul $(i+i_u)$, se aplică procedeul dat de Weston: bobina mobilă B este conectată în Q printr-un fir subțire care urmărește exact conductorul gros din care este bobinată A, cum se arată în figura 14-12. În acest fel, inducția magnetică va fi datorată curentului i.

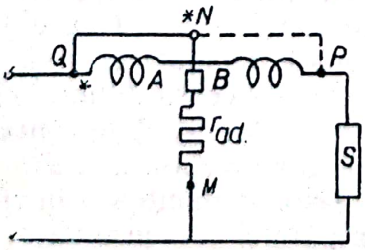


Fig. 14-11. Schema unui wattmetru electrodinamic.

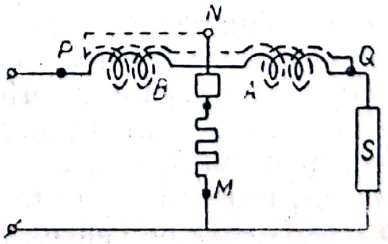


Fig. 14-12. Procedeul Weston pentru compensarea inducției magnetice create de curentul din bobina alăturată.

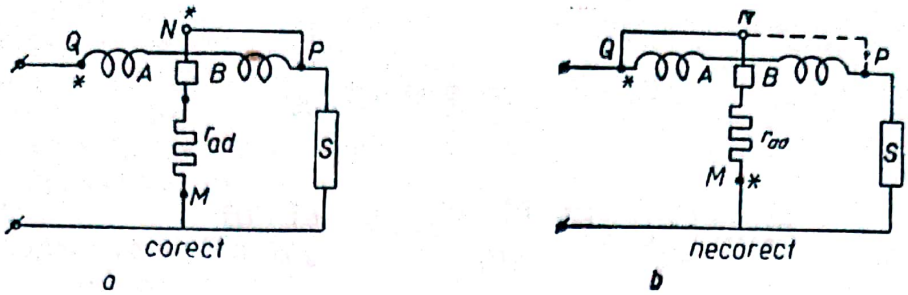


Fig. 14-13. Conectarea corectă (*a*) şi incorectă (*b*) a wattmetrului electrodinamic.

Observaţie. Din relaţia:

$$\alpha = KUI \cos \varphi \qquad (14\text{-}32)$$

se observă că sensul deviaţiei echipajului mobil depinde de sensul reciproc al curenţilor din cele două bobine; dacă se schimbă atît semnul curentului, cît şi al tensiunii, semnul lui α nu se schimbă. Deci wattmetrul poate fi folosit atît în curent continuu, cît şi în curent alternativ.

Dacă se inversează sensul numai al unuia din cei doi curenţi, se schimbă şi sensul deviaţiei; de aceea, pentru conectarea corectă a wattmetrului, fabrica constructoare notează una din bornele bobinei fixe (de curent) şi o bornă a celei mobile (de tensiune) cu cîte o steluţă sau săgeată. Acestea se numesc borne polarizate şi conectarea lor trebuie să se facă la acelaşi pol al generatorului; în figura 14-13 se arată un exemplu de legare corectă şi necorectă a wattmetrului.

14.4.3. Metode de măsurare a puterii. a. *Metoda celor trei voltmetre.* Pentru măsurarea puterii prin această metodă, se realizează montajul indicat în figura 14-14, *a*. Cu voltmetrul V se măsoară tensiunea totală U; voltmetrul V_1 indică tensiunea U_1 de la capetele sarcinii S, iar V_2 tensiunea U_2 de la capetele rezistenţei ohmice R.

Figura 14-14, *b* reprezintă diagrama vectorială a tensiunilor; $\overline{U}_2$ se reprezintă printr-un vector (fazor) în fază cu curentul, iar $\overline{U}_1$ printr-un vector (fazor) defazat cu un unghi φ faţă de curent. Analitic, se scrie:

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2\, U_1 U_2 \cos \varphi$$

şi

$$\cos \varphi = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2\, U_1 U_2}$$

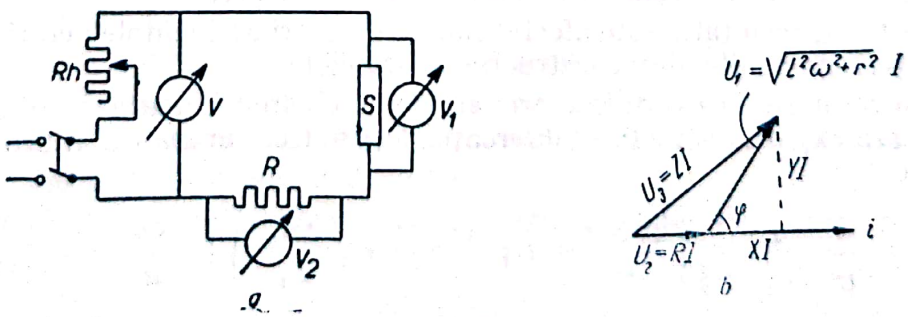


Fig. 14-14. Metoda celor trei voltmetre pentru măsurarea puterii în c.a.: *a* — schema de principiu, *b* — diagrama vectorială.

Întrucît

$$P_{ac}=UI\cos\varphi \text{ și } I=\frac{U_2}{R},$$

se găsește:

$$P_{ac}=\frac{U_2}{R}U_1\cdot\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2U_1U_2}=\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2R} \qquad (14\text{-}33)$$

La aceeași expresie se ajunge și plecînd de la definiția puterii active:

$$P_{ac}=\frac{1}{T}\int_0^T iu_1\mathrm{d}t;$$

cu i și u_1 s-au notat valorile instantanee ale intensității curentului și tensiunii de la capetele sarcinii S.

Dar,

$$i=\frac{u_{2m}}{R}=\frac{U_{2m}\sin\omega t}{R}$$

(U_{2m} — valoarea maximă a tensiunii u_2) și $u_1=U_{1m}\sin(\omega t-\varphi)$, unde φ reprezintă defazajul dintre curentul de pe circuit și tensiunea u de la capetele sarcinii S.

Făcînd înlocuirile necesare, expresia puterii devine:

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{U_2}{R}\sin\omega t\sin(\omega t-\varphi)\mathrm{d}t;$$

prin integrare, ținînd cont de expresia care dă pe cos φ, se găsește:

$$P=\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2R} \qquad (14\text{-}34)$$

Pentru mărirea preciziei, trebuie extrasă din P, puterea consumată de voltmetrul care măsoară căderea de tensiune pe sarcina S, ($P_1=R_v^2I$).

Rezultatele obținute cu metoda celor trei voltmetre sînt cu atît mai precise, cu cît este mai redus consumul aparatelor folosite; în acest scop, se utilizează voltmetre electrostatice sau cu tuburi electronice.

În acest caz, rezultatul este afectat numai de erori accidentale: erori de lectură și erori provenite din construcția aparatelor.

Pentru a ajunge la expresia erorii accidentale care afectează rezultatul, se logaritmează expresia (14-34), se diferențiază și se trece la mărimi finite; astfel se găsește:

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{2}{U^2-U_1^2-U_2^2}\left(\frac{U^2\Delta U}{U}+U_1^2\frac{\Delta U_1}{U_1}+U_2^2\frac{\Delta U_2}{U_2}\right)+\frac{\Delta R}{R} \qquad (14\text{-}35)$$

b. *Metoda ampermetrului, voltmetrului și wattmetrului pentru măsurarea rezistenței efective, impedanței, puterii (active, reactive, aparente) și a factorului de pu-*

tere cos φ într-un circuit de curent alternativ monofazat. În această metodă se folosește un wattmetru (electrodinamic), un ampermetru și un voltmetru, montate cum se arată în schema de mai jos (fig. 14-15).

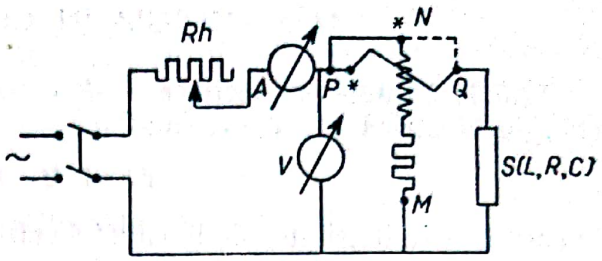


Fig. 14-15. Metoda ampermetrului, voltmetrului și wattmetrului pentru măsurarea rezistenței efective, impedanței, puterii și a factorului de putere în c.a.

Wattmetrul va indica puterea activă $P_{ac}=UI$ cos φ, în wați; puterea aparentă este dată de produsul dintre intensitatea curentului I care se stabilește pe circuit, indicată de ampermetrul A și căderea de tensiune U de pe consumatorul S, indicată de voltmetrul V:

$$P_{ap}=UI \text{ (volt. amper)} \tag{14-37}$$

Dacă se face raportul între puterea activă și cea aparentă, se găsește factorul de putere: $\cos\varphi=P_{ac}/P_{ap}$. (14-38)

Puterea reactivă se află cunoscînd P_{ap} și P_{ac}, conform relației:

$$P_r=\sqrt{P_{ap}^2-P_{ac}^2} \text{ (v.ar)} \tag{14-39}$$

Valoarea impedanței Z se află din relația:

$$Z=\frac{U}{I}=\sqrt{r^2+X^2} \tag{14-40}$$

Rezultatele vor fi afectate de erori provenite din faptul că nu s-a ținut seama de consumul instrumentelor legate în circuit și de defazajul introdus de reactanțele acestora. Cum acestea, în general sînt mici, se calculează erorile accidentale așa cum s-a indicat la măsurarea impedanței.

Rezistența efectivă a sarcinii S legată în circuit se află din valoarea puterii active indicată de wattmetru:

$$r=\frac{P_{ac}}{I^2} \tag{14-41}$$

Precizia cunoașterii lui r va depinde de aceea cu care se determină P și I.

Valoarea acesteia în curent alternativ este, în general, mai mare decît în curent continuu, deoarece intervin la frecvențe mari efectul pelicular și pierderile de putere în fier sau în dielectric.

Reactanța X a circuitului se află din valoarea impedanței. Cunoscîndu-l pe r, se găsește:

$$X=\sqrt{Z^2-r^2}=\sqrt{\frac{U^2}{I^2}-\frac{P_{ac}^2}{I^4}}=\frac{1}{I}\sqrt{U^2-\frac{P_{ac}^2}{I^2}} \tag{14-42}$$

Scanned with OKEN Scanner

14.5. ENERGIA ÎN CURENT ALTERNATIV

14.5.1. Contoarele electrice. a. *Principii de construcţie.* În curent continuu, energia electrică are expresia :

$$W = UIt = Pt,$$

în care U este tensiunea de la capetele circuitului, I intensitatea curentului care îl străbate şi t timpul în care se produce sau se consumă puterea electrică P corespunzătoare.

Măsurarea energiei W se poate face indirect, măsurînd cu un wattmetru, puterea P şi cu un cronometru, timpul t. Pentru o măsurare directă a energiei, este necesară măsurarea, cu un singur aparat, a produsului celor doi factori. Astfel de aparate sînt *contoarele electrice.*

După principiul de construcţie, contoarele pot fi electrodinamice, magnetoelectrice, de inducţie. În circuitele de curent continuu, se folosesc contoarele electrodinamice şi magnetoelectrice.

Pentru măsurarea energiei în circuitele de curent alternativ, sînt folosite în special contoarele de inducţie. Măsurarea energiei electrice cu ajutorul contoarelor, se poate face cu o eroare sub 1%.

În principiu, sistemul motor al unui contor de inducţie este format dintr-un disc de aluminiu sau cupru, prins pe un ax vertical care se mişcă sub acţiunea unui sistem de doi electromagneţi. Unul dintre aceştia are bobinajul legat în serie, iar altul în paralel cu circuitul în care se măsoară consumul de energie electrică. Cuplul motor care roteşte discul se datoreşte curenţilor Foucault, care iau naştere în disc datorită cîmpurilor magnetice variabile produse de cele două bobinaje.

Contorul este astfel construit, încît viteza de rotaţie a discului este proporţională cu puterea de măsurat. Astfel, numărul de rotaţii pe care le face discul într-un anumit timp va reprezenta energia înregistrată de contor, deci absorbită de circuit. Dacă printr-un anumit mecanism se face numărarea rotaţiilor discului, pe cadranul contorului se citeşte direct energia în kWh.

b. *Determinarea constantei contorului.* Constanta unui contor reprezintă numărul de rotaţii ale discului, care corespund unei energii înregistrate de 1 kWh.

Dacă $W = Pt$ este energia exprimată în watt-secundă, măsurată prin N rotaţii ale discului, constanta contorului este dată de relaţia :

$$K = \frac{3\,600 \cdot 1\,000\ N}{Pt};$$

aceasta este notată pe cadranul fiecărui contor.

La etalonarea unui contor se foloseşte un wattmetru de inducţie care măsoară puterea activă consumată de o anumită sarcină şi un cronometru pentru măsurarea timpului.

Puterea reală P_a consumată de sarcina S în timpul t, în care discul contorului execută N rotaţii, se măsoară cu un wattmetru. Puterea P_m măsurată de contor se calculează cu ajutorul constantei înscrise pe cadranul acestuia.

Eroarea relativă de măsurare a unei energii cu contorul este :

$$\varepsilon_r = \frac{P_m - P_a}{P_a} \cdot 100\%$$

Scanned with OKEN Scanner

Observaţie. Metodele de deviaţie care au fost prezentate, conduc la rezultate mai puţin precise decît metodele de zero, însă prezintă marele avantaj că permit măsurarea mărimilor electrice R, L, C, . . . în chiar condiţiile de lucru.

14.6. MĂSURAREA IMPEDANŢEI ŞI PUTERII

14.6.1. Măsurarea inductanţei proprii a unor bobine. Pentru determinarea inductanţei proprii a unor bobine, se pot folosi fie metoda ampermetrului şi voltmetrului (montaj aval şi amonte), fie metoda comparaţiei.

Pentru aplicarea metodei ampermetrului şi voltmetrului, se realizează montajele după schemele din figurile 14-2, *a* şi 14-3, *a*, în care: L, r este inductanţa de măsurat, A şi V, respectiv un ampermetru şi un voltmetru de c.c. şi c.a., cu mai multe scări [(0,2 ; 1,5) A ; (130—260) V] şi Rh, un reostat care serveşte la limitarea şi varierea intensităţii curentului (2×105 Ω ; 2,5 A). Alegerea reostatului care se leagă în circuit, se face în funcţie de curentul maxim admis care poate parcurge bobina a cărei inductanţă se măsoară.

Pentru a vedea care din cele două montaje este mai indicat a fi folosit la măsurarea inductanţei proprii a diferitelor bobine, se vor face măsurători cu trei bobine: o bobină de inductanţă proprie mare (bobina mobilă a unui variometru), una de inductanţă proprie redusă şi cu rezistenţă mică şi o alta, de inductanţă proprie redusă, dar cu rezistenţă mare.

Se vor calcula impedanţele lor şi erorile sistematice şi accidentale care afectează rezultatele obţinute cu fiecare montaj. *Să se arate* în ce cazuri este mai convenabil un montaj decît celălalt.

Cunoscînd valoarea impedanţei, determinînd rezistenţa ohmică a bobinelor prin alimentarea circuitului în curent continuu, se determină valoarea inductanţei proprii corespunzătoare.

Să se calculeze erorile sistematice care ar afecta rezultatele, dacă la determinarea inductanţei proprii în montajul amonte, varianta prin substituţie, s-ar neglija rezistenţa internă a ampermetrului.

Dar, dacă s-ar neglija şi rezistenţa ohmică r a bobinei, adică s-ar folosi în loc de (14-11), relaţia aproximativă:

$$L=\frac{R}{2\pi f}=\frac{R}{\omega}$$

Exemplu: Măsurarea inductanţei primarului unui transformator, cu montajul amonte, varianta prin substituţie (fig. 14-3, *a*). Sursa de curent: $U=220$ V, $f=50$ Hz. Reostatul Rh: R_{maxim} 750 Ω; $I_{maxim}=0{,}6$ A. Ampermetrul: clasa 0,5, cadranul cu 100 diviziuni, trei scări (0,2—0,5—1) A. Voltmetrul are scările (12, 24, 120, 240) V, este de clasa 0,5 şi cadranul are 100 diviziuni. Rezistenţa R este realizată cu ajutorul unui reostat asemenea cu Rh. Valoarea lui R care face să circule în circuit acelaşi curent, ca atunci cînd este legată bobina, se determină cu ajutorul unei punţi Wheatstone cu o eroare de 0,1%.

Dacă $R=1\,888$ Ω, $r_a=1{,}125$ Ω; $r=5{,}52$ Ω şi $I=0{,}106$ A, atunci:

$$L'=\frac{1}{2\pi f}\sqrt{(R+r_a)^2-(r+r_a)^2}=\frac{1}{2\pi f}\sqrt{(1\,890)^2-(6{,}65)^2}=$$

$$=\frac{1}{314}\sqrt{3\,568\,280}=\frac{1\,888{,}8}{314}\text{ H}$$

Scanned with OKEN Scanner

Aplicînd relația : $L=\frac{R}{2\pi f}$, în care se neglijează rezistența internă a ampermetrului și rezistența proprie a bobinei, se găsește :

$$L=\frac{1\,888}{314}\,\mathrm{H}$$

Eroarea sistematică relativă care afectează rezultatul este :

$$\frac{\Delta L}{L}=\frac{L'-L}{L}=\frac{0{,}8}{1\,888}=0{,}04\,\%\ ;$$

aceasta poate fi neglijată în raport cu erorile accidentale.

Citirea curentului se face pe scara de 0,2 A ; atunci :

$$\varepsilon_{lect}=\frac{1}{106}\simeq 0{,}01=1\,\%$$

R este măsurat cu o punte Wheatstone, cu o eroare de 0,1 %.

Deoarece :

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{ac}=\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{ac}+\varepsilon_{lect}$$

înseamnă că L va fi cunoscut cu o eroare maximă de 1 %. Rezultatul se va scrie :

$$L=(6{,}01\pm 0{,}06)\mathrm{H}$$

Observație. Bobina a cărei inductanță proprie se măsoară, se așază pe masa de lucru cît mai departe posibil de aparatele de măsurat (> 1 m), pentru a elimina influența cîmpului creat de aceasta asupra ampermetrului și voltmetrului.

14.6.2. Măsurarea capacității condensatoarelor. Se realizează montajul din figura 14-7. Alimentarea circuitului se face de la sursa de c.a. (220 V, 50 Hz) potențiometric, cu ajutorul unui reostat, Rh (750 Ω ; 0,6 A), astfel că se poate aplica la bornele condensatorului o tensiune variabilă de la valoarea zero pînă la cel mult valoarea nominală a tensiunii de funcționare a acestuia. V este un voltmetru de c.a. cu scările de 130 V și 260 V, iar A un ampermetru de c.a. cu scările de (0,2 ; 1 și 5) A. R este un reostat cu două înfășurări (750 Ω și 0,6 A fiecare) legate în serie pe circuit ; K_1 și K_2 sînt două întrerupătoare și C, condensatorul a cărui capacitate se măsoară.

Se închide mai întîi întrerupătorul K_1 (K_2 deschis) și se citesc respectiv pe voltmetru și pe ampermetru, valorile tensiunii și intensității curentului. Se deschide apoi K_1 și se închide K_2 ; se variază rezistența R pînă cînd ampermetrul indică aceeași valoare a intensității curentului (cu condiția ca U să rămînă același).

Se calculează valoarea capacității cu ajutorul relațiilor (14-20) și (14-21). *Să se deducă* din diferența celor două valori obținute, ce eroare sistematică afectează rezultatul dacă se consideră $r_a \ll R$ și *să se arate* dacă poate fi inclusă, ca valoare, în categoria erorilor accidentale.

Valoarea rezistenței R, care stabilește aceeași intensitate pe circuit, se determină cu o punte Wheatstone, cu o eroare de 0,1 %.

Scanned with OKEN Scanner

Aceeaşi capacitate se va măsura şi prin metoda comparaţiei, cu o capacitate etalon, după schemele din figurile 14-8, *a* şi 14-8, *b* şi se vor compara rezultatele obţinute.

Exemplu. Măsurarea capacităţii unui condensator prin metoda ampermetrului şi voltmetrului, varianta prin substituţie. Egalitatea curenţilor, sub aceeaşi tensiune, s-a obţinut cînd $R=1\,841\ \Omega$. Ambele instrumente sînt de clasa 0,5. Lectura curentului, $I=0{,}1$ A, s-a făcut pe scara de 0,2 A, iar a tensiunii, pe scara de 260 V. Numărul diviziunilor de pe cadranele instrumentelor este $N=100$.

Eroarea sistematică se află plecînd de la diferenţa dintre relaţiile (14-20) şi (14-21):

$$\left(\frac{\Delta C_X}{C_X}\right)_{sist}=\frac{C-C'}{C}=1-\sqrt{1+\frac{2r_a}{R}}$$

Ştiind că $r_a=0{,}75\ \Omega$, se obţine:

$$\left(\frac{\Delta C_X}{C_X}\right)_{sist}\simeq 0{,}03\%$$

care este neglijabilă în raport cu erorile accidentale.

Eroarea accidentală care afectează rezultatul se calculează după relaţia:

$$\left(\frac{\Delta C_X}{C_X}\right)_{ac}=\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{ac}+\varepsilon_{lect}$$

Cum,

$$\varepsilon_{lect}=\frac{0{,}001}{0{,}1}=0{,}01=1\%\ \text{şi}\ \frac{\Delta R}{R}=0{,}1\%$$

rezultă:

$$\frac{\Delta C_X}{C_X}=1\%\quad \text{şi}\quad C_X=(1{,}72\pm 0{,}02)\ \mu\text{F}$$

14.6.3. Măsurarea inductanţei mutuale. Aflarea inductanţei mutuale a două bobine se face fie prin metoda Joubert, fie prin metoda indirectă (prin măsurarea inductanţei proprii). Cel mai des se utilizează însă metoda Joubert, în varianta prin substituţie, aşa cum s-a descris în partea teoretică.

Să se realizeze montajul după schema din figura 14-10 şi *să se măsoare* inductanţa mutuală a înfăşurărilor unui transformator. Drept *Rh* şi *R* se folosesc două reostate de $(2\times 750)\ \Omega$ şi 0,6 A; *A* şi *V* sînt un ampermetru şi un voltmetru de curent alternativ, cu mai multe scări [(0,2; 0,5; 1; 5) A pentru ampermetru, 12 — 260) V pentru voltmetru], alese în raport cu mărimea inductanţei de măsurat şi a tensiunii electromotoare a sursei de alimentare.

Exemplu. Dacă tensiunea se citeşte pe scara de 24 V, cu 120 diviziuni şi are valoarea $U=11$ V, eroarea de lectură este:

$$\varepsilon_{lect}=\frac{0{,}1}{11}\simeq 1\%$$

Valoarea lui *R* pe care are loc aceeaşi cădere de tensiune ca şi pe secundarul transformatorului, este $R=93{,}4\ \Omega$.

Scanned with OKEN Scanner

Înseamnă că, după (14-27):

$$M=\frac{\xi R}{\omega}=\frac{93,4}{314}=0,295 \text{ H}$$

În acest caz:

$$\frac{\Delta M}{M}=\frac{\Delta R}{R}+\varepsilon_{lect}$$

Cum R este măsurat printr-o metodă în punte cu o eroare maximă de 1%, rezultă că:

$$\frac{\Delta M}{M}=2\% \text{ și că } M=(29,5\pm0,6)\ 10^{-2} \text{ H}$$

14.6.4. Măsurarea rezistenței efective, a reactanței, impedanței și puterii (cu wattmetrul, ampermetrul și voltmetrul). Se realizează montajul după schema din figura 14-15; alimentarea circuitului se face de la o sursă de curent alternativ cu o t.e.m. de 220 V și cu $f=50$ Hz. Instalația conține: un reostat Rh de 50 Ω — 5 A, un ampermetru A de curent alternativ cu scara de 5 A, un voltmetru V de curent alternativ cu scările de (130—260) V și un wattmetru W de inducție, de curent alternativ (360 V; 5 A; 15 W/div.). Drept sarcina S, se folosește o bobină cu miez de fier de inductanță variabilă (prin scoaterea și introducerea în bobină a miezului de fier).

Se citește pe ampermetru valoarea intensității I a curentului care străbate circuitul și pe voltmetru valoarea tensiunii de la capetele sarcinii S; prin introducerea acestor valori în relația (14-37), se află valoarea *puterii aparente* P_{ap}.

Wattmetrul W indică *puterea activă* P_{ac} consumată de sarcina S; aceasta se află prin înmulțirea numărului de diviziuni citite pe wattmetru, cu valoarea unei singure diviziuni (15 wați/diviziune).

Cu ajutorul acestor valori, se calculează factorul de putere, cos φ, după relația (14-38).

Să se determine factorul de putere, cos φ, corespunzător la diverse poziții ale miezului de fier în bobină; acestea se determină cu ajutorul unei rigle gradate atașată pe bobină.

Să se determine puterea activă consumată de bobină, corespunzătoare aceloraşi poziții ale miezului de fier, și prin metoda celor trei voltmetre (fig. 14-14, *a*) și să se compare rezultatele obținute, cu cele măsurate direct cu wattmetrul.

Raportînd valoarea tensiunii citite pe voltmetrul V, la aceea a intensității curentului citită pe ampermetrul A, se află valoarea impedanței Z, după relația (14-40).

Valoarea rezistenței efective r a acestei bobine se află cu ajutorul relației (14-41), făcînd raportul între puterea activă citită pe wattmetru și pătratul intensității curentului.

Cu valorile obținute pentru Z și r, se calculează valoarea reactanței X. În aceste măsurători se va neglija consumul aparatelor.

Să se calculeze erorile care afectează fiecare din rezultatele măsurătorilor efectuate.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 15 | CIRCUITUL *R L C* SERIE. REZONANȚA

15.1. CIRCUITUL *R L C* SERIE

15.1.1. Fenomene și relații de bază. Să considerăm o porțiune de circuit *ADEB*, compusă dintr-o rezistență ohmică *R*, o bobină cu inductanța proprie *L* — de rezistență ohmică neglijabilă — și un condensator de capacitate *C*, fără pierderi și să-i aplicăm o tensiune sinusoidală $v=V \sin \omega t$ (fig. 15-1).

Pentru a determina funcția $i\ (t)$, care reprezintă intensitatea instantanee a curentului electric alternativ — parcurgînd această porțiune de circuit — în funcție de timp, se poate proceda în mai multe moduri.

O primă *metodă* constă în a aplica legile generale ale rețelelor de curent continuu (Ohm și Kirchhoff) evaluînd tensiunile instantanee de la bornele elementelor care constituie porțiunea de circuit și intensitatea de curent instantanee. Presupunînd că *i* are, la un moment dat, sensul de la *A* spre *B*, expresiile celor trei tensiuni sînt :

$$V_A - V_D = Ri\,; \quad V_D - V_E = -e = L\frac{di}{dt}\,; \quad V_E - V_B = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt \qquad (15\text{-}1)$$

Scriind că suma acestor tensiuni este egală cu tensiunea *v* aplicată porțiunii de circuit, se obține ecuația diferențială a cărei soluție generală este tocmai funcția căutată $i\ (t)$:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = V \sin \omega t \qquad (15\text{-}2)$$

Primul termen al acestei soluții, care este soluția generală a ecuației fără membrul doi, se scrie sub forma $i = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ și tinde spre zero cînd timpul *t* tinde către infinit ; acest termen descrie *regimul tranzitoriu* care are loc în timpul stabilirii curentului pe circuit și durează, în realitate, un timp foarte scurt (fracțiuni de secundă).

Al doilea termen este o soluție particulară, care este o funcție sinusoidală de timp — de aceeași pulsație ω ca și *v* — și care descrie *regimul sinusoidal forțat*, stabilizat în mod permanent. Deci, în regimul permanent care s-a stabilit, *sursa* introdusă în circuitul *R*, *L*, *C* *impune* curentului din circuit *aceeași pulsație* ω ca acelea pe care le posedă *v*.

Intensitatea curentului va fi dată de formula :

$$i = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \sin (\omega t \pm \varphi), \qquad (15\text{-}3)$$

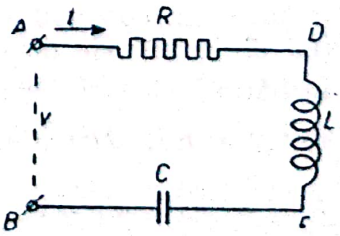


Fig. 15-1. Circuit *RLC* serie.

unde φ — diferenţa de fază între curentul din circuit şi tensiunea aplicată — se deduce din expresia:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \tag{15-4}$$

Raportul dintre tensiunea V de la capetele unei porţiuni de circuit şi intensitatea I a curentului care o parcurge este *impedanţa* Z a acelei porţiuni de circuit ($V = ZI$).

În cazul circuitului, R, L, C serie,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \tag{15-5}$$

Reactanţa $L\omega - \frac{1}{C\omega}$, cuprinsă în relaţiile (15-3; 15-5) este pozitivă, cînd $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ (efectul inductanţei proprii mai mare decît al capacităţii) şi negativă cînd $L\omega < \frac{1}{C\omega}$; în primul caz intensitatea curentului este în întîrziere (în urmă) faţă de tensiune, iar în al doilea caz, în avans. Efectul inductanţei creşte cu frecvenţa, iar al capacităţii, scade.

Deci o inductanţă are un efect antagonist faţă de acela al capacităţii, în ceea ce priveşte defazajul dintre i şi v.

Prin *metoda reprezentării complexe a unei mărimi sinusoidale*, care conduce la introducerea noţiunii de *impedanţă complexă*,

$$\bar{Z} = R + jX$$

unde R este rezistenţa ohmică a circuitului (mereu pozitivă), iar X este reactanţa circuitului (pozitivă sau negativă), se ajunge la următoarea expresie a impedanţei complexe pentru circuitul R, L, C serie:

$$\bar{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \tag{15-6}$$

Modulul Z al impedanţei complexe sau *impedanţa reală* (numită obişnuit impedanţă) şi φ, *argumentul impedanţei complexe* a circuitului (adică *defazajul* dintre tensiunea totală de la intrare (A, B) şi intensitatea curentului) sînt date de aceleaşi expresii (15-4) şi (15-5), obţinute prin metoda aplicării legilor lui Kirchhoff şi Ohm.

Metoda reprezentării vectoriale a mărimilor sinusoidale conduce la aceleaşi rezultate. Să reprezentăm pe I prin vectorul (fazorul) $\overline{AF}$ şi diferenţele de potenţial de la bornele dispozitivelor (elementelor) constitutive ale circuitului, prin următorii vectori (fazori): $\overline{AD} = V_R = V_A - V_D$ pe acelaşi suport cu $\overline{AF}$ şi de lungime RI, $\overline{DE} = V_L = V_D - V_E$ făcînd cu $\overline{AF}$ unghiul $+\frac{\pi}{2}$ şi de lungime $L\omega I$ şi $\overline{EB} = V_C = V_E - V_B$ de lungime $\frac{I}{C\omega}$ făcînd unghiul $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ cu $\overline{AF}$. Dacă se face suma geometrică a acestor vectori (fazori), se obţine vectorul (fa-

zorul) $\overline{AB}$, a cărui lungime este egală tocmai cu V, iar unghiul φ dintre $\overline{AB}$ și $\overline{AD}$ reprezintă defazajul dintre i și v (fig. 15-2).

Figura obținută permite să se deducă aceleași relații (15-4) și (15-5) care interesează.

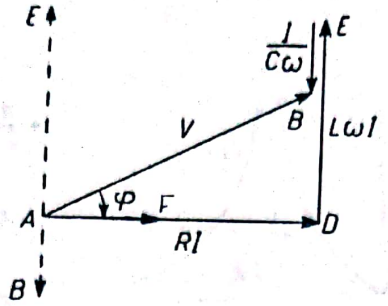


Fig. 15-2. Diagrama vectorială a circuitului *RLC* serie.

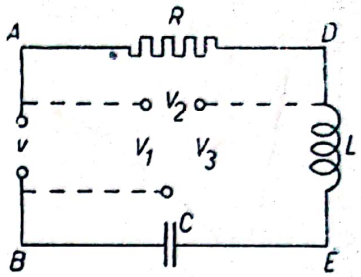


Fig. 15-3. Principiul unei metode de măsurare a defazajului dintre curent și tensiune.

15.1.2. Un procedeu de măsurare pentru φ. Figura 15-2 sugerează și un procedeu experimental de a cunoaște valoarea unghiului φ.

Măsurîndu-se tensiunea totală V_1, tensiunea de la bornele lui R, V_2 și tensiunea de la bornele grupului LC, V_3, relația

$$\cos\varphi = \frac{V_1^2 + V_2^2 - V_3^2}{2V_1V_2} \tag{15-7}$$

permite să se determine φ (fig. 15-3).

15.2. REZONANȚA SERIE

15.2.1. Variația mărimilor Z, I și φ cu ω. Să presupunem că elementele R, L și C ale circuitului nu variază cu frecvența și că aceasta din urmă poate să varieze între zero și ∞. Este interesant să se ia în considerare și valoarea particulară ω_0 a lui ω, care face să se anuleze reactanța circuitului,

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0,$$

adică pulsația care satisface relația:

$$LC\omega_0^2 = 1 \tag{15-8}$$

Dacă $\omega = 0$ (cînd curentul este continuu), atunci reactanța capacitivă $(1/C\omega)$ este infinită $(Z = +\infty)$, intensitatea I a curentului este nulă $(I = 0)$ și $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; dacă $\omega \to \infty$, adică v este de frecvență foarte înaltă, reactanța inductivă $L\omega$ este foarte mare $(Z \to +\infty)$, intensitatea I a curentului tinde către zero $(I \to 0)$ și $\varphi \to +\frac{\pi}{2}$. Cînd ω ia valoarea ω_0, reactanța circuitului este nulă, impedanța are valoarea minimă și egală cu rezistența ohmică a circuitului $(Z = R)$ și amplitudinea curentului capătă valoarea maximă $\left(I = \frac{V}{R}\right)$; în același timp, defazajul devine nul $(\varphi = 0)$, — curentul este în fază cu tensiunea. Curbele din figura 15-4, *a*, *b*, *c*, arată, mai în detaliu, cum variază cu pulsația, cele trei mărimi — Z, I și φ.

Scanned with OKEN Scanner

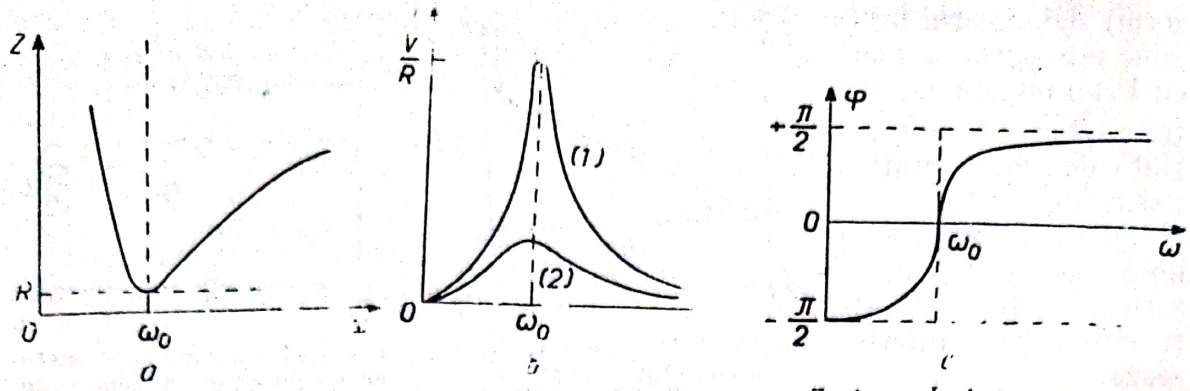


Fig. 15-4. Dependenţa de pulsaţie a mărimilor: *a* — *Z*, *b* — *I* şi *c* — φ.

În cazul particular cînd $\omega=\omega_0$, corespunzător relaţiei (15-8) se obţin pentru pulsaţia ω_0 şi perioada T_0 expresiile:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{şi} \quad T_0=2\pi\sqrt{LC} \tag{15-9}$$

Se ştie că aceste valori ale lui ω_0 şi T_0 sînt tocmai *pulsaţia proprie* şi *perioada proprie* a unui circuit, cînd are loc o descărcare oscilantă (foarte puţin amortizată) a unui condensator pe acel circuit care posedă inductanţa L şi are o rezistenţă R foarte mică.

În acest caz, cînd pulsaţia ω a curentului, impusă de sursă, este egală cu ω_0 — pulsaţia proprie a circuitului — se spune că *circuitul este în rezonanţă* sau că are loc *fenomenul de rezonanţă* ($\omega=\omega_0$). Rezonanţa unui circuit este deci caracterizată prin: *a*) o impedanţă minimă datorită faptului că efectele elementelor L şi C se compensează (fig. 15-5) (impedanţele complexe $jL\omega$ şi $\frac{j}{C\omega}$ sînt conjugate), $Z=R$, b) o intensitate efectivă maximă (amplitudine maximă) $I=\frac{V}{R}$ şi c) prin faptul că intensitatea este în fază cu tensiunea aplicată. Amplitudinea (sau intensitatea efectivă) este cu atît mai mare, cu cît R este mai mic.

15.2.2. Factorul de supratensiune. Rezonanţa este caracterizată şi prin faptul că circuitul poate prezenta *supratensiuni locale*, adică diferenţa de potenţial corespunzătoare la două puncte de pe circuit poate fi mai mare decît tensiunea aplicată. La rezonanţă, tensiunea de la bornele ansamblului bobină şi condensator fiind nulă, înseamnă că tensiunea de la bornele bobinei este egală şi opusă aceleia de la bornele condensatorului, în fiecare moment.

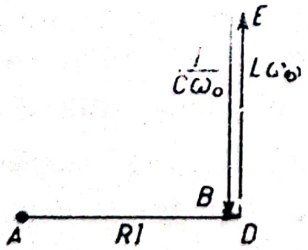


Fig. 15-5. Diagrama vectorială a circuitului *RLC* serie, la rezonanţă.

Amplitudinile acestor tensiuni sînt:

$$V_L=L\omega_0 I \quad \text{şi} \quad V_C=\frac{I}{C\omega_0} \tag{15-10}$$

Între valorile efective ale tensiunilor corespunzătoare şi a intensităţii există aceleaşi relaţii.

Ţinînd seama de faptul că $I=\frac{V}{R}$, se obţine:

$$\frac{V_L}{V}=\frac{L\omega_0}{R} \text{ şi } \frac{V_C}{V}=\frac{1}{RC\omega_0}$$

Factorul

$$\frac{L\omega_0}{R}=\frac{1}{RC\omega_0}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=Q \qquad (15\text{-}11)$$

care arată de cîte ori supratensiunile V_L şi V_C sînt mai mari decît tensiunea V, se numeşte *factor* (sau *coeficient*) de *supratensiune*. (Dacă ne referim la valorile efective ale tensiunilor, se obţin exact aceleaşi expresii). Coeficientul de supratensiune, Q, care este cu atît mai mare cu cît R este mai mic, este obişnuit de ordinul unităţilor sau zecilor, rareori de ordinul sutelor şi în mod excepţional mai mare de 10^3. Se obţine un Q mare în special la frecvenţe înalte ($\sim 10^6$ Hz); la frecvenţe joase, Q poate fi însemnat cînd circuitul cuprinde bobine cu fier moale.

Relaţia (15-11) arată că Q creşte mereu cu ω. În realitate, la frecvenţe înalte intervine efectul pelicular şi capacitatea repartizată pe bobină; în consecinţă, în aceste condiţii Q nu mai creşte după relaţia (15-11).

Întrucît supratensiunile pot deteriora atît condensatoarele cît şi bobinele (prin străpungerea dielectricului sau a straturilor izolatoare), în practică, reţelele se realizează uneori astfel încît ω să fie mult mai mic decît ω_0. Dacă tensiunile electromotoare nu sînt sinusoidale, rezonanţa ar putea să se realizeze pe una din armonice (a treia de exemplu); de aceea este necesar ca armonicele să fie cît mai reduse faţă de fundamentală.

15.2.3. Forma curbei de rezonanţă. Curbele $I=f(\omega)$ numite *„curbe de rezonanţă"* prezintă un maxim mai mult sau mai puţin pronunţat. Pentru a se aprecia cît de repede scade I cu ω, în vecinătatea lui ω_0, se iau în considerare valorile ω_1 şi ω_2 ale pulsaţiilor pentru care intensitatea maximă I (sau intensitatea efectivă) devine de $\sqrt{2}$ ori mai mică: $I=V/R\sqrt{2}$; atunci $Z=R\sqrt{2}$ (fig. 15-6).

Rezonanţa este cu atît mai pronunţată (curba de rezonanţă este mai ascuţită), cu cît raportul $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$, unde $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$, este mai mic, sau, — în concordanţă cu modul cum se obişnuieşte să se caracterizeze în practică acest fapt —, cu cît inversul acestui raport, factorul de supratensiune, este mai mare:

$$Q=\frac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}=\frac{\omega_0}{\Delta\omega} \qquad (15\text{-}12)$$

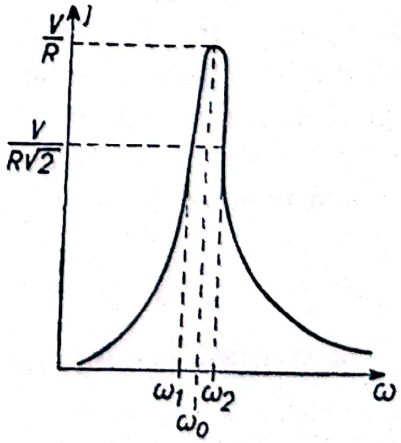


Fig. 15-6. Curbă de rezonanţă.

Pentru a găsi expresia lui Q în funcție de elementele R, L, C ale circuitului, se pleacă de la relația care rezultă din definiția acestuia:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}=R\sqrt{2}$$

Ecuațiile

$$LC\omega^2-1=\pm RC\omega,$$

care se obțin, se scriu astfel încît să intervină și ω_0 (prin împărțire cu $LC\omega_0^2=1$):

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\pm\frac{R}{L\omega_0}\cdot\frac{\omega}{\omega_0}-1=0 \qquad (15\text{-}13)$$

Diferența celor două rădăcini pozitive ale celor două ecuații, (dacă cea mai mare are indicele doi) conduce la egalitățile:

$$\frac{\omega_2}{\omega_0}-\frac{\omega_1}{\omega_0}=\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_0}=\frac{\Delta\omega}{\omega_0}=\frac{R}{L\omega_0}=RC\omega_0; \qquad (15\text{-}14)$$

de aici rezultă:

$$Q=\frac{1}{RC\omega_0}=\frac{L\omega_0}{R} \qquad (15\text{-}15)$$

Faptul că expresia (15-15), care arată cît de pronunțată este rezonanța unui circuit R, L, C serie, este identică cu aceea a coeficientului de supratensiune (15-11), justifică modul de definiție al lui Q prin expresia (15-12).

Pentru un circuit cu anumiți L și C, *coeficientul* (sau factorul) *de calitate* Q — cum i se spune în cazul cînd interesează caracterul pronunțat al rezonanței — (același cu coeficientul de supratensiune), depinde de valoarea lui R. Dacă R este mic, Q este mare și rezonanța este pronunțată (curba 1 din fig. 15-4, *b*); dacă R este mare (curba 2 din fig. 15-4, *b*), maximul curbei de rezonanță este întins, Q este mic și în consecință circuitul nu este de bună calitate.

Cînd un circuit are o rezonanță pronunțată, aceasta permite să fie parcurs de curent într-o *bandă de frecvență* îngustă, învecinată frecvenței proprii f_0. Practic, se admite că intensitatea $I=f(\omega)$ nu mai este importantă, dacă ω are valori în afara intervalului $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$, adică *banda de trecere* $\Delta f=f_2-f_1$ are o lărgime determinată de condiția $Z=R\sqrt{2}$.

Din relațiile de mai sus, rezultă expresia *lărgimii benzii de trecere*:

$$\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=\frac{\omega_0}{Q}=\frac{R}{L} \qquad (15\text{-}16)$$

Se constată că lărgimea relativă a benzii este tocmai inversul lui Q:

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}=\frac{1}{Q} \qquad (15\text{-}17)$$

Scanned with OKEN Scanner

15.3. PUNEREA ÎN EVIDENȚĂ ȘI MĂSURAREA DEFAZAJULUI

Defazajul care există între tensiunea de la capetele porțiunii de circuit OB și intensitatea curentului prin circuitul RLC serie, se poate pune în evidență cu ajutorul osciloscopului catodic cu două fascicule. Tensiunea de la capetele porțiunii de circuit OB, se aplică la plăcile de deflecție verticală Y_1 ale unuia dintre fascicule, iar la plăcile de deflecție verticală Y_2 ale fasciculului al doilea, se aplică o tensiune v', de la bornele rezistenței R' pur ohmice; în acest fel, al doilea fascicul suferă deviații proporționale cu i care parcurge circuitul (fig. 15-7). Prima sinusoidă reprezintă tensiunea v și a doua, intensitatea i în funcție de timp.

Să se aducă circuitul la rezonanță variindu-l pe C, — care este o cutie de condensatori variabili și etalonați, cu valori cuprinse între 0—1 μF —, bobina avînd $L=0,8$ H și rezistența ohmică $R_L=100\ \Omega$ (Rezistența introdusă în circuit, $R'=100\ \Omega$). Se va constata că cele două sinusoide sînt în fază.

Circuitul va fi alimentat de la un generator de joasă frecvență, prin intermediul transformatorului Tr. Tensiunea în secundar se ia de cîțiva volți (6 V); rezonanța se obține la o frecvență de aproximativ 200 Hz.

Să se varieze valoarea lui C în plus și în minus față de C_0 corespunzător rezonanței și să se constate, odată cu micșorarea amplitudinii curentului, care este semnul lui φ. *Să se traseze* curba $\varphi=f(C)$ și să se discute precizia asupra valorilor obținute pentru φ, cu ajutorul relației (15-7). Tensiunile se vor măsura cu un voltmetru electronic.

Observații. În cazul frecvenței de 50 Hz, pentru a se obține rezonanța serie, este necesar să dispunem de o bobină cu inductanță proprie L mare, de ordinul zecilor de Henry (pentru ca L să fie mare față de R); de aceea se utilizează, în acest caz, bobine cu miez de fier moale.

Prezența miezului de fier, are însă ca urmare faptul că, deși tensiunea v care se aplică circuitului este sinusoidală, intensitatea curentului nu mai este sinusoidală și de aici apar dificultăți privind definiția lui L. Ca efect, rezonanța nu este bine pronunțată.

15.4. MĂSURAREA FACTORULUI DE CALITATE

15.4.1. Determinarea factorului de calitate prin trasarea curbelor $I=f(C)$. După ce se realizează instalația indicată de schema din figura 15-8, folosind cutia de condensatoare variabile etalonate (0—1 μF), *să se traseze* curbele

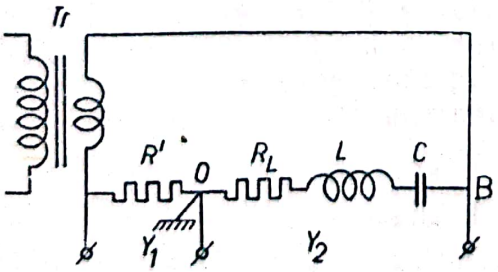


Fig. 15-7. Schema instalației pentru studiul rezonanței.

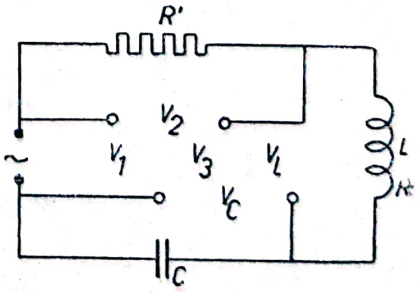


Fig. 15-8. Schema instalației pentru determinarea factorului de calitate.

$I=f(C)$ pentru valorile lui $R'=0$, $R'=100\ \Omega$ și $f=200$ Hz. În cazul cînd $R'=0$, intensitatea curentului se măsoară cu ajutorul unui miliampermetru introdus pe circuit. Cînd $R'=100\ \Omega$, intensitatea curentului se apreciază cu ajutorul unui voltmetru electronic conectat la bornele lui R'.

Să se obțină rezonanța și *să se calculeze* valoarea lui L. Care este precizia de măsurare ?

Din curbele $I=f(C)$ și folosind relația :

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}=\frac{\Delta C}{2C_0} \tag{15-18}$$

(dedusă din condiția de rezonanță $LC\,\omega_0^2=1$, prin diferențiere), să se calculeze Q al circuitului și să se aprecieze eroarea care afectează rezultatul (se obține $Q\simeq 5$).

15.4.2. Estimarea factorului de supratensiune. *Să se traseze* curbele $V_L=f(C)$ și $V_C=f(C)$, cînd se ia $R'=0$ și $f=200$ Hz. V_L și V_C se măsoară cu un voltmetru electronic.

Să se calculeze factorul de supratensiune $Q=\frac{V_L}{V_1}$ și să se compare valoarea obținută cu aceea a factorului de calitate obținut mai înainte (la punctul 15.4.1.).

15.4.3. Determinarea lui Q din curbele $I=f(\omega)$. Elementelor de circuit li se dau valorile : $C=2\ \mu F$, $L=0{,}8$ H și $R'=0$ sau $R'=100\ \Omega$. Variind frecvența, se trasează curbele $I=f(\omega)$. Intensitatea curentului se măsoară prin aceleași procedee ca cele indicate la punctul 15.4.1. Se obține un maxim ascuțit pentru o frecvență care coincide cu valoarea teoretică de 126 Hz, cu o eroare de cîteva unități, ceea ce corespunde preciziei instrumentelor.

Din curbele de rezonanță, *să se determine* valoarea lui Q.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 16 | PUNTEA WHEATSTONE ÎN CURENT ALTERNATIV. MĂSURAREA CAPACITĂŢILOR ŞI INDUCTANŢELOR

16.1. PUNTEA WHEATSTONE ÎN CURENT ALTERNATIV

Puntea Wheatstone se foloseşte nu numai la măsurări în curent continuu (regim permanent sau tranzitoriu), ci şi la măsurarea diverselor mărimi electrice în curent alternativ. De această dată, puntea conţine patru impedanţe (dintre care una de măsurat), este alimentată de o sursă de curent alternativ sinusoidal de pulsaţie ω (constantă) şi are, în mod obişnuit, ca instrument de zero, un galvanometru de vibraţie sau un receptor telefonic (fig. 16-1). Considerînd că puntea este echilibrată ($V_M - V_N = 0$), prin galvanometrul de vibraţie (telefon), nu mai trece curent, iar impedanţele Z_1 şi Z_2, ca şi Z_3 şi Z_4 sînt parcurse de curenţi de aceeaşi intensitate: I, respectiv I'.

În aceste condiţii, se poate scrie:

$$Z_1 I = Z_4 I'; \quad Z_2 I = Z_3 I';$$

de aici rezultă condiţia de echilibru a punţii Wheatstone în curent alternativ, care este analoagă cu aceea pentru măsurarea rezistenţelor (cu puntea) în curent continuu:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3}. \qquad (16\text{-}1)$$

Exprimînd impedanţa complexă sub forma

$$\bar{Z} = R + jX,$$

unde partea reală R şi partea imaginară X reprezintă o rezistenţă, respectiv o reactanţă, condiţia de echilibru devine:

$$(R_1 + jX_1)(R_3 + jX_3) = (R_2 + jX_2)(R_4 + jX_4) \qquad (16\text{-}2)$$

Egalînd cu zero părţile reală şi imaginară ale condiţiei complexe (16-2) şi considerînd că s-a realizat echilibrul punţii şi în curent continuu, se obţin următoarele două condiţii în valori reale pentru puntea în curent alternativ:

$$\left.\begin{aligned} R_1 R_3 &= R_2 R_4 \\ X_1 X_3 &= X_2 X_4 \end{aligned}\right\} \qquad (16\text{-}3)$$

Aceeaşi condiţie de echilibru (16-2) se poate scrie şi sub forma:

$$Z_1 Z_3 e^{j(\varphi_1 + \varphi_3)} = Z_2 Z_4 e^{j(\varphi_2 + \varphi_4)}, \qquad (16\text{-}4)$$

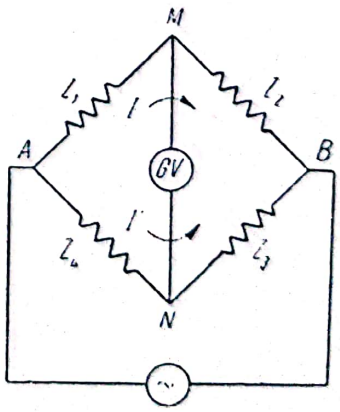


Fig. 16-1. Puntea Wheatstone în curent alternativ.

Scanned with OKEN Scanner

unde Z_i reprezintă modulul impedanței i, iar φ_i reprezintă defazajul dintre curent și tensiune corespunzător brațului i al punții. Și relația (16-4) arată că, pentru echilibrul punții în curent alternativ, trebuie satisfăcute două condiții (una privind modulele și a doua argumentele):

$$\left.\begin{aligned} Z_1Z_3 &= Z_2Z_4 \\ \varphi_1+\varphi_3 &= \varphi_2+\varphi_4 \end{aligned}\right\} \qquad (16\text{-}5)$$

Din formulele (16-3) și (16-5) care exprimă condițiile de echilibru ale punții în curent alternativ, rezultă că în acest caz puntea conține 8 elemente, dintre care două — rezistența și reactanța care constituie impedanța de măsurat — sînt necunoscute. Pentru a determina cele două elemente, este necesar ca puntea să fie echlibrată atît în ceea ce privește rezistențele pur ohmice, cît și reactanțele, și aceasta se realizează acționînd asupra a doi parametri (elemente variabile) cunoscuți (nu este suficient de operat asupra unui singur parametru, ca în puntea în curent continuu, unde se cere de determinat o singură necunoscută).

Trebuie satisfăcută egalitatea potențialelor în punctele M și N, nu numai în modul, ci și în fază.

Relația dintre argumente spune că o punte în curent alternativ nu poate fi constituită din patru impedanțe, indiferent de caracterul fiecăreia dintre ele (de exemplu, dacă $Z_1=R_1$, $Z_3=R_3$, $Z_2=L_2$ și $Z_4=L_4$ sau $Z_1=R_1$, $Z_3=R_3$, $Z_2=R_2$ și $Z_4=L_4$, puntea nu poate fi echilibrată). Nu este indiferentă nici alegerea parametrilor; în funcție de aceștia, se poate ajunge mai ușor sau mai greu la echilibru (problema „convergenței punților").

16.2. DIVERSE PUNȚI ÎN CURENT ALTERNATIV

16.2.1. Puntea Sauty. Aceasta se compune din două capacități — una etalon și a doua de măsurat, ambele fixe — plasate în două ramuri vecine ale punții și din două rezistențe pur ohmice, variabile (fig. 16-2).

În acest caz se poate nota: Z_1 cu C_1, Z_2 — R_2, Z_3 — R_3 și Z_4 — C_4. Condiția de echilibru (16-1) ne conduce să scriem pentru puntea Sauty:

$$-\frac{j}{\omega C_1}\cdot R_3 = -\frac{j}{\omega C_4}\cdot R_2$$

sau

$$C_1R_2 = R_3C_4 \qquad (16\text{-}6)$$

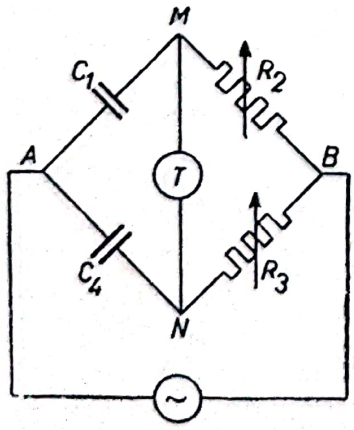


Fig. 16-2. Puntea Sauty în c.a.

Acționînd, pe rînd, asupra rezistențelor R_2 și R_3, se ajunge la echilibrarea punții. Aceasta este posibil, întrucît este satisfăcută și relația privind argumentele (φ_1; $\varphi_2=0$; $\varphi_3=0$; φ_4):

$$\varphi_1=\varphi_4$$

Cu această punte se pot măsura capacități de valori cuprinse într-o gamă foarte largă, cu condiția să nu existe pierderi (condensatoare de foarte bună calitate).

Scanned with OKEN Scanner

Calculul erorilor de măsurare trebuie să țină seama de erorile de construcție și de erorile de determinare asupra rezistențelor R_2 și R_3 care sînt cu atît mai mici, cu cît minimul obținut în diagonala indicatorului de tensiune este mai net (în receptorul telefonic, un sunet de intensitate cît mai mică).

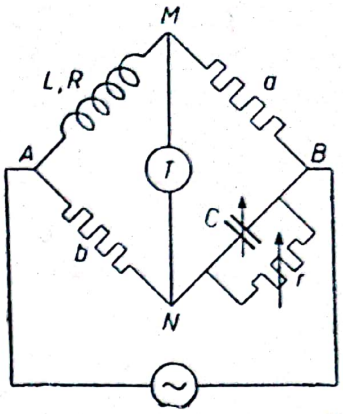


Fig. 16-3. Puntea Maxwell pentru măsurarea inductanțelor proprii în c.a.

16.2.2. Puntea Maxwell. Cu această punte se pot măsura inductanțe proprii, utilizîndu-se numai capacități și rezistențe (fig. 16-3). Cele patru impedanțe din brațele punții sînt:

$$Z_1=R+jL\omega\,;\quad Z_2=a\,;\quad Z_3=\frac{r}{1+jrC\omega}\quad \text{și}\quad Z_4=b,$$

unde R este rezistența ohmică proprie a bobinei (circuitului), căreia i se măsoară inductanța L, a și b sînt două rezistențe ohmice, iar r este o rezistență ohmică legată în paralel cu capacitatea C. Relația argumentelor poate fi satisfăcută întrucît $\varphi_2=\varphi_4=0$; adică, pentru echilibrarea punții, trebuie să fie satisfăcută egalitatea $\varphi_1+\varphi_3=0$, ceea ce este posibil, întrucît reactanțele Z_1 și Z_3 sînt de natură diferită și unghiurile de defazaj φ_1 și φ_3 sînt de semne contrare. Cele două elemente variabile cu care se echilibrează puntea sînt C și r.

Condițiile de echilibru ale acestei punți se obțin procedînd ca în cazul anterior. Vom scrie deci:

$$(R+jL\omega)\frac{r}{1+jrC\omega}=ab$$

și prin egalarea părților reale și a părților imaginare ai celor doi membri ai acestei ecuații, se obține:

$$\left.\begin{aligned} Rr&=ab\\ L&=Cab\end{aligned}\right\}\qquad (16\text{-}7)$$

Observație. Condițiile de echilibru ale ambelor punți de care ne ocupăm nu depind de frecvență: aceasta reprezintă un avantaj, întrucît nu este necesar ca tensiunea sursei de alimentare să fie perfect sinusoidală.

16.2.3. Măsurarea inductanței mutuale M prin metode de măsurare a inductanței proprii L. Legătura dintre M și L se poate obține printr-un procedeu experimental adecvat; efectuîndu-se măsurători numai asupra lui L prin diverse metode, se poate cunoaște M.

Cele două circuite (bobine) C_1 și C_2 de inductanță proprie L_1 și L_2 care alcătuiesc sistemul căruia vrem să-i măsurăm inductanța mutuală M, se leagă în serie, odată cum se vede în figura 16-4, *a* și a doua oară cum indică figura 16-4, *b*.

Să calculăm inductanța proprie L a sistemului de două circuite, în primul caz (*a*).

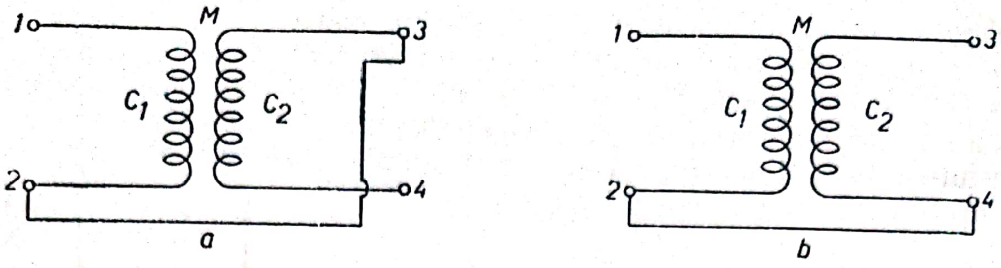


Fig. 16-4. Procedeul determinării inductanței mutuale prin măsurarea directă a inductanței proprii:
a — faza I, b — faza II.

Se știe că fluxul Φ printr-un circuit C datorită propriului curent I este dat de relația $\Phi=LI$, iar fluxul (Φ_1) printr-un circuit (C_1) datorită unui alt circuit (C_2) (altei porțiuni din circuitul C_1), parcurs de curentul I_2 (respectiv I_1) este dat de formula:

$$\Phi_1=MI_2$$

În cazul de față, cele două circuite constituie două porțiuni C_1 și C_2 ale aceluiași circuit (C), parcurs de curentul de intensitate I (deci $I_1=I_2=I$).

Datorită bobinei C_1, fluxul prin C_2 va fi: $\Phi_{12}=M_{12}I_1$, iar fluxul prin C_1, datorită bobinei C_2, va fi $\Phi_{21}=M_{21}I_2$. Întrucît $M_{12}=M_{21}=M$ (aceasta se poate arăta), $\Phi_{12}=\Phi_{21}=MI$, iar fluxul prin ambele bobine (prin întregul circuit) datorită inductanței mutuale va fi $+2\ MI$.

Fluxul Φ prin întregul circuit (ambele bobine) va fi:

$$\Phi=L_1I+L_2I+2\ MI,$$

iar inductanța proprie L a acestuia:

$$L=L_1+L_2+2\,M \tag{16-8}$$

În al doilea caz, Φ_{12} va fi de sens contrar fluxului datorat lui I în bobina C_2 și Φ_{21} de sens contrar aceluia datorat lui I în bobina C_1, încît fluxul total Φ' prin întregul circuit va fi:

$$\Phi'=(L_1I\ -\ MI)+(L_2I-MI),$$

iar inductanța proprie L' a sistemului de bobine (întregului circuit) este:

$$L'=L_1+L_2-2\ M \tag{16-9}$$

Din relațiile (16-8) și (16-9) rezultă:

$$M=\frac{1}{4}\ (L'-L) \tag{16-10}$$

16.3. VARIAȚIA CU FRECVENȚA A INDUCTANȚEI PROPRII ÎN CAZUL UNEI BOBINE CU MIEZ DE FIER

Inductanța proprie a unei bobine drepte cu miez de fier, avînd lungimea l și numărul total de spire N, aria spirei fiind S și permeabilitatea magnetică a substanței din care este constituit miezul fiind μ, se calculează după formula:

$$L=\mu\frac{N^2S}{l}. \tag{16-11}$$

Cînd bobina este parcursă de curent alternativ de frecvență ν, în miezul de fier (masiv sau din tole) apar curenți Foucault, care au ca urmare pierderi suplimentare de energie și modificarea proprietăților substanței; datorită schimbării repartiției inducției magnetice B în miez cu frecvența, se va schimba și μ (față de valoarea sa în cîmp magnetic continuu). În concluzie, inductanța proprie L a bobinei cu miez de fier se va schimba cu frecvența f a curentului care o parcurge (de altfel și valoarea rezistenței R are să varieze cu frecvența).

16.4. MĂSURAREA CAPACITĂȚII ȘI A CONSTANTEI DIELECTRICE CU PUNTEA SAUTY

16.4.1. Măsurarea capacității unui grup de condensatoare legate în serie sau în paralel. Se știe că uneori este nevoie de o capacitate mai mare decît a fiecărui condensator în parte, de care dispunem; în acest caz se grupează mai multe condensatoare în paralel. Capacitatea întregului grup de condensatoare montate în paralel (în suprafață) este dată de formula:

$$C=C_1+C_2+\ \dots\ +C_n \tag{16-12}$$

În cazul cînd un singur condensator nu poate suporta tensiunea care trebuie aplicată la armăturile acestuia (se străpunge dielectricul), atunci se grupează mai multe condensatoare în serie (în cascadă); capacitatea unei asemenea grupări se va calcula după relația:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ \dots\ +\frac{1}{C_n}. \tag{16-13}$$

Se realizează puntea Sauty folosind un condensator etalon (C_4) cu mica, de capacitate apropiată ca valoare, de aceea a grupului de condensatoare C și două cutii de rezistențe de 11 111 Ω, cu treapta de 1 Ω. Ca sursă de curent se utilizează un oscilator de joasă frecvență; se lucrează la frecvența de aproximativ 800 Hz. Ca indicator de zero (minim), se folosește un receptor telefonic.

Se montează condensatoarele (3—4) în paralel, constituindu-se astfel ramura 1 a punții. Se începe prin a regla pe R_2 (R_3 avînd inițial o valoare oarecare), pînă ce intensitatea sunetului în receptorul telefonic scade cît mai mult; apoi se păstrează R_2 constant și se operează asupra lui R_3, pînă ce minimul anterior devine și mai slab. Se intervine din nou asupra lui R_2 și apoi asupra lui R_3, de cîteva ori, pînă ce se obține cel mai coborît minim (cît mai apropiat de zero) al sunetului în receptorul telefonic.

Introducînd datele cunoscute în formula (16-6), se obține valoarea capacității grupului de condensatoare.

Se procedează la fel, după ce s-au montat condensatoarele în serie.

Se calculează eroarea de măsurare în mod obișnuit, luînd drept $\Delta R_2=\Delta R_3$, variația rezistențelor R_2 și R_3 care permite să se sesizeze la receptorul telefonic o creștere egală a intensității sunetului de o parte și de alta a minimului stabilit.

Scanned with OKEN Scanner

Cunoscînd (sau măsurînd) capacitățile tuturor condensatoarelor, să se găsească abaterea rezultatelor măsurătorilor efectuate asupra grupurilor de condensatoare, de la rezultatele obținute prin aplicarea formulelor cunoscute (16-12) și (16-13).

16.4.2. Măsurarea constantei dielectrice a unui izolant lichid. Pentru măsurarea constantei dielectrice a unui izolant lichid (benzen), se măsoară dimensiunile unui condensator cu aer, iar apoi se măsoară capacitatea acestuia fiind menținut în aer (C_a) și în dielectricul lichid (C_d).

Constanta dielectrică (permitivitatea) relativă se va calcula după formula:

$$\varepsilon_r = \frac{C_d}{C_a}. \qquad (16\text{-}14)$$

Cunoscînd constanta dielectrică a izolantului, *să se discute* eroarea care afectează rezultatul măsurătorii.

Dacă se dispune de un condensator variabil cu aer de capacitate mai mare (aproximativ 2 000 pF), se poate etalona în funcție de unghiul de rotire al armăturii mobile.

16.5. MĂSURAREA INDUCTANȚEI PROPRII ȘI A INDUCTANȚEI MUTUALE CU PUNTEA MAXWELL

16.5.1. Măsurarea inductanței proprii L a unei bobine cu miez de fier; variația acesteia cu frecvența. Puntea lui Maxwell se va alcătui din: bobina cu miez de fier caracterizată prin L și R, un grup de condensatoare C cu capacitate variabilă și trei cutii de rezistențe de 11 111 Ω (cu treapta de 1 Ω), un generator de joasă frecvență (variabilă) și un receptor telefonic. Se dau valori fixe rezistențelor a și b (obișnuit egale și de ordinul a 10—100 Ω) și lui r de asemenea. Se variază capacitatea condenstatorului C pînă cînd se obține un sunet cît mai slab în telefon. Se menține fixă valoarea lui C și se variază r pentru a obține un sunet și mai slab. Se continuă reglarea celor două elemente C și r, succesiv, de mai multe ori, pînă ce se obține cel mai slab sunet posibil în receptorul telefonic în condițiile de lucru; atunci puntea se consideră că este echilibrată.

Pentru ca sensibilitatea punții să fie bună, tensiunea de alimentare se crește în timpul unei determinări, astfel ca la telefon, sunetul să fie bine distinct înainte de a începe iarăși reglarea unuia din cele două elemente.

Se schimbă valorile rezistențelor a și b și se reface din nou echilibrul punții, pentru a avea 3—4 determinări ale mărimilor L și R, la aceeași frecvență.

Se fac măsurători la frecvențe cuprinse între 50—15 000 Hz și se trasează curba $L=f(\nu)$.

Să se discute precizia cu care s-a trasat această curbă.

Observație. Miezul bobinei este bine să fie din material feromagnetic moale, pentru ca intensitatea cîmpului creat de bobină să fie suficient de mare și să aducă miezul la saturație chiar la valori mici ale curentului electric (prin ramura R, L); în acest fel, nu se vor produce variații sensibile ale lui L cu intensitatea curentului care parcurge bobina.

Scanned with OKEN Scanner

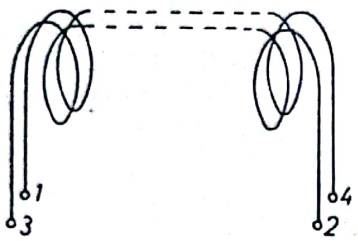


Fig. 16-5. Sistem de două bobine pentru determinarea coeficientului de inducţie mutuală.

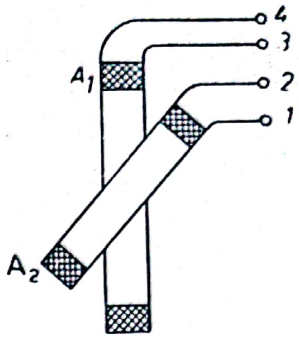


Fig. 16-6. Sistem de două bobine plate cu inductanţă mutuală variabilă.

16.5.2. Determinarea coeficientului de inducţie mutuală M al unui sistem de bobine fără miez de fier. Cele două bobine sînt înfăşurate în paralel, pe acelaşi suport cilindric (izolant) (fig. 16-5).

Se măsoară cu puntea lui Maxwell, inductanţa L a sistemului de bobine legîndu-se 2 cu 4, conexiunea în punte făcîndu-se prin bornele 1 şi 3; apoi se măsoară inductanţa proprie L' a sistemului, bornele 2 şi 3 fiind legate între ele (1 şi 4 la punte). Relaţia (16-10) permite determinarea lui M.

Să se aprecieze eroarea cu care s-a determinat M în funcţie de erorile care afectează măsurările celor două inductanţe proprii L şi L'.

Dacă se dispune de un sistem de două bobine plate, una din ele fiind fixă (A_1) şi a doua (A_2) putîndu-se roti în jurul unui ax avînd direcţia unui diametru comun (fig. 16-6), să se traseze curba $M=f(\alpha)$, unde α este unghiul de rotire al bobinei A_2 faţă de poziţia cînd axele celor două bobine coincid.

Care este eroarea de etalonare a inductanţei mutuale variabile astfel realizate ?

Observaţii. 1. Modul de lucru cu puntea lui Maxwell se simplifică, dacă se măsoară în prealabil, cu puntea Wheatstone în curent continuu, rezistenţa R a inductanţei proprii de măsurat ; în acest caz, valoarea lui r se calculează şi pentru echilibrarea punţii, se va acţiona numai asupra condensatorului variabil C.

2. Să se încerce utilizarea oscilografului catodic ca indicator de zero. Să se efectueze măsurătorile în paralel cu o punte R L C de care se dispune în laborator.

CAPITOLUL 17 | TRANSFORMATORUL

17.1. FENOMENE ŞI RELAŢII DE BAZĂ

17.1.1. Generalităţi. Transformatorul este un aparat care modifică valorile mărimilor componente (U şi I) ale puterii. în cazul curentului alternativ. Acesta este constituit din două circuite electrice, cuplate prin inducţie mutuală, fiind înfăşurate pe un cadru din material feromagnetic, care reprezintă un circuit magnetic închis (fig. 17-1). Unul din circuite, constituit dintr-o bobină cu N_1 spire, avînd ca miez una din laturile cadrului este conectat la un generator de curent alternativ şi se numeşte primar (P).

În al doilea circuit, constituit dintr-o bobină cu N_2 spire, avînd ca miez aceeaşi sau altă latură a cadrului, numit secundar (S), ia naştere prin fenomenul de inducţie electromagnetică, o t.e.m.

Rolul cadrului magnetic este de a se realiza un cuplaj strîns între cele două circuite electrice, prin mărirea fluxului de inducţie magnetică Φ; acesta se execută, în mod curent, din tole de substanţe magnetic moi (Fe, Si 3%) izolate între ele, pentru a se micşora intensitatea curenţilor turbionari care iau naştere în cadru, datorită fluxului magnetic variabil. În unele cazuri, cadrul este constituit din fire sau pulberi aglomerate.

Generatorul face să circule prin înfăşurarea primară, la bornele căreia tensiunea este u_1, un curent de intensitate i_1; deci primarul joacă rolul unui *receptor* de energie electrică.

Datorită fluxului magnetic variabil care străbate şi spirele înfăşurării secundare, în aceasta ia naştere o t.e.m. e_2; deci secundarul este de fapt un *generator* de curent alternativ. Dacă la bornele secundarului este conectat un consumator de impedanţă Z_2, prin acesta va circula un curent de intensitate i_2.

Din cele de mai sus, se vede că transformatorul îndeplineşte rolul de a transfera energie electrică de la generatorul de alimentare la consumator, transformînd tensiunea u_1 într-o tensiune de altă valoare, u_2; implicit se modifică şi valoarea curentului i_1 care devine i_2.

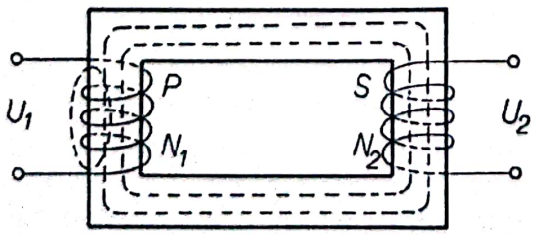


Fig. 17-1. Schema unui transformator.

Deci dacă generatorul care furnizează energie, permite să se aplice primarului tensiunea u_1 (de valoare efectivă U_1) şi face să circule prin acesta curentul i_1 (de valoare efectivă I_1) la bornele secundarului va exista tensiunea electrică u_2 (U_2), iar prin acesta va circula un curent i_2 (I_2) care depinde de u_2 şi de impedanţa Z_2 a consumatorului.

În cazul unui transformator ideal, întregul flux magnetic Φ este util și rămîne același fie că transformatorul funcționează în gol ($i_2=0$) sau în sarcină ($i_2 \neq 0$); totodată puterea pierdută în transformator este nulă. În aceste condiții, puterile activă P_1 și reactivă Q_1 cedate transformatorului de către generatorul de alimentare, sînt egale respectiv cu puterile activă P_2 și reactivă Q_2 absorbite de consumator de la transformator, adică:

$$U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

și

$$U_1 I_1 \sin \varphi_1 = U_2 I_2 \sin \varphi_2,$$

de unde rezultă că:

$$U_1 I_1 = U_2 I_2 \text{ și } \varphi_1 = \varphi_2 \tag{17-1}$$

Transformatorul ideal nu face altceva decît să determine apariția unei tensiuni electrice în secundar, modificată ca valoare față de aceea aplicată primarului în raportul:

$$\frac{U_2}{U_1} = K. \tag{17-2}$$

Totodată, în primar și în secundar se nasc tensiuni electromotoare ale căror expresii sînt:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{și} \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

întrucît fluxul prin fiecare spiră a primarului sau secundarului este același.

Numărul

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = K, \tag{17-3}$$

care reprezintă raportul dintre numerele de spire ale celor două înfășurări, se numește *raport de transformare* al transformatorului și este același ca cel din expresia (17-2).

În realitate, presupunerile de mai înainte nu sînt valabile decît cu aproximație (destul de bună).

17.1.2. Funcționarea transformatorului în gol. Transformatorul funcționează în gol cînd circuitul secundar este deschis, deci cînd curentul prin circuitul secundar este nul ($i_2=0$). În acest caz, fluxul magnetic Φ este produs numai de curentul i_1 — pe care îl vom nota cu i_{1_0} — din primar. Aproape toate liniile de inducție magnetică produse de primar, se închid prin cadru, străbătînd și suprafețele spirelor secundarului; acestea determină așa-numitul *flux util* (sau flux principal). Sînt și linii de inducție magnetică care se închid prin aer, deoarece reluctanța ($\mathcal{R}$) circuitului magnetic nu este nulă (fig. 17-1); aceasta determină *fluxul de dispersie* (sau fluxul de scăpări).

Dacă tensiunea aplicată primarului este

$$u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin \omega t,$$

atunci legea lui Ohm pentru circuitul primar (receptor) se va scrie:

$$i_1 = \frac{u_1 + e_1}{R_1} = \frac{u_1 - N_1 \frac{d\Phi}{dt}}{R_1}, \tag{17-4}$$

unde R_1 este rezistența ohmică a înfășurării primare.

Scanned with OKEN Scanner

Întrucît R_1 are valoare mică ($R_1 \simeq 0$), se poate neglija și în acest fel, rezultă că:

$$u_1 \simeq e_1 \tag{17-5}$$

Relația de mai sus, în notație complexă, se scrie:

$$\overline{U}_1 = j\,\omega\,N_1\,\Phi \tag{17-6}$$

unde:

$$-j\omega\,N_1\,\Phi = \overline{E}_1$$

Legea circuitului magnetic (a lui Hopkinson) cînd transformatorul funcționează în gol, se scrie:

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{N_1 i_{1_0}}{\mathcal{R}} \tag{17-7}$$

unde $\mathcal{R}$ este reluctanța circuitului magnetic și $\mathcal{F}$ este tensiunea magnetomotoare.

Totodată, referitor la circuitul secundar, se poate scrie:

$$e_{2_0} = u_{2_0} \tag{17-8}$$

(cu indicele zero s-a notat faptul că transformatorul funcționează în gol).

Din relațiile (17-5) și (17-8) reiese că:

$$\frac{u_{2_0}}{u_1} \simeq \frac{e_{2_0}}{e_{1_0}} = -K, \tag{17-9}$$

și că tensiunea la bornele secundarului, cînd transformatorul funcționează în gol, are expresia:

$$u_{2_0} = -Ku_1 \text{ sau } U_{2_0} = -KU_1 \tag{17-10}$$

17.1.3. Funcționarea transformatorului în sarcină. Transformatorul funcționează în sarcină cînd la bornele circuitului secundar (S) este conectat un consumator cu impedanța Z_2; în acest caz, secundarul este parcurs de un curent de intensitate i_2. Fluxul magnetic, de această dată, este creat de curentul i_1, la care se adaugă fluxul datorat curentului i_2; acesta din urmă creează un flux opus aceluia care i-a dat naștere și este egal cu $N_2 i_2/\mathcal{R}$. Acum legea circuitului magnetic se va scrie:

$$\Phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}}; \tag{17-11}$$

cele două fluxuri adunîndu-se algebric.

Randamentul transformatorului fiind apropiat de unitate, energia absorbită de înfășurarea primară este aproximativ egală cu aceea care se constată în circuitul secundar; deci neglijînd pierderile de energie, se poate scrie:

$$u_1 i_1 \simeq -e_1 i_1 = e_2 i_2; \tag{17-12}$$

din relaţia de mai sus şi relaţia (17-9), se obţine:

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{K} \tag{17-13}$$

Relaţia (17-13) arată că sensul curentului în secundar este opus aceluia din primar şi că raportul dintre cei doi curenţi este egal cu inversul raportului numerelor de spire ale celor două înfăşurări.

În cele de mai sus, am admis implicit că reluctanţa circuitului magnetic este neglijabilă ($\mathcal{R} \simeq 0$) şi deci că:

$$N_1\bar{I}_1 + N_2\bar{I}_2 = 0 \tag{17-14}$$

În realitate, cum curentul $i_2 = u_2/Z_2$ creează un flux magnetic care se opune aceluia creat de curentul i_1 din primar, pentru a se menţine t.e.m. în secundar, în primar va apare un curent suplimentar echivalent curentului din secundar, încît legea circuitului magnetic se scrie astfel:

$$N_1\bar{I}_1 + N_2\bar{I}_2 - N_1\bar{I}_0 = \mathcal{R}\overline{\Phi} \tag{17-15}$$

Considerînd $\mathcal{R} \simeq 0$, rezultă:

$$N_1\bar{I}_0 = N_1\bar{I}_1 + N_2\bar{I}_2, \tag{17-16}$$

sau

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 + \frac{N_2}{N_1}\bar{I}_2 \tag{17-17}$$

Curentul din primar va fi egal cu suma geometrică a doi curenţi, cum se vede şi din figura 17-2; curenţii i_1 şi i_2 nu mai sînt defazaţi între ei exact cu 180° (17-14).

Curentul I_0 care, circulînd prin primar, — în absenţa vreunui curent în secundar —, ar produce acelaşi flux ca şi curenţii i_1 şi i_2 împreună, se numeşte *curent de magnetizare.*

Dacă se ţine seama de fluxul de scăpări şi se consideră cazul general cînd circuitul magnetic poate ajunge la saturaţie, ecuaţiile circuitelor electrice se scriu în felul următor:

$$\bar{U}_1 - j\omega N_1\,\Phi = R_1\bar{I}_1 + j\omega l_1\bar{I}_1 \tag{17-18}$$

$$-j\omega N_2\Phi = \bar{U}_2 + R_2\bar{I}_2 + j\omega l_2\bar{I}_2 \tag{17-19}$$

În ecuaţiile de mai sus, $-j\omega N_1\,\Phi$ şi $-j\omega N_2\Phi$ reprezintă t.e.m. induse în primar şi în secundar datorită fluxului variabil util Φ, care depinde de inductanţa mutuală M dintre primar şi secundar şi este funcţie neliniară de I_0; $j\omega l_1\bar{I}_1$ şi $j\omega l_2\bar{I}_2$ reprezintă t.e.m. generate de fluxul variabil de dispersie, cu l_1 şi l_2 fiind notate inductanţele proprii de fugă ale primarului şi secundarului.

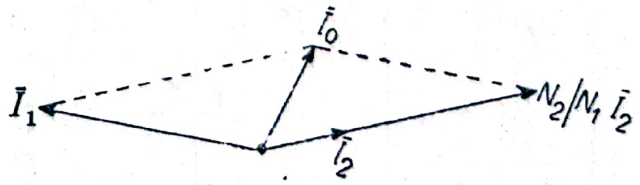


Fig. 17-2. Diagrama vectorială a curenţilor din înfăşurările transformatorului în sarcină.

17.1.4. Randamentul transformatorului. Acesta se definește ca raportul dintre puterea activă P_2 furnizată de secundar și puterea activă P_1 primită de către primar (de la generator).

Diferența $P_2 - P_1$ reprezintă puterea pierdută în transformator; aceasta se compune din pierderile prin efect Joule în înfășurările transformatorului, numite *pierderi în cupru* P_{Cu} și pierderile prin curenții turbionari și histerezis în cadrul de fier, numite *pierderi în fier*, P_{Fe}. Deci expresia randamentului η este:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \tag{17-20}$$

sau

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \tag{17-21}$$

Se poate arăta că randamentul trece printr-un maxim cînd $P_{Cu} = P_{Fe}$.

P_{Cu} se determină măsurînd R_1, R_2 (R_2 fiind rezistența ohmică a înfășurării secundare și R_1 a celei primare) și intensitatea efectivă a curentului în secundar și utilizînd expresia:

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2. \tag{17-22}$$

Pierderile în cupru pot fi măsurate direct cu un wattmetru, dacă se face să funcționeze transformatorul în scurtcircuit (s.c). În acest caz, $U_2 = 0$, iar $U_{1(s.c)}$ va fi aproape nul; deci fluxul de inducție prin fier fiind foarte mic și pierderile în fier sînt neglijabile. Întrucît puterea furnizată de transformator este aproape nulă, rezultă că puterea absorbită de transformator reprezintă — cu o bună aproximație — pierderile în cupru.

Pierderile în fier se măsoară de asemenea cu un wattmetru, făcînd ca transformatorul să funcționeze în gol. Și de această dată puterea furnizată de transformator este nulă, căci $i_2 = 0$; cum în aceste condiții și i_1 este foarte mic, rezultă că pierderile în cupru sînt neglijabile și că puterea absorbită de transformator reprezintă pierderile în fier.

17.2. STUDIUL UNUI TRANSFORMATOR

17.2.1. Determinarea pierderilor în cupru și în fier. a. *Pierderile în cupru (încercare în scurtcircuit).* Se realizează o instalație după schema din figura 17-3, în care *ATr* este un autotransformator, *Tr* este transformatorul de studiat, W_1 și W_2 — două wattmetre, F_1 și F_2 — două siguranțe, *Rh* — un reostat de putere și L_2 — o bobină cu inductanță proprie variabilă.

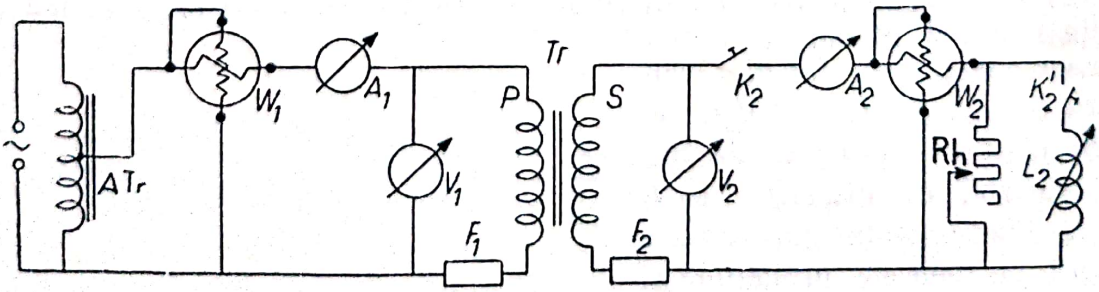


Fig. 17-3. Schema instalației pentru studiul unui transformator.

Se închide K_2 și se dă reostatului Rh valoarea zero (K_2' fiind deschis). Se operează asupra autotransformatorului ATr astfel încît să crească tensiunea $U_{1(s.c)}$ indicată de voltmetrul V_1, pînă cînd curentul I_2 din secundar, indicat de ampermetrul A_2, atinge valoarea maximă admisibilă. Puterea $W_{1(s.c)}$, indicată de wattmetrul W_1, reprezintă pierderile în cupru.

Să se traseze curbele:

$$I_{1(s.c)}=f(I_{2(s.c)}) \text{ și}$$
$$U_{1(s.c)}=f(I_{2(s.c)}) \text{ și}$$

să se discute rezultatele obținute. *Să se determine* valoarea constantei:

$$K'=\frac{I_{1(s.c)}}{I_{2(s.c)}} \qquad (17\text{-}23)$$

și să se compare cu constanta K a transformatorului.

Să se măsoare R_1 și R_2 printr-o metodă adecvată și *să se determine* P_{Cu} pe baza relației (17-22). Să se compare rezultatele obținute cu cele anterioare.

b. *Determinarea pierderilor în fier* (*încercarea în gol*). Întrerupătorul K_2 se menține deschis (voltmetrul V_2 trebuie să aibă o rezistență interioară foarte mare). Se variază U_{1_0} cu ajutorul autotransformatorului; wattmetrul W_1 va indica pierderile în fier (W_{1_0}).

Să se traseze curba $U_{2_0}=f(U_{1_0})$ și *să se discute* rezultatele obținute.

Să se calculeze raportul:

$$K''=\frac{U_{2_0}}{U_{1_0}}$$

și *să se compare* cu constanta K.

17.2.2. Determinarea randamentului. a. Funcționarea transformatorului cînd Z_2 este o sarcină rezistivă (un rezistor pur). Se închide K_2 (K_2' se menține deschis). Se menține U_1 constant și se variază Rh plecînd de la valoarea maximă, pînă ce în secundar I_2 atinge valoarea maximă admisă.

Raportul

$$\eta=\frac{W_2}{W_1}$$

obținut din indicațiile celor două wattmetre (W_2) și (W_1), reprezintă randamentul transformatorului.

Să se traseze și să se interpreteze curbele:

$$\frac{W_2}{W_1}=f(I_2)$$

b. Funcționarea transformatorului în sarcină inductivă (o bobină reală). De această dată, se închid ambele întrerupătoare: K_2 și K_2'. Tensiunea U_1 se menține fixă. Se menține fixă și intensitatea curentului I_2, variind însă valoarea rezistenței reostatului Rh de la valori mari către valori mici și crescînd în același timp valoarea inductanței proprii a bobinei L_2; deci I_2 poate fi realizat prin mai multe perechi de valori ale lui Rh și L_2. *Să se calculeze* η pentru fiecare caz (17-21).

Să se determine valoarea lui φ_2 cu ajutorul expresiei puterii: $W_2=U_2I_2\cos\varphi_2$; *să se traseze* și *să se discute* curbele: $\eta=f(I_2)$.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 18 | OSCILOSCOPUL CATODIC

18.1. PRINCIPIUL DE CONSTRUCȚIE

Osciloscopul catodic este un aparat electronic care servește la studiul fenomenelor variabile din electricitate, electrotehnică, radiotehnică, mecanică, acustică etc., după ce acestea au fost puse în evidență printr-o tensiune electrică variabilă.

Funcționarea acestui aparat se bazează pe devierea unui fascicul îngust de electroni rapizi, sub influența unui cîmp electric creat de o tensiune electromotoare (sau sub influența unui cîmp magnetic creat de un curent electric), ale cărui variații urmăresc întocmai variațiile mărimii de cercetat.

Fasciculul de electroni, care lovește un ecran fluorescent, permite vizualitatea tensiunilor electrice variabile; urma luminoasă care apare pe ecran se numește oscilogramă. Această oscilogramă descrie deci fenomenul fizic de studiat. Întrucît fasciculul electronic nu are practic inerție, oscilograful catodic poate urmări procese care prezintă variații foarte rapide (10 Hz — 10^8 Hz).

Osciloscopul catodic se utilizează la măsurarea frecvenței, a defazajului, a tensiunii, a capacității, la trasarea caracteristicilor circuitelor oscilante, a tuburilor electronice, a caracteristicilor de frecvență ale amplificatoarelor etc. Numeroasele sale utilizări se datorează, în special, calităților principale pe care le are: sensibilitate ridicată, lipsă de inerție și impedanță de intrare mare.

18.2. PĂRȚILE COMPONENTE PRINCIPALE ALE OSCILOSCOPULUI CATODIC

18.2.1. Tubul catodic. a. *Descriere de ansamblu.* Acesta este dispozitivul care permite obținerea fasciculului focalizat de electroni. În funcție de metoda utilizată pentru focalizarea și deviația fasciculului de electroni, tuburile catodice se împart în tuburi cu focalizare și deviație electrostatică și tuburi cu focalizare și deviație magnetică. La majoritatea osciloscoapelor moderne, tuburile catodice fac parte din prima categorie.

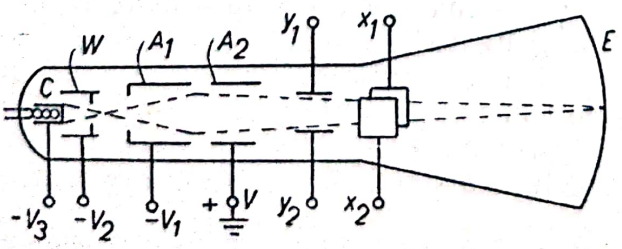


Fig. 18-1. Schema de principiu a unui tub catodic.

Figura 18-1 reprezintă schema de principiu a unui tub catodic cu focalizare și deviație electrostatică. Acesta este alcătuit dintr-un balon cu vid înaintat, avînd o

parte cilindrică și o parte conică, închis cu o calotă sferică E. În interiorul acestuia, se găsesc tunul electronic, sistemul de deviație și ecranul.

b. *Tunul electronic.* Acesta este un sistem asemănător cu o triodă, în care iau naștere electronii și din care ies sub forma unui fascicul focalizat.

Catodul C cu încălzire indirectă este format dintr-un cilindru mic de nichel acoperit pe suprafața frontală cu un strat emisiv de oxizi (de Ba, Sr). Electronii emiși de catod au viteze mici și aproximativ perpendiculare la suprafața de emisie.

Un cilindru care cuprinde catodul, avînd un mic orificiu corespunzător mijlocului suprafeței emisive, se numește *electrod Wehnelt*; acesta joacă rolul unei grile, deoarece „reglează intensitatea fasciculului de electroni" care trec prin diafragmă (adică intensitatea luminoasă a spotului de pe ecran).

Un sistem de anozi, alcătuit din doi cilindri de dimensiuni diferite, cărora li se aplică potențiale pozitive în raport cu sistemul catod-Wehnelt, mergînd pînă la mii de volți, are rolul de a face să iasă din tunul electronic un fascicul de electroni, a căror viteză depinde de potențialul V al anodului al doilea (numit și anod de accelerare), supus la $V \simeq 1\,500$ V, după relația:

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV \qquad (18\text{-}1)$$

în care m și e sînt masa și sarcina electronului.

Potențialele aplicate electrozilor (Wehnelt și anozi) construiți și dispuși în mod convenabil, determină și o focalizare a fasciculului electronic pe ecranul de la a doua extremitate a tubului. Adică tunul electronic are și rolul de „focalizator".

c. *Ecranul tubului catodic.* Pe suprafața interioară, ecranul E este acoperit cu un strat de substanță fluorescentă datorită căreia punctul în care fasciculul de electroni lovește ecranul devine luminos. Culoarea spotului poate fi diferită, în funcție de scopul în care este construit aparatul. Pentru observații vizuale, se folosește fluorescența galben-verzuie, obținută prin depunerea wilemitului (un ortosilicat de Zn activat cu Mg).

Ecranul fluorescent are proprietatea de a păstra un timp — obișnuit, pînă la cîteva sutimi de secundă — urma fasciculului electronic. În unele cazuri, de exemplu cînd se studiază fenomene periodice foarte lente, această durată trebuie să fie mult mai mare (de ordinul secundelor).

d. *Sistemul de deviație.* α. *Realizarea.* Între anodul de accelerare și ecranul fluorescent, fasciculul de electroni este supus acțiunii cîmpurilor electrostatice produse de sistemul de deviație, alcătuit din două perechi de plăci metalice, $X_1 - X_2$ și $Y_1 - Y_2$, așezate în plane perpendiculare și cărora li se aplică potențiale diferite (fig. 18-1).

Plăcile așezate în planul vertical (care produc un cîmp electric orizontal) determină o deviație orizontală a spotului și se numesc electrozi X, iar plăcile orizontale (care produc un cîmp electric vertical) determină o deviație verticală a spotului luminos și se numesc electrozi Y.

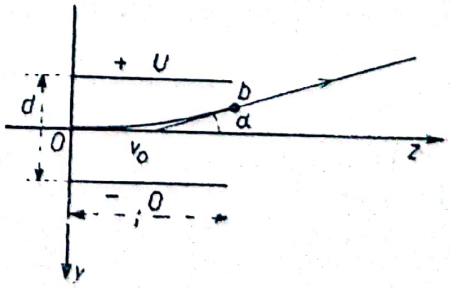


Fig. 18-2. Deviația unui fascicul de electroni sub acțiunea unui cîmp electrostatic.

β. *Deviația electrostatică.* Să determinăm deplasarea spotului pe ecran, cînd unei perechi de plăci, de exemplu, $Y_1 - Y_2$ i se aplică o tensiune continuă U (fig. 18-2). Vom presu-

pune că intensitatea cîmpului electric între cei doi electrozi metalici, aflați la distanța d unul de altul, este uniformă; aceasta are valoarea:

$$E = U/d \tag{18-2}$$

Electronii intră în spațiul dintre electrozi cu viteza v_0, determinată de potențialul V al ultimului anod; între v_0 și V există relația:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = eV \tag{18-3}$$

Asupra fiecărui electron care se mișcă în cîmpul electric $\vec{E}$ acționează forța $-e\vec{E}$ care curbează traiectoria particulei în sens invers liniilor de cîmp. Se poate considera că mișcarea electronului se compune dintr-o mișcare uniformă cu viteza v_0, pe direcția z și o mișcare uniform accelerată, pe direcția y. Ecuațiile mișcării vor fi:

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = 0 \quad \text{și} \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = -eE$$

După integrare, se obține:

$$\frac{dz}{dt} = v_0 \quad \text{și} \quad z = v_0 t \tag{18-4}$$

iar

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{eE}{m} t$$

În punctul b, (fig. 18-2) electronul iese din cîmpul electrostatic și se deplasează în linie dreaptă, pe direcția tangentei la traiectoria sa în acest punct; în acest caz, expresia tangentei este:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dz} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dz}{dt}} = -\frac{eE}{m} \frac{t_0}{v_0}, \tag{18-5}$$

unde t_0 este timpul în care electronul a parcurs distanța egală cu lungimea l a plăcilor, iar α este unghiul de deviație. Pentru acest punct (b), relația (18-4) se va scrie $l = v_0 t_0$, iar relația (18-5) devine:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{eE}{m} \frac{l}{v_0^2} \tag{18-6}$$

Din cele de mai sus, rezultă că deplasarea spotului pe ecran este dată de relația:

$$\mathcal{Y} = L \operatorname{tg} \alpha = -\frac{eE}{m} \frac{1}{v_0^2} L \tag{18-7}$$

în care L reprezintă distanța de la plăcile de deviație pînă la ecran, presupusă mare în raport cu dimensiunile plăcilor.

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind în ultima relaţie pe mv_0^2 şi pe E cu expresiile acestora din (18-2) şi (18-3), se obţine:

$$\mathcal{Y} = \frac{eL}{2d} \frac{U}{V} \tag{18-8}$$

Această ecuaţie arată că deplsarea spotului este proporţională cu diferenţa de potenţial U dintre cele două plăci şi invers proporţională cu potenţialul de accelerare, V.

γ. *Sensibilitatea.* Raportul $S = \frac{\mathcal{Y}}{U} = -\frac{1}{2d} \frac{L}{V}$ (18-9)

reprezintă *sensibilitatea de deviaţie* a tubului catodic şi se exprimă în mm/V.

Sensibilitatea poate fi mărită prin micşorarea lui V. Această micşorare este însă limitată şi are ca urmare şi o scădere a intensităţii luminoase a spotului de pe ecran.

Electrozii X şi Y sînt aşezaţi la distanţe diferite de ecran, $L_1 > L_2$; de aceea le corespund sensibilităţi diferite. Plăcilor de deviaţie verticală mai îndepărtate de ecran, le va corespunde o sensibilitate mai mare, cuprinsă obişnuit între 0,1 —0,5 mm/V, în funcţie de potenţialul de accelerare. La aceste plăci se aplică semnalul de studiat.

Dacă electrozilor Y li se aplică, în locul tensiunii continue, o tensiune alternativă sinusoidală, spotul se deplasează pe ecran în sus şi în jos, descriind o linie verticală a cărei lungime este:

$$\mathcal{Y} = S \cdot 2U = S \cdot 2\sqrt{2}U_{ef}, \tag{18-10}$$

în care U este valoarea maximă, iar U_{ef} valoarea efectivă a tensiunii alternative.

Uneori sensibilitatea se exprimă în mm/U_{ef}:

$$S' = \frac{\mathcal{Y}}{U_{ef}} = S \cdot 2\sqrt{2} \tag{18-11}$$

În acest caz, valoarea numerică a sensibilităţii este de $2\sqrt{2}$ ori mai mare decît sensibilitatea aceluiaşi tub exprimată în mm/V. De aceea, cînd se compară sensibilitatea diferitelor tuburi catodice, trebuie ţinut seama la care valoare a tensiunii este raportată sensibilitatea.

18.2.2. Amplificatoarele. Tubul catodic descris mai înainte, nu poate fi folosit la studiul tensiunilor mai mici de ordinul zecilor de volţi, din cauza sensibilităţii reduse a acestuia. Tensiunile mici pot fi puse în evidenţă, dacă sînt mai întîi amplificate şi apoi aplicate plăcilor de deviaţie ale tubului catodic.

Deoarece, în majoritatea cazurilor, cu osciloscoapele catodice se studiază tensiuni mici pînă la $10^{-2} - 10^{-3}$ volţi, care trebuie amplificate, osciloscoapele conţin amplificatoare.

Aceste amplificatoare se caracterizează printr-o bandă de frecvenţă largă, impusă de destinaţia osciloscoapelor. Amplificarea poate fi variată în trepte şi prin reglare fină. Valoarea maximă a amplificării, A_{max}, este în mod obişnuit de ordinul miilor; aceasta se poate calcula din relaţia:

$$A_{max} = \frac{S_{max.oscil.}}{S_{tc}}, \tag{18-12}$$

în care $S_{max.oscil.}$ este sensibilitatea maximă osciloscopului și S_{tc} este sensibilitatea tubului catodic.

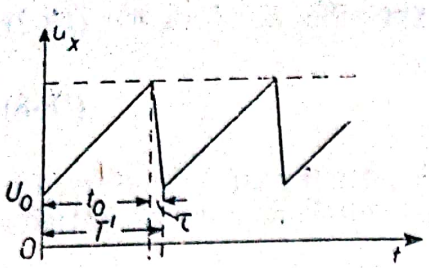


Fig. 18-3. Tensiunea în dinți de ferăstrău care se aplică plăcilor de deflexie orizontală.

18.2.3. Generatorul de tensiune în dinți de ferăstrău (baza de timp). a. *Destinația.* Acesta este dispozitivul cu ajutorul căruia se obține pe ecranul tubului catodic, reprezentarea în funcție de timp a mărimii periodice de studiat ($u_y = f(t)$). Generatorul produce o tensiune proporțională cu timpul $u_x = u_0 + Kt$ care se aplică plăcilor de deviație orizontală (X) și face ca spotul luminos să mărture ecranul de la stînga spre dreapta cu viteză constantă, într-un timp t_0; mișcarea în sens invers, se efectuează într-un timp τ mult mai scurt decît t_0. În ansamblu, tensiunea aplicată plăcilor X variază periodic (cu perioada $T' = t_0 + \tau$), așa cum se vede în figura 18-3 (tensiune în dinți de ferăstrău). Spotul este în același timp deviat pe verticală de tensiunea de cercetat, cu perioada T, aplicată electrozilor Y.

Dacă perioada T' a bazei de timp este egală cu perioada T sau cu un multiplu întreg al acesteia, pe ecran apare o figură stabilă, descriind una sau mai multe sinusoide ale tensiunii de cercetat.

b. *Principiul de funcționare al generatorului de tensiune în dinți de ferăstrău* Funcționarea acestor aparate se bazează pe fenomenul de încărcare și de descărcare a unui condensator, pe circuite cu constante de timp diferite.

Să considerăm un montaj realizat după schema din figura 18-4. Întrerupătorul K fiind deschis, dacă se închide K', condensatorul C se încarcă prin rezistența R, de la sursa de tensiune constantă E; apoi, se deschide K' și închizînd întrerupătorul K, condensatorul se descarcă pe rezistența r a întrerupătorului K. Variația diferenței de potențial de la bornele condensatorului, atît la încărcare, cît și la descărcare, este exponențială (fig. 18-5):

$$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right); \quad u_C = Ee^{-\frac{t}{rC}} \qquad (18\text{-}13)$$

Pentru a obține o tensiune cît mai liniară în funcție de timp (fig. 18-3) și pentru a realiza în mod automat încărcarea și descărcarea condensatorului,

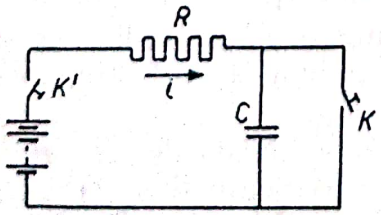


Fig. 18-4. Principiul de funcționare a bazei de timp.

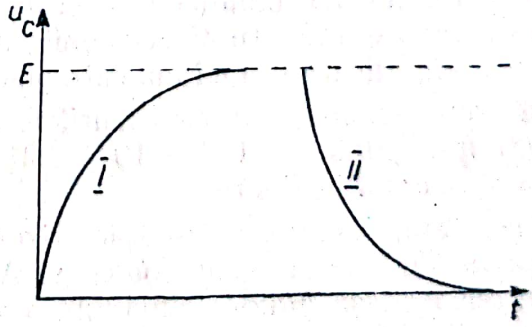


Fig. 18-5. Variația tensiunii de la bornele condensatorului din circuitul RC serie:
I — la încărcare, II — la descărcare.

rezistenţa R şi întrerupătorul K se înlocuiesc cu diferite dispozitive electronice.

Tensiunea în dinţi de ferăstrău se aplică pe electrozii de deviaţie orizontală, prin intermediul unui amplificator cu aceleaşi caracteristici ca şi amplificatorul de pe plăcile de deviaţie verticală.

18.3. DEPENDENŢA OSCILOGRAMELOR DE FORMA TENSIUNII BAZEI DE TIMP

În cadrul aplicaţiilor osciloscopului catodic, tensiunea furnizată de baza de timp poate fi liniară sau sinusoidală.

Tensiunea electrică de studiat

$$u_y = U \sin \omega t$$

se aplică la plăcile Y; prin aceasta se produce o deplasare a spotului pe direcţia verticală, proporţională cu tensiunea (18-10):

$$y = Y \sin \omega t$$

Dacă se aplică simultan o tensiune u_x la electrozii X, deplasarea pe verticală se va compune cu o deplasare orizontală, rezultînd pe ecran o traiectorie a spotului, al cărei aspect depinde de forma tensiunii u_x.

18.3.1. Cazul în care tensiunea u_x variază liniar cu timpul.

Cînd

$$u_x = U_0 + Kt \qquad (18\text{-}14)$$

spotul descrie curba de variaţie a lui u_y în timp, $u_y = f(t)$.

Datorită persistenţei imaginii pe ecran, se văd simultan mai multe traiectorii care, în general, formează figuri complicate.

Figura care apare pe ecranul osciloscopului depinde de raportul frecvenţelor f şi f', ale celor două tensiuni şi de diferenţa de fază dintre cele două tensiuni u_y şi u_x.

Variind în mod continuu frecvenţa f' a tensiunii produse de baza de timp, se pot găsi valori ale raportului f/f' pentru care se obţin pe ecran figuri stabile.

a. De exemplu, pentru $f/f'=1$, spotul descrie o sinusoidă completă a fenomenului de cercetat u_y, reluînd traiectoria după fiecare perioadă, din acelaşi punct. Oscilograma reprezintă deci evoluţia tensiunii u_y în timp de o perioadă T. Punctul de plecare al spotului depinde de defazajul dintre tensiunea u_y şi u_x (fig. 18-6, *a*).

b. Pentru $f/f'=K(K=2, 3, 4, \ldots)$, oscilograma reprezintă variaţia tensiunii u_y într-un timp egal cu K perioade ale acesteia (fig. 18-6, *b*).

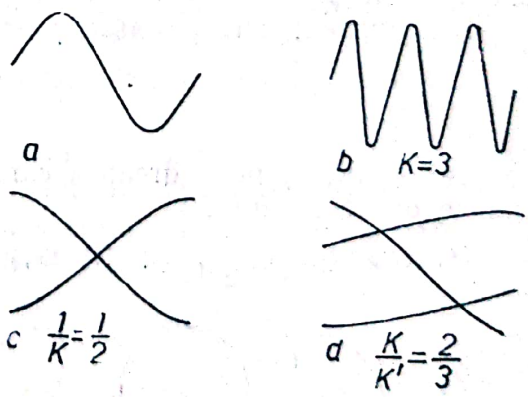


Fig. 18-6. Forma oscilogramelor stabile în cazul cînd tensiunea bazei de timp variază liniar cu timpul:

a — $f/f'=1$; *b* — $f/f'=2, 3, 4 \ldots$; *c* — $f/f'=1/K$ $(K=2, 3, 4 \ldots)$; *d* — $f/f'=K/K'$; f — frecvenţa tensiunii de studiat; f' — frecvenţa tensiunii bazei de timp; K şi K' — numere întregi fără divizor comun.

Scanned with OKEN Scanner

c. Pentru $f/f'=1/K$ ($K=2, 3, 4, \ldots$), figura de pe ecran descrie evoluția tensiunii u_y în intervale de timp succesive egale cu $1/K$ din perioada tensiunii u_y. Aceasta este cu atît mai complicată, cu cît K este mai mare (fig. 18-6, *c*).

d. Dacă $f/f'=K/K'$ (K și K' fiind numere întregi fără divizor comun), imaginea este stabilă, ; spotul se întoarce în poziția inițială după ce a parcurs K sinusoide ale tensiunii u_y, traversînd ecranul în acest timp de K' ori. Se obține astfel o oscilogramă care conține K' curbe defazate una față de alta cu $2\pi/K$, fiecare curbă avînd K'/K perioade ale tensiunii u_y. Curbele sînt tangente în K puncte la latura orizontală a dreptunghiului circumscris și intersectează în K' puncte latura verticală (fig. 18-6, *d*).

18.3.2. Cazul în care tensiunea aplicată la electrozii X variază periodic cu timpul (sinusoidal).

$$u'_x=U'_x \sin \omega' t \qquad (18\ 15)$$

Mișcarea spotului pe ecran va fi descrisă de ecuațiile:

$$x=X \sin \omega' t$$

și

$$y=Y \sin (\omega t+\varphi)$$

Prin compunerea celor două vibrații sinusoidale, perpendiculare una pe alta, se obțin niște curbe cuprinse într-un dreptunghi cu laturile $2X$ și $2Y$. În cazul cînd frecvențele f și f' ale celor două tensiuni sinusoidale sînt diferite, însă se află într-un raport simplu n/n', unde n și n' sînt numere întregi, adică:

$$\frac{f}{f'}=\frac{n}{n'}=\frac{T'}{T}, \qquad (18\text{-}16)$$

T și T' fiind perioadele celor două mișcări sinusoidale, atunci se obțin pe ecran traiectorii care se închid și care se numesc *curbele lui Lissajous*. Forma acestor curbe depinde și de diferența de fază dintre tensiunile u'_x și u_y.

a. Pentru $f/f'=1$, figura de pe ecran reprezintă o elipsă înscrisă în dreptunghiul definit mai înainte (fig. 18-7). Forma și poziția acestei elipse depind de unghiul φ.

În cazurile în care $\varphi=0$ sau $\varphi=\pi$, traiectoria spotului este dată de ecuațiile:

$$\frac{y}{x}=\pm\frac{Y}{X} \qquad (18\text{-}17)$$

Spotul se mișcă pe o dreaptă care reprezintă una sau cealaltă dintre diagonalele dreptunghiului.

Pentru $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$, ecuația mișcării devine:

$$\frac{x^2}{X^2}+\frac{y^2}{Y^2}=1. \qquad (18\text{-}18)$$

Aceasta reprezintă o elipsă ale cărei axe coincid cu axele de coordonate, iar în cazul în care $X=Y$, elipsa se transformă într-un cerc (fig. 18-7).

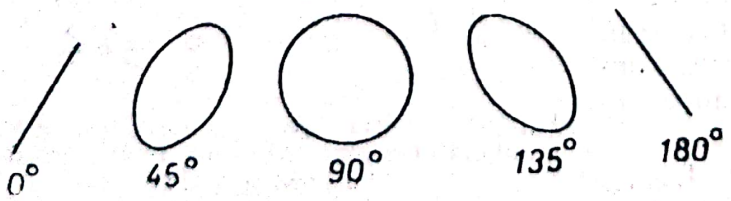


Fig. 18-7. Curbele Lissajous:
$f/f'=1$; f — frecvența tensiunii de studiat; f' — frecvența tensiunii sinusoidale a bazei de timp.

b. Pentru $f/f' = n/n'$ (n și n' numere întregi și prime între ele), spotul descrie o traiectorie închisă, care trece de n ori prin amplitudinea maximă după ordonată, egală cu Y și de n' ori prin amplitudinea maximă după abscisă, egală cu X. Adică curba descrisă de spot are n puncte de contact cu latura orizontală și n' cu cea verticală a dreptunghiului. Figura 18-8 reprezintă o oscilogramă obținută pentru raportul f/f' egal cu 3/2. Forma acesteia variază cu unghiul de defazaj φ.

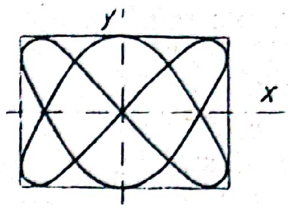


Fig. 18-8. Curbe Lissajous; $f/f' = n/n'$ unde n și n' sînt numere întregi și prime între ele; f și f' sînt frecvențele celor două tensiuni sinusoidale aplicate celor două sisteme de deflecție.

Dacă se cunoaște frecvența uneia dintre tensiunile aplicate la o pereche de plăci, se poate determina frecvența tensiunii a doua cu ajutorul relației:

$$nf' = n'f. \qquad (18\text{-}19)$$

18.4. MĂSURAREA TENSIUNILOR

Osciloscopul catodic poate fi folosit la măsurarea tensiunilor alternative sau continue, dacă, în prealabil, se face o etalonare a acestuia.

Pe plăcile de deviație verticală, se aplică de exemplu o tensiune sinusoidală $u_y = U \sin \omega t$. Valoarea acestei tensiuni este indicată de un voltmetru. Tensiunea poate fi luată de la rețea prin intermediul unui transformator și nu trebuie să depășească 40—50 V.

Dacă Y este lungimea segmentului vertical de pe ecran, sensibilitatea tubului catodic se exprimă prin relațiile:

$$S = \frac{Y}{2\,U} = \frac{Y}{2\sqrt{2}\,U_{ef}} \text{ mm/V} \quad \text{sau} \quad S' = \frac{Y}{U_{ef}} \text{ mm/V}_{ef} \qquad (18\text{-}20)$$

U_{ef} fiind valoarea efectivă a tensiunii indicate de voltmetrul V.

Pentru a se putea citi deviația Y a spotului, se fixează pe ecranul osciloscopului o hîrtie de calc milimetrică sau o placă de sticlă pe care este gravată o rețea de coordonate milimetrică. Se fixează segmentul de dreaptă descris de spot, simetric față de originea axelor de coordonate și se etalonează în volți.

În cazul în care se utilizează amplificatorul vertical, etalonarea se face împreună cu amplificatorul.

După etalonare, osciloscopul poate fi utilizat la măsurarea tensiunilor unor surse de putere foarte mică (care nu se pot măsura cu voltmetrul).

Etalonarea poate fi făcută în joasă frecvență, cu un voltmetru etalonat și folosită pentru măsurarea tensiunilor de înaltă frecvență, în limitele benzii de trecere a amplificatorului.

18.5. MĂSURAREA FRECVENȚELOR PRIN METODA COMPARAȚIEI

Dacă se dispune de un generator de frecvență variabilă și cunoscută, măsurarea frecvențelor cu osciloscopul catodic reprezintă o metodă simplă și foarte precisă.

Scanned with OKEN Scanner

Semnalul a cărei frecvență f se măsoară, se aplică la plăcile de deviație verticală; tensiunea liniară a bazei de timp se înlocuiește cu o tensiune sinusoidală luată de la generatorul de frecvență. Pentru determinarea frecvenței, se poate proceda în două moduri:

a. Se variază frecvența f' a tensiunii generatorului pînă se obțin pe ecran figuri stabile. Cu ajutorul acestora, se determină valoarea raportului f/f'.

Astfel, dacă oscilograma reprezintă o elipsă sau o dreaptă (fig. 18-7), raportul frecvențelor este 1 (18.3.2, *a*); atunci:

$$f=f'.$$

Eroarea de determinare a lui f este egală cu eroarea de care este afectată valoarea frecvenței cunoscute, f'.

Dacă oscilograma este tangentă în n puncte la latura orizontală și în n' la latura verticală a dreptunghiului exînscris, frecvența f este dată de relația (18-19):

$$f=\frac{n}{n'}f'$$

Aceste oscilograme pot duce la un rezultat afectat de erori grosolane, dacă diferența dintre frecvențe este mare. De exemplu, dacă $n/n'>10$ sau $n/n'<1/10$, figura este complicată și numărul punctelor de tangență este greu de determinat.

b. O măsură mai precisă a frecvenței se face cînd figura de pe ecran este o elipsă care se deformează lent. În acest caz, cele două frecvențe f și f' au valori diferite, dar foarte apropiate:

$$x=X \sin \omega' t;\ y=Y \sin (\omega t+\varphi)$$

și dacă $\omega=\omega'\pm\varepsilon$, atunci $y=Y \sin [\omega' t+(\varphi\pm\varepsilon t)]$.

Cele două semnale se pot considera ca avînd aceeași pulsație ω și un defazaj variabil $(\varphi\pm\varepsilon t)$. Pe ecran, apare o elipsă care se deformează în timp.

Să notăm cu θ timpul în care defazajul variază cu 2π, adică intervalul de timp în care elipsa trece prin toate formele corespunzătoare unghiurilor de defazaj cuprinse între 0 și 2π, revenind în poziția inițială; deci:

$$\theta=\frac{2\pi}{\varepsilon}$$

Dacă se scrie $\frac{2\pi}{\theta}=\varepsilon=\omega-\omega'=2\pi(f-f')$, rezultă că:

$$f=f'+\frac{1}{\theta} \qquad (18\text{-}21)$$

Practic, pentru determinarea lui θ se cronometrează timpul în care elipsa parcurge mai multe perioade, începînd (pentru o mai mare precizie) din momentul în care aceasta se reduce la o dreaptă.

Eroarea de determinare a frecvenței, considerînd că f' este cunoscut fără eroare și $f\simeq f'$, este dată de relația:

$$\frac{\Delta f}{f}=\frac{1}{\theta f'}\frac{\Delta\theta}{\theta} \qquad (18\text{-}22)$$

Scanned with OKEN Scanner

18.6. MĂSURAREA DEFAZAJULUI

Metoda elipsei. Pe plăcile de deviaţie ale osciloscopului catodic, se aplică cele două tensiuni a căror diferenţă de fază se măsoară (fig. 18-9):

$$u_1 = U_1 \sin \omega t \quad \text{şi} \quad u_2 = U_2 \sin (\omega t + \varphi).$$

În cazul măsurării defazajului între doi curenţi sau între un curent şi o tensiune, curenţii sînt reprezentaţi prin tensiunile de la bornele unor rezistenţe ohmice introduse în serie pe circuitele parcurse de curenţii al căror defazaj se măsoară.

Mişcarea spotului pe ecran este dată de relaţiile:

$$x = X \sin \omega t \quad \text{şi} \quad y = Y \sin (\omega t + \varphi)$$

şi reprezintă o elipsă de formă asemănătoare cu cele din figura 18-7.

Valoarea unghiului de defazaj se poate determina din considerente legate de dimensiunile elipsei (fig. 18-10).

Punctul B de intersecţie a elipsei cu axa Oy, are coordonatele:

$$x_1 = 0 \quad \text{şi} \quad y_1 = Y \sin \varphi$$

Ţinînd seama de notaţiile de pe figura 18-10, se poate scrie că $OB = OA \sin \varphi$; de aici,

$$\varphi = \arcsin \frac{OB}{OA} \tag{18-23}$$

În acelaşi mod, se deduce că:

$$\varphi = \arcsin \frac{OD}{OC} \tag{18-24}$$

Poziţia axelor de coordonate se determină făcînd să acţioneze, succesiv, fiecare dintre cele două tensiuni u_1 şi u_2. Spotul va descrie două segmente de dreaptă, egale cu lungimile laturilor dreptunghiului exînscris AA' şi CC'. Punctul de intersecţie a celor două segmente se fixează (cu ajutorul butoanelor de reglaj) în originea axelor de coordonate ale reţelei fixate pe ecran.

Segmentele de dreaptă care intră în relaţiile (18-23) şi (18-24) se determină prin citire directă pe ecranul milimetric sau cu ajutorul unui compas.

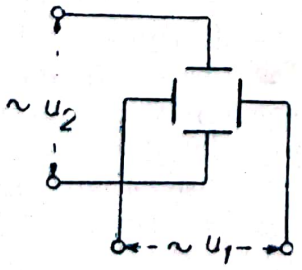


Fig. 18-9. Principiul metodei elipsei pentru măsurarea defazajului cu osciloscopul.

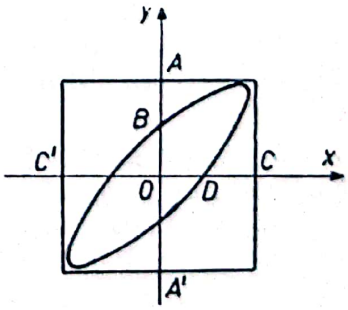


Fig. 18-10. Determinarea valorii unghiului de defazaj, din considerente privind dimensiunile oscilogramei sub formă de elipsă.

Scanned with OKEN Scanner

Prin această metodă nu se determină semnul defazajului, ci numai valoarea absolută a acestuia.

Metoda de măsurat a defazajului descrisă mai sus nu este precisă, deoarece valoarea segmentelor nu se poate determina cu exactitate. O altă sursă de erori o pot constitui defazările suplimentare introduse de amplificatori. Acestea sînt mai mari pentru frecvențe situate la extremitățile bandei de trecere a amplificatoarelor. Pentru a înlătura aceste erori, se verifică dacă cei doi amplificatori (pe orizontală și pe verticală) produc același defazaj. În acest scop, se aplică la ambele intrări ale osciloscopului același semnal; dacă figura pe ecran este dreaptă, rezultă că amplificatorii defazează în mod egal și ca urmare nu modifică valoarea lui φ. Dacă figura este o elipsă, se determină cu ajutorul acesteia, diferențele dintre defazajele introduse de cele două amplificatoare și se corectează rezultatul măsurării lui φ.

De reținut. Să se lege la „masa" osciloscopului (o bornă care este comună la mai multe elemente componente, pusă la pămînt), puncte din circuitul de studiat care sînt la același potențial (ca al „masei").

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 19 | TUBURI ELECTRONICE ŞI DISPOZITIVE SEMICONDUCTOARE ANALOAGE

19.1. DIODA TERMOELECTRONICĂ ŞI TRIODA

19.1.1. Dioda termoelectronică. a. *Fenomenul de emisie termoelectronică.* Dioda termoelectronică este alcătuită din doi electrozi — anodul şi catodul — fixaţi în interiorul unui balon (de sticlă sau metalic), în care presiunea este de 10^{-6} — 10^{-7} torri.

Catodul (sub formă de fir, bandă sau cilindru), este încălzit fie direct, prin stabilirea unei d.d.p. la capetele acestuia, fie indirect de către un filament adus la incandescenţă şi izolat electric de catod. Încălzirea indirectă a catodului permite încălzirea filamentului cu un curent alternativ, cu condiţia ca inerţia termică a catodului să fie suficient de mare (temperatura de regim să fie atinsă după aproximativ 30 secunde de la aprindere); totodată, catodul este echipotenţial, spre deosebire de cazul încălzirii directe, cînd între capetele catodului — care este şi filament în acelaşi timp — există o diferenţă de potenţial de cîţiva volţi. În acest ultim caz, există convenţia ca să se ia ca origine a potenţialelor, potenţialul capătului filamentului legat la polul negativ al bateriei de încălzire.

La o anumită temperatură a catodului, unii dintre electronii „liberi" din interiorul acestuia, capătă energii cinetice atît de mari, încît pot învinge forţele interne care îi ţin legaţi în metal şi ies în exterior. În aceasta constă fenomenul de *emisie termoelectronică.*

Electronii emişi de catod rămîn în jurul acestuia, stabilindu-se un echilibru dinamic: numărul electronilor emişi în unitatea de timp este egal cu numărul electronilor care se depun pe suprafaţa catodului în unitatea de timp. Pentru ca fenomenul de emisie termoelectronică să poată fi studiat, este necesară existenţa electrodului al doilea, anodul, care să fie la un potenţial pozitiv ridicat în raport cu potenţialul catodului, pentru a atrage toţi electronii emişi de catod. Aceşti electroni determină în circuitul anodic (fig. 19-1) un curent I_s, numit *curent de saturaţie.*

Curentul de emisie termoelectronică (de saturaţie) este proporţional cu suprafaţa emisivă a catodului şi depinde de natura şi temperatura acestuia. Studiul efectului termoelectronic, cu ajutorul statisticii cuantice, a condus la formula Richardson-Dushman:

$$i_s = A(1-r)T^2 e^{-\frac{W_0}{KT}} = aT^2 e^{-\frac{W_0}{KT}} \qquad (19\text{-}1)$$

În această formulă, i_s este densitatea curentului de emisie ($I_s = Si_s$), A este o constantă universală egală cu $1{,}20 \cdot 10^6$ A/m²·grad² (120 A/cm²·grad²), iar

Scanned with OKEN Scanner

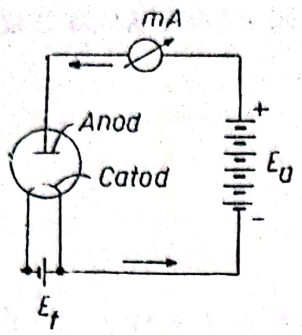


Fig. 19-1. Dioda termoelectronică.

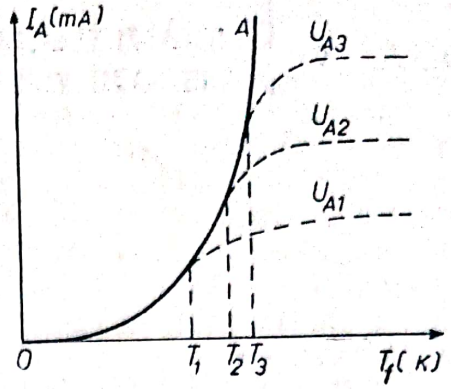


Fig. 19-2. Curentul anodic al diodei în funcție de temperatura catodului, cînd tensiunea anodică rămîne constantă.

este un parametru, numit coeficient de reflexie — specific fiecărui metal; prin acest coeficient se ține seama de faptul că unii electroni, care au suficientă energie pentru a ieși din metal, nu reușesc să iasă din cauza unui gen de reflexie. T este temperatura catodului exprimată în kelvin, K este constanta lui Boltzmann ($K=R/N$) și $W_0=eV_0$ este lucrul de ieșire al electronului din metal la temperatura de 0K. Lucrului de ieșire îi corespunde potențialul de ieșire la 0K, V_0, care este egal cu bariera de potențial ce există la suprafața metalului; e reprezintă sarcina electronului ($1{,}6\cdot10^{-19}$ C).

În figura 19-2 sînt reprezentate curbele de variație ale curentului anodic cu temperatura catodului, pentru cîteva valori ale tensiunii anodice. Aceste curbe au o porțiune comună pe curba trasată prin linie plină (OA), care reprezintă legea curentului de saturație sau legea curentului de emisie termoelectronică [relația (19-1)]. Din figura 19-2, se vede că pentru fiecare valoare a tensiunii anodice, legea curentului de saturație (19-1) este respectată pînă la o anumită temperatură; de exemplu, în cazul tensiunii U_{A1}, temperatura T_1. Peste această temperatură, nu toți electronii emiși de catod sînt absorbiți de anod. O parte din electronii emiși rîmîn în jurul catodului și împiedică creșterea curentului anodic o dată cu creșterea temperaturii.

Din relația (19-1) rezultă că metalele al căror lucru de ieșire este mai mic, permit obținerea de densități de curent mai mari. Pentru aceasta, în tuburile cu vid se folosesc catozi activați (de exemplu wolfram activat cu thoriu, stronțiu, bariu) sau catozi cu oxizi (nichel acoperit cu un strat subțire de oxid de bariu, oxid de stronțiu) care prezintă o emisie mare la temperaturi relativ joase (100 mA/cm², la 1 100 K). De exemplu: în cazul wolframului (W), $V_0=4{,}5$ V și $W_0=7{,}2\cdot10^{-19}$ J, iar în cazul bariului (Ba), $V_0=2{,}4$ V și $W_0=3{,}85\cdot10^{-19}$ J.

b. *Funcționarea diodei termoelectronice.* În condiții normale, dioda nu funcționează la saturație.

În cazul cînd $U_A=0$ (luăm potențialul catodului ca potențial de referință), electronii emiși de catod au o mișcare dezordonată în spațiul dintre cei doi electrozi, datorită agitației termice și forțelor electrostatice de respingere. Asupra electronilor emiși are loc o atracție din partea catodului, care, prin emisie, devine pozitiv în raport cu electronii. Ca urmare, în jurul catodului se creează un nor de electroni care determină o distribuție spațială a sarcinii sau,

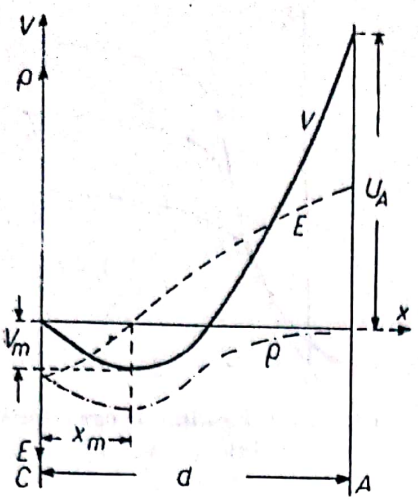


Fig. 19-3. Variația potențialului, a cîmpului electric și a densității de sarcină între catodul și placa unei diode termoelectronice, cînd potențialul plăcii este mic și pozitiv.

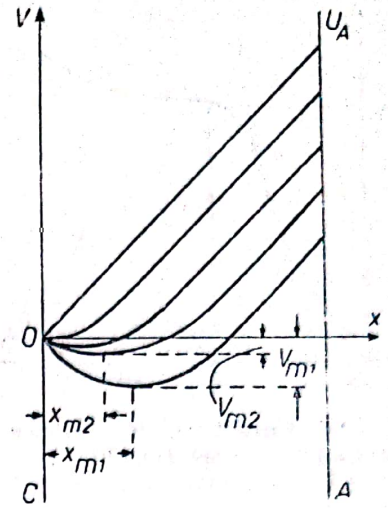


Fig. 19-4. Deplasarea potențialului minim spre catod (temperatura acestuia fiind constantă), cînd crește tensiunea anodică a diodei.

pe scurt, o sarcină spațială. Cîmpul creat de sarcina spațială este orientat de la catod spre norul de electroni și este cu atît mai intens, cu cît densitatea sarcinii spațiale este mai mare.

Pentru a dirija electronii spre anod, trebuie creat un cîmp electric care să învingă cîmpul de frînare datorat sarcinii spațiale. Acest cîmp se realizează prin conectarea anodului la un potențial pozitiv față de catod.

În figura 19-3 sînt reprezentate : variația potențialului V, a cîmpului electric, E și a densității de sarcină, ρ, între catod și anod — considerate plane și paralele — pentru o valoare mică și pozitivă a potențialului U_A, ținînd seama de faptul că electronii părăsesc suprafața de emisie cu viteze diferite.

Cîmpul rezultant negativ în apropierea catodului readuce la catod electronii cu viteze mici. Numai electronii care au energia $1/2\ m \cdot v^2 \geqslant eV_m$ reușesc să străbată spațiul de frînare, x_m, după care sînt accelerați de cîmpul electric pozitiv și ajung la anod, determinînd curetul $I_A < I_s$ (e, m și v sînt respectiv sarcina, masa și viteza electronului).

Odată cu creșterea lui U_A, temperatura catodului fiind menținută constantă, potențialul minim, V_m, se micșorează și se află mai aproape de catod (fig. 19-4). Curentul anodic I_A crește, rămînînd însă inferior curentului de emisie I_s; se spune că dioda funcționează în regim de sarcină spațială.

La o anumită valoare suficient de ridicată a potențialului anodic U_A, potențialul minim V_m se află pe suprafața catodului. Cîmpul electric devine pozitiv în tot intervalul catod-anod și toți electronii emiși de catod sînt absorbiți de anod : $I_A = I_s$.

c. *Caracteristica statică a diodei* este curba care arată dependența curentului anodic I_A de tensiunea anodică U_A, cînd tensiunea U_f de alimentare a filamentului rămîne constantă (fig. 19-5). Dînd diferite valori tensiunii U_f, se obține familia de caracteristici statice (fig. 19-6).

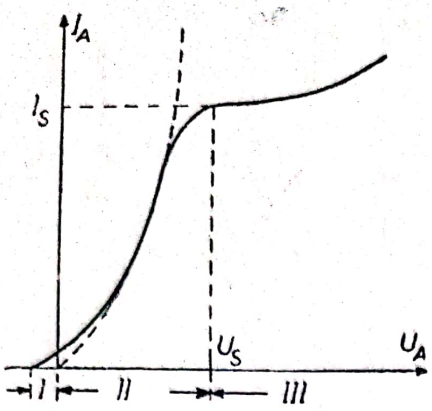


Fig. 19-5. Caracteristica statică a diodei termoelectronice.

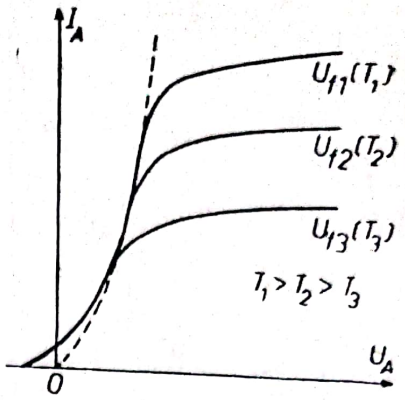


Fig. 19-6. Familia de caracteristice statice ale diodei.

În general, caracteristica statică a diodei prezintă trei regiuni. Regiunea I corespunde regimului de tensiuni negative la anod, $U_A<0$ (fig. 19-5). Curentul în această regiune crește exponențial cu tensiunea anodică și se datorează unui număr foarte mic de electroni care au energii inițiale suficient de mari pentru a ajunge la anod chiar în condițiile în care acest electrod acționează ca și sarcina spațială, în sensul frînării electronilor. Acest curent, fiind foarte mic, poate fi neglijat și caracteristica aproximată ca pornind de la zero.

Regiunea II — corespunde regimului de sarcină spațială. Aceasta este porțiunea de curbă care corespunde funcționării obișnuite a diodelor. În această regiune, curba de variație a curentului anodic I_A cu tensiunea anodică U_A este descrisă aproximativ de formula lui Langmuir:

$$I_A=KU_A^{3/2} \tag{19-2}$$

în care constanta K depinde de geometria sistemului catod-anod și se numește perveanță. Relația de mai sus este cunoscută și sub denumirile: legea lui Langmuir, legea 3/2 sau legea Langmuir-Child.

Regiunea III corespunde regimului de saturație. Intensitatea curentului pentru o anumită temperatură a filamentului este dată de relația (19-1). Porțiunea aceasta a caracteristicii nu are însă forma unui palier; I_A crește la început lent cu tensiunea U_A și cînd aceasta depășește cu mult valoarea U_s, creșterea lui I_a este mai pronunțată. Aceasta se datorează faptului că la suprafața catodului se creează un cîmp electric destul de mare, care face ca emisia să fie mai intensă (efect Schottky).

d. *Parametrii statici ai diodei.* Calitățile și proprietățile diodei se exprimă, în mod obișnuit, prin doi factori, numiți *parametri statici*, care arată cum sînt legate între ele variațiile mărimilor U_A și I_A (tensiunea U_f de încălzire a filamentului rămînînd constantă) în jurul unui *punct M de funcționare*, de coordonate (U_A, I_A), de pe caracteristica $I_A=f(U_A)$ (fig. 19-7).

Parametrii statistici ai diodei sînt: R_i — *rezistența internă* și S — *panta tubului.*

Rezistența internă este definită prin raportul:

$$R_i=\frac{dU_A}{dI_A}\simeq\frac{\Delta U_A}{\Delta I_A} \tag{19-3}$$

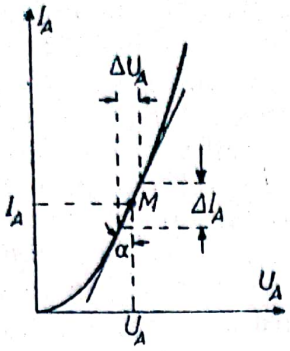


Fig. 19-7. Punctul de funcționare al diodei termoelectronice.

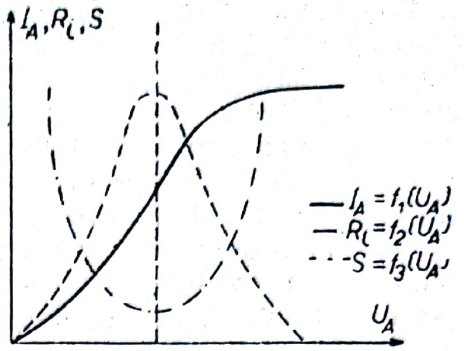


Fig. 19-8. Variația curentului anodic și a parametrilor statici, R și S, cu tensiunea aplicată anodului diodei.

în care ΔU_A și ΔI_A sînt variații mici ale tensiunii și curentului în jurul valorilor continue U_A și respectiv I_A. Din figura 19-7 se vede că rezistența internă este dată de înclinarea, față de ordonată, a tangentei la caracteristica statică în punctul de funcționare,

$$R_i = k \cdot \mathrm{tg}\alpha, \tag{19-4}$$

unde k este un coeficient care depinde de scările utilizate în reprezentarea grafică a tensiunilor și curenților.

Rezistența internă R_i se deosebește ca valoare de rezistența prezentată de tub în curent continuu, numită *rezistență statică* R_s, care este egală cu raportul mărimilor electrice continue U_A și I_A în punctul de funcționare considerat.

Caracteristica $I_A = f(U_A)$ la U_f=constant, fiind neliniară, rezistența internă R_i și rezistența statică R_s diferă ca valoare, în funcție de punctul M de pe caracteristică. În figura 19-8 este reprezentată variația rezistenței interne R_i în funcție de tensiunea anodică U_A. Această mărime trece printr-un minim în porțiunea în care curentul satisface legea 3/2 și are valori foarte mari la începutul și în porțiunea de saturație a caracteristicii. În regiunea de utilizare a diodei, $I_A = KU_A^{3/2}$, iar rezistența internă este dată de relația:

$$R_i = \frac{2}{3}\frac{1}{K} U_A^{-1/2} \tag{19-5}$$

Din relația (19-5) se vede că rezistența internă depinde de constanta K, deci de dimensiunile geometrice ale electrozilor.

Panta tubului, S, se definește prin relația:

$$S = \frac{dI_A}{dU_A} \simeq \frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} \tag{19-6}$$

și reprezintă inversul rezistenței interne. Variația pantei S cu tensiunea anodică U_A este reprezentată în figura 19-8. Panta trece printr-un maxim corespunzător punctului de inflexiune al curbei $I_A = f(U_A)$ și are valoarea zero la extremitățile caracteristicii. De exemplu, în cazul unei diode, cînd punctul de funcționare este definit prin U_A=25 V și $I_A = 4 \cdot 10^{-3}$ A, $R_s = 6{,}2 \cdot 10^3\ \Omega$, $R_i = 4{,}3 \cdot 10^3\ \Omega$ și $S = 2{,}3 \cdot 10^{-4}\ \Omega^{-1}$.

19.1.2. Trioda. a. *Principiul de funcționare.* Trioda este un tub cu vid, care are între anod și catod un electrod suplimentar (sub formă de sită) numit grilă. Prin aplicarea unei tensiuni U_G la acest electrod, în spațiul grilă-catod se creează un cîmp suplimentar, care poate avea efect accelerator sau de frînare asupra electronilor, după cum potențialul grilei este pozitiv sau negativ față de catod. Astfel, cîmpul din apropierea catodului depinde atît de potențialul anodului U_A, cît și de potențialul grilei, U_G. Variind una din aceste tensiuni, se modifică acțiunea cîmpului electric asupra sarcinii spațiale și ca urmare, se produce o variație a intensității curentului anodic I_A. Rezultă că, în cazul triodei, curentul anodic este funcție de două variabile: tensiunea anodică U_A și tensiunea de grilă U_G.

Deoarece grila se află la o distanță mai mică de catod decît anodul și constituie totodată un ecran electrostatic pentru liniile de cîmp care vin de la anod spre catod, tensiunea U_G exercită o influență mult mai mare asupra curentului anodic decît tensiunea anodică U_A. O tensiune U_A aplicată între anod și catod are același efect asupra curetului anodic I_A, ca și o tensiune $D \cdot U_A$ aplicată între grilă și catod; D se numește *coeficient* sau factor *de pătrundere* și are o valoare subunitară.

Influența anodului fiind mult micșorată, curentul anodic va depinde de tensiunea de grilă după o lege asemănătoare cu cea din cazul diodelor. Pentru a aplica la triodă legea 3/2, se consideră acțiunea comună a celor două tensiuni U_A și U_G asupra curentului anodic, ca acțiunea unei singure tensiuni rezultante U_G+DU_A, aplicată unui electrod așezat în locul grilei. Astfel, trioda este echivalată cu o diodă avînd tensiunea anodică U_G+DU_A, iar curentul anodic este dat de relația generală:

$$I_A=K'(U_G+DU_A)^{3/2} \qquad (19\text{-}7)$$

Dacă potențialul aplicat pe grilă este pozitiv, o parte din electronii emiși de catod vor fi atrași în circuitul acesteia, dînd naștere la un curent de grilă, I_G, Curentul total emis de catod, I_C, va fi egal cu suma curenților anodic și de grilă:

$$I_C=I_A+I_G \qquad (19\text{-}8)$$

În condiții normale de funcționare, potențialul grilei este negativ și deci, $I_G=0$. Pentru o anumită valoare negativă a tensiunii grilei, — numită tensiune de tăiere —, curentul anodic I_A se anulează.

b. *Caracteristicile statice ale triodei.* Curentul anodic în cazul triodei depinde atît de tensiunea anodică, cît și de tensiunea de grilă $I_A=f(U_G, U_A)$.

Dacă se reprezintă curentul anodic în funcție de una din aceste tensiuni, menținînd constantă pe cealaltă, se obține un grup de caracteristici anodice și un grup de caracteristici de grilă.

Cele două tipuri de caracteristici, curbele $I_A=f(U_A)$ cînd U_G se menține constant (putînd avea diverse valori), numite *caracteristici anodice* (sau *caracteristici de placă*) și curbele $I_A=f(U_G)$ cînd U_A se menține constant (putînd avea diverse valori), numite *caracteristici de grilă* sau *caracteristici de transfer*, au aceeași alură (fig. 19-9 și fig. 19-10). Toate aceste curbe au, între anumite limite, porțiuni rectilinii — care reprezintă o regiune de funcționare liniară; aceste porțiuni rectilinii sînt paralele și dacă valorile tensiunilor U_A și U_G sînt în progresie aritmetică, distanța dintre curbele aceluiași grup este aceeași.

Scanned with OKEN Scanner

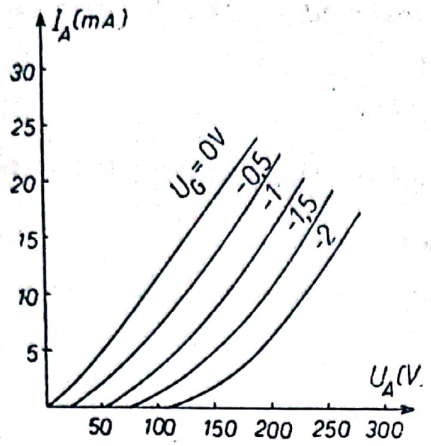


Fig. 19-9. Caracteristicile anodice ale triodei.

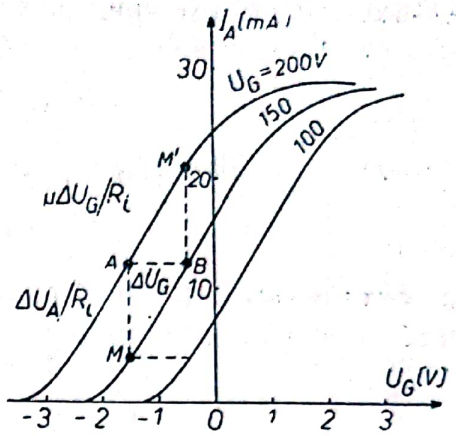


Fig. 19-10. Caracteristicile de grilă ale triodei.

Caracteristicile statice anodice și de grilă permit să se deducă toate proprietățile unei triode. De aceea, în cataloagele de tuburi se prezintă rețelele de curbe caracteristice pentru fiecare tip de tub electronic, în vederea utilizării acestuia în practică cu mai mare ușurință.

c. *Parametrii statici ai triodei.* În general, proprietățile unei triode, corespunzătoare regimului de funcționare liniară, se traduc prin trei *parametri statici principali*: R_i, μ și S. Aceștia sînt niște mărimi care arată cum sînt legate între ele două dintre variațiile mărimilor I_A, U_A și U_G (cînd a treia rămîne constantă) în raport cu valorile corespunzătoare unui punct M (I_A, U_A, U_G) de funcționare, cînd circuitul anodic nu cuprinde o rezistență de sarcină R ($R=0$).

Pentru a trece de la o stare de funcționare reprezentată de punctul M (I_A, U_A, U_G) la o stare reprezentată de punctul A (fig. 19-10), se poate crește U_A cu $\Delta U_A=50$ V, menținînd pe U_G=constant; prin aceasta, I_A a crescut cu $\Delta I_A=10$ mA. În acest caz, triода s-a comportat ca un conductor avînd o rezistență

$$R_i=\frac{\Delta U_A}{\Delta I_A}=5\,000\ \Omega.$$

Se poate însă produce aceeași creștere a curentului anodic ($\Delta I_A=10$ mA), dacă se micșorează U_G cu $\Delta U_G=-1$ V — ajungîndu-se în punctul de funcționare B — menținînd pe U_A constant.

Raportul dintre variația lui U_A și variația lui U_G, care produc aceeași variație a curentului anodic (ΔI_A), se numește *factor de amplificare* μ (sau coeficient de amplificare), corespunzător punctului de funcționare ales (M); în cazul exemplului menționat, $\mu=\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}=50/1=50$.

Din definiția factorului de pătrundere D, rezultă $\mu=1/D$.

Dacă variază și U_A și U_G în același timp, — să presupunem că variațiile sînt $\Delta U_A=50$ V și $\Delta U_G=-1$ V —, se va trece de la starea de funcționare reprezentată de punctul $M(I_A, U_A, U_G)$, la aceea reprezentată prin punctul $M'(I_A+\Delta I_A, U_A+\Delta U_A, U_G+\Delta U_G)$; variația intensității curentului va fi dată de relația:

$$\Delta I_A=\frac{\Delta U_A}{R_i}+\frac{\mu\Delta U_G}{R_i} \qquad (19\text{-}9)$$

Referindu-ne la exemplul ales mai sus, rezultă $\Delta I_A = 20$ mA. Relația (19-9) se scrie obișnuit sub altă formă:

$$R_i \Delta I_A = \Delta U_A + \mu \Delta U_G \tag{19-10}$$

Utilizînd notațiile $\Delta I_A = i_A$, $\Delta U_A = u_A$ și $\Delta U_G = u_G$, relația (19-10) devine:

$$R_i i_A = u_A + \mu u_G \tag{19-11}$$

și reprezintă ecuația (fundamentală) a triodei.

Dacă se scrie relația ultimă sub forma:

$$i_A = \frac{u_A}{R_i} + \frac{\mu u_G}{R_i} = \frac{u_A}{R_i} + S u_G \tag{19-12}$$

se găsește expresia celui de-al treilea parametru $S = \mu / R_i$, numit *panta triodei*. S reprezintă de fapt panta rețelei de curbe $I_A = f(U_G)$. În cadrul exemplului de mai înainte, pentru starea de funcționare reprezentată de punctul M, rezultă $S = 10$ mA/V (unitatea de măsură a lui S rezultă din definițiile parametrilor μ și R_i și din legătura acestora cu S).

Cei trei parametri care caracterizează o triodă se definesc prin relațiile:

rezistența internă, $$R_i = \left(\frac{\Delta U_A}{\Delta I_A}\right)_{U_G = \text{const.}} \tag{19-13}$$

factorul de amplificare, $$\mu = \left(\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}\right)_{I_A = \text{const.}} \tag{19-14}$$

panta triodei, $$S = \left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_G}\right)_{U_A = \text{const.}} \tag{19-15}$$

și

factorul de pătrundere, $$D = \frac{1}{\mu}. \tag{19-16}$$

Din relațiile de definiție, rezultă că produsul:

$$R_i \cdot S \cdot D = 1. \tag{19-17}$$

Această relație dă posibilitatea să se obțină unul din parametri, cînd se cunosc ceilalți doi.

Ecuația triodei (19-9) — scrisă sub diverse forme — este valabilă și coeficienții pe care îi conține rămîn constanți, numai în condițiile de funcționare liniară a tubului (variațiile mărimilor I_A, U_A și U_G au loc după o lege liniară, în jurul punctului de funcționare). În afara acestei regiuni, cei trei parametri principali variază foarte mult; totodată, ei diferă mult de la un tub la altul. Pentru orice stare de funcționare a triodei reprezentată printr-un punct oarecare M (I_A, U_A, U_G), se pot de asemenea defini cei trei parametri principali ai tubului, prin relațiile:

$$R_i = \left(\frac{\partial U_A}{\partial I_A}\right)_{U_G = \text{const.}}, \quad \mu = \left(\frac{\partial U_A}{\partial U_G}\right)_{I_A = \text{const.}} \quad \text{și} \quad S = \left(\frac{\partial I_A}{\partial U_G}\right)_{U_A = \text{const.}} \tag{19-18}$$

Scanned with OKEN Scanner

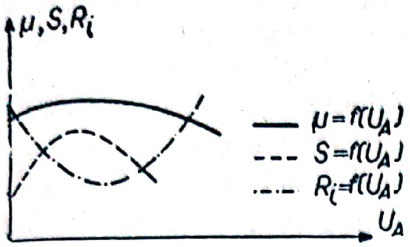


Fig. 19-11. Variaţia parametrilor triodei cu tensiunea anodică.

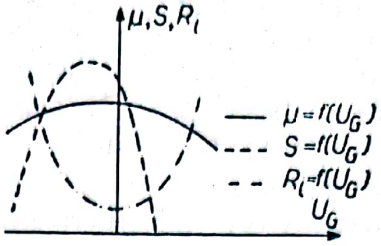


Fig. 19-12. Variaţia parametrilor triodei cu tensiunea de grilă.

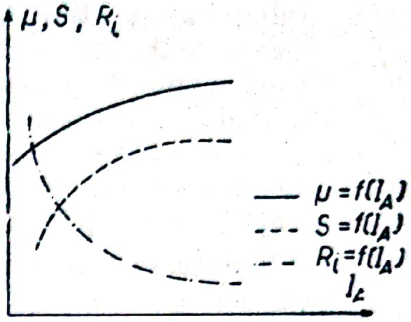


Fig. 19-13. Variaţia parametrilor triodei cu intensitatea curentului anodic.

Curbele din figurile 19-11, 19-12 şi 19-13 reprezintă cei trei parametri în funcţie de U_A, U_G sau I_A (doi rămînînd constanţi).

În funcţie de construcţia triodei, cei trei parametri pot să difere mult ca valoare: $R_i \sim (10^3 - 10^6)$ Ω, $\mu \sim$ (10 — 1 000), S — de la unităţi la cîteva zeci de mA/V.

19.2. DIODA SEMICONDUCTOARE ŞI TRANZISTORUL

19.2.1. Consideraţii teoretice. *Semiconductorii* reprezintă o categorie de substanţe care au conductivitatea electrică cuprinsă între aceea a metalelor şi a dielectricilor ($10^4 - 10^{-6}$) Ω^{-1} m^{-1} şi a căror conductibilitate se datorează propagării electronilor în exces sau a golurilor.

Un semiconductor care nu conţine impurităţi, se numeşte *intrinsec*. Germaniul fără impurităţi este un semiconductor intrinsec cu rezistivitate $\rho = 0{,}45$ Ω·m (la $T = 300$ K). Dacă proprietăţile de conductibilitate sînt datorate unor impurităţi pe care le conţine în reţeaua cristalină, semiconductorul se numeşte *extrinsec*; rezistivitatea acestora este mai mică. Germaniul de tip N are $\rho \simeq 10^{-2}$ Ω·m (la temperatura de circa 300 K).

Semiconductorii cei mai studiaţi şi folosiţi în tehnică sînt germaniul şi siliciul, ambele fiind elemente tetravalente care cristalizează în sistemul diamantului. Între atomii din reţeaua cristalină există *legături covalente*: fiecare atom este legat de alţi patru atomi vecini, mai apropiaţi, prin electronii de valenţă puşi în comun. Fig. 19-14 reprezintă, într-o imagine plană, legăturile dintre atomii dintr-un cristal de germaniu.

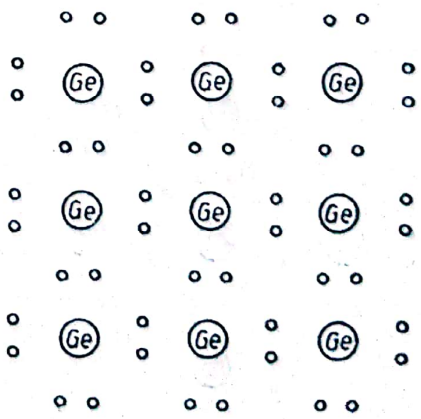


Fig. 19-14. Legăturile dintre atomii din reţeaua cristalină a germaniului — legătura covalentă.

Această stare are loc la temperaturi foarte scăzute, cînd germaniul se comportă ca un izolant aproape perfect. La temperaturi mai ridicate, datorită agitaţiei termice, o parte din electronii care asigură legături covalente pot fi eliberaţi şi devin electroni liberi care participă la conducţia curentului electric. Aceşti electroni eliberaţi din atomi neutri lasă în locurile pe care le părăsesc *goluri* care au o sarcină electrică egală în valoare absolută cu a electro-

nului, dar pozitivă. Sub acțiunea unui cîmp electric, electronii unor legături covalente de la atomii apropiați pot să umple aceste *goluri*, lăsînd alte „goluri" lîngă atomii de la care au plecat. După ce a apărut deci un „gol", un electron al unei legături covalente îl umple, lăsînd în urma lui un alt gol; are loc deci o mișcare a electronului într-un sens și a golului în sens contrar. Astfel, golurile se comportă ca niște particule pozitive care se deplasează prin cristal și contribuie ca și electronii liberi, la conducția curentului electric.

Odată cu procesul de generare pe cale termică a perechilor electron-gol, are loc și procesul invers: electronii liberi întîlnesc goluri și se anihilează reciproc, reconstituind unele legături covalente rupte. Între cele două procese contrare se stabilește un echilibru dinamic, astfel încît la orice temperatură este satisfăcută relația:

$$N_n \cdot N_p = \text{const. } e^{-E_0/KT} \qquad (19\text{-}19)$$

în care N_n și N_p reprezintă densitatea electronilor și a golurilor (numărul de electroni sau goluri în unitatea de volum), iar E_0 este energia necesară de furnizat unui electron care asigură o legătură covalentă pentru a deveni un electron de conducție; această *energie de activare* este de 0,72 eV, în cazul Ge și de 1,1 eV, în acela al Si (în cazul diamantului aceasta este de 7 eV).

Într-un semiconductor intrinsec, numărul electronilor este egal cu al golurilor, $N_n = N_p$. Conductivitatea electrică a semiconductorului fiind proporțională cu numărul electronilor liberi și al golurilor, se vede din relația (19-19) că această mărime crește rapid cu temperatura ($e^{-E_0/KT}$).

Semiconductorul extrinsec se obține prin introducerea în semiconductorul pur — de exemplu, germaniu — a unei cantități foarte mici de atomi, fie pentavalenți (As, P, Sn...), fie trivalenți (In, B, ...). Atomii de impuritate se vor distribui în rețeaua cristalină, ocupînd locul unor atomi de Ge (fig. 19-15). Patru dintre electronii de valență ai fiecărui atom de impuritate formează legături covalente cu atomii vecini de Ge, iar al cincilea electron de valență, fiind foarte slab legat de atomul de impuritate, devine cu ușurință electron liber la temperatura camerei. În cazul As, este suficientă o energie suplimentară de 0,1 eV pentru ca un asemenea electron să devină liber în rețeaua semiconductorului. Astfel, vor exista în rețeaua cristalină atîția electroni liberi, cîți atomi de impuritate sînt. Electronii cedați de atomii de impuritate nu lasă în locul lor goluri: se formează însă ioni pozitivi, care se deplasează foarte greu în rețeaua cristalină și nu participă practic la conducția curentului electric. Deci, impuritățile pentavalente creează în rețeaua cristalină de Ge, un singur fel de purtători de sarcină — electroni — și poartă denumirea de impurități donoare de electroni sau *donori*. Semiconductorul cu atomi de impuritate donori se numește *semiconductor extrinsec de tip n* (negativ).

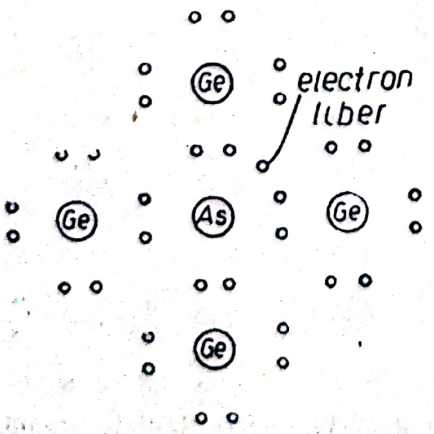


Fig. 19-15. Semiconductor extrinsec de tip *n*.

În semiconductorul impurificat are loc și procesul de creare a perechilor electron-gol datorită agitației termice, fiind de asemenea satisfăcută relația (19-19). N_n reprezintă în acest caz numărul total de electroni proveniți atît

de la atomii de impuritate cît şi datorită agitaţiei termice a cristalului. Din relaţia (19-19) se vede că un semiconductor cu un număr mare de atomi de impuritate ($N_n \gg N_p$) are conductivitatea electrică mult mai mare decît conductivitatea electrică a aceluiaşi semiconductor în stare pură ($N_n = N_p$). Tot din relaţia (19-19) se vede că la semiconductorul impur, conductivitatea electrică variază mult mai lent cu temperatura decît la semiconductorul în stare pură (variaţia exponenţială este resimţită la semiconductorul de tip n numai de factorul N_p).

În semiconductorul de tip n, electronii liberi fiind în număr mai mare, se numesc *purtători mobili de sarcină majoritari*, iar golurile, fiind în număr mai mic, se numesc *purtători mobili de sarcină minoritari*.

În reţeaua cristalină a semiconductorului tetravalent — de exemplu, germaniu — se pot introduce impurităţi constituite din atomi trivalenţi (Al, Ga, In). Şi în acest caz, atomii de impuritate vor ocupa în reţea, locul unor atomi tetravalenţi, însă, de această dată, avînd fiecare cîte o legătură covalentă nesatisfăcută. Atomului trivalent de In, de exemplu, îi lipseşte un electron de legătură. Golul, care există, poate fi umplut de un electron provenind de la o legătură Ge—Ge, luînd astfel naştere un alt gol; acesta, deplasîndu-se din aproape în aproape, produce un curent asemenea cu acela datorat unor sarcini pozitive. Astfel, în reţeaua semiconductorului se formează un număr de goluri egal cu numărul atomilor de impuritate. Atomii de impuritate devin ioni negativi şi poartă denumirea de *acceptori*. Semiconductorul cu atomi de impuritate acceptori se numeşte *semiconductor de tip p* (pozitiv); purtătorii mobili de sarcină majoritari sînt în acest caz golurile, iar purtătorii mobili de sarcină minoritari sînt electronii.

Ca şi în cazul semiconductorilor de tip n, conductivitatea electrică a semiconductorului de tip p este mai mare decît conductivitatea semiconductorului în stare pură.

Dacă pe feţele opuse ale unui cristal semiconductor intrinsec sau extrinsec se aplică o diferenţă de potenţial, sub influenţa cîmpului electric creat de aceasta, electronii liberi şi golurile se vor deplasa formînd un curent electric. Vectorul densitate de curent $\vec{i}$ este proporţional cu intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$:

$$\vec{i} = \sigma \vec{E};$$

în relaţia de mai sus, σ este conductivitatea electrică. Dacă se inversează polaritatea, curentul păstrează aceeaşi valoare dată de legea lui Ohm.

Datorită proprietăţilor electrice pe care le posedă, semiconductorii permit să se realizeze dispozitive analoage cu tuburile electronice, deşi principiul lor de funcţionare este cu totul diferit. În cele ce urmează, ne vom opri numai asupra elementelor de bază din care sînt constituite aceste dispozitive: *„joncţiunea"*, care poate fi de diverse tipuri şi *„tranzistorul,"* o anumită asociere de joncţiuni de tipuri diferite.

19.2.2. Dioda cu joncţiune. a. *Principiul de funcţionare.* Prin joncţiune se înţelege o regiune dintr-un solid a cărui conductibilitate electrică se schimbă de la un tip la altul, cînd se trece de la o extremitate a ei la cealaltă.

Dioda cu joncţiune este constituită dintr-un anumit tip de joncţiune, numită joncţiune p—n. Aceasta se realizează prin crearea într-un cristal semiconductor (cu procedeee tehnice speciale), a două regiuni cu conductibilităţi elec-

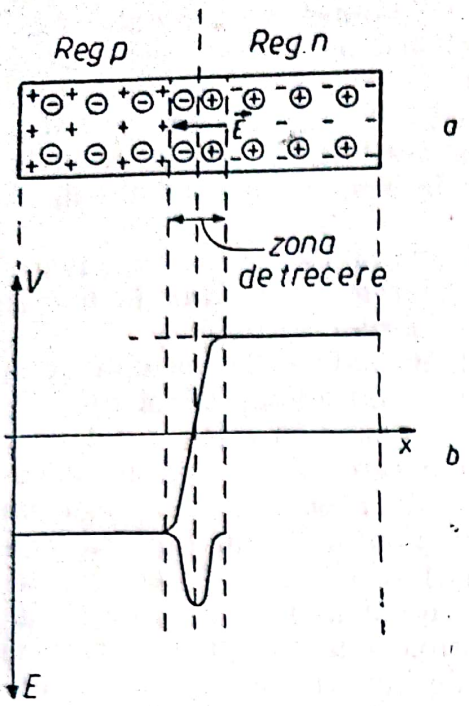


Fig. 19-16. Joncțiunea *p-n* (*a*); variația potențialului și a cîmpului electric în joncțiune (*b*).

trice de tipuri opuse (*n* și *p*). La suprafața de separație dintre cele două regiuni *n* și *p*, au loc transformări care dau sistemului proprietăți asemănătoare diodei cu vid.

Golurile — purtătorii majoritari din regiunea *p* — datorită diferenței de concentrație, vor difuza în regiunea *n*, iar electronii, — purtătorii majoritari din regiunea *n* —, vor difuza în regiunea *p*, tinzînd să uniformizeze concentrația acestora în întreg volumul semiconductorului. Această difuzie a purtătorilor de sarcină este însă limitată.

Electronii ajunși în regiunea *p*, neutralizează o parte din golurile care circulă în acea regiune; ca urmare, sarcinile negative fixe ale ionilor negativi acceptori nu mai sînt compensate de golurile rămase și astfel apare o sarcină negativă de o anumită densitate de volum. În același timp, printr-un proces asemănător, datorită deplasării golurilor, va apare în regiunea *n* o sarcină spațială pozitivă (fig. 19-16, *a*). Aceste sarcini spațiale creează o diferență de potențial V_0, de ordinul cîtorva zecimi de volt, într-o regiune îngustă numită *zonă de difuzie* sau *de trecere*. În această regiune, potențialul electric are o variație continuă, iar în afara regiunii de trecere potențialul electric este constant (fig. 19-16, *b*).

Cîmpul electric care se stabilește în joncțiune fiind orientat de la *n* către *p* (fig. 19-16, *a* și *b*), se opune trecerii în continuare a purtătorilor majoritari dintr-o regiune în alta, reușind să treacă numai aceia care au o energie egală sau mai mare decît energia necesară pentru a învinge bariera de potențial V_0. Acest cîmp electric favorizează în schimb trecerea purtătorilor minoritari din regiunea *p* în regiunea *n* (electronii) și din regiunea *n* în regiunea *p* (golurile). La echilibru, curentul rezultant prin joncțiune, determinat de deplasarea purtătorilor majoritari și minoritari dintr-o regiune în alta, este nul.

Dacă joncțiunii *p—n* i se aplică o diferență de potențial *V*, conectînd polul plus al unui generator la regiunea *p* și minus la regiunea *n* (operație denumită *polarizare directă*), bariera de potențial datorită joncțiunii scade la valoarea $V_0 - V$. Cîmpul electric în zona de trecere își păstrează sensul, însă își micșorează valoarea. În aceste condiții, numărul purtătorilor majoritari care trec dintr-o regiune în alta crește, iar al purtătorilor minoritari rămîne constant, pentru o temperatură dată. Apare un curent de goluri îndreptat spre regiunea de tip *n* și de electroni spre regiunea de tip *p*. Curentul total prin joncțiune este egal cu suma curenților datorați celor două tipuri de purtători de sarcini (golurile deplasîndu-se în sens opus electronilor, creează un curent electric de același sens cu al electronilor). Acest curent fiind determinat de purtătorii majoritari, poate avea valori foarte mari, în funcție de tensiunea aplicată.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă se inversează sensul tensiunii aplicate, adică se conectează polul plus al generatorului la regiunea n şi minus la regiunea p (*polarizare inversă*), bariera de potenţial la joncţiune creşte la valoarea V_0+V. Cîmpul electric rezultant în regiunea de trecere fiind mai intens, micşorează foarte mult numărul purtătorilor de sarcină majoritari care străbat joncţiunea. Astfel, curentul creat de purtătorii majoritari devine neglijabil faţă de curentul datorat purtătorilor minoritari. Curentul rezultant prin joncţiune va avea un sens invers faţă de curentul din cazul polarizării directe şi o valoare foarte mică datorită numărului redus de goluri din regiunea n şi de electroni din regiunea p.

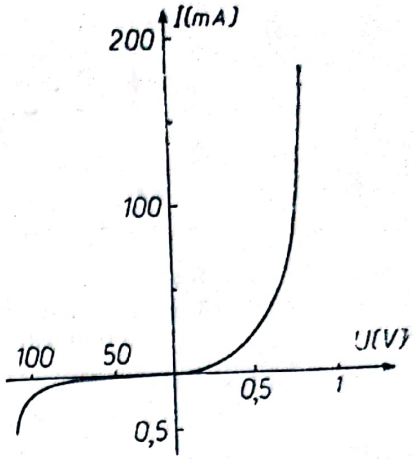


Fig. 19-17. Caracteristica statică a unei diode cu joncţiune.

Deci, prin aplicarea unei tensiuni exterioare, joncţiunea $p-n$ capătă proprietăţi de redresare, asemenea unei diode cu vid. De aici vine şi denumirea de diodă semiconductoare.

b. *Caracteristica statică a unei diode cu joncţiune.* Caracteristica statică a unei diode cu germaniu cu joncţiune este reprezentată în figura 19-17; aceasta arată dependenţa dintre curentul I care trece prin diodă şi tensiunea U aplicată la borne: $I=f(U)$. Această caracteristică este neliniară; curentul I variază cu tensiunea după o relaţie de forma:

$$I=I_0(e^{\frac{-eV}{KT}}-1) \qquad (19\text{-}20)$$

unde I_0 este curentul invers de saturaţie.

Relaţia (19-20) este valabilă pentru cazul tensiunilor mici, inferioară barierei de potenţial V_0. Pentru valori ale potenţialului V, egale sau mai mari decît V_0, curentul nu mai satisface relaţia (19-20) datorită unor alte fenomene care au loc în cristal.

Rezistenţa internă a diodei semiconductoare se defineşte prin raportul:

$$R_i=\frac{\partial U}{\partial I}\simeq\frac{\Delta U}{\Delta I}. \qquad (19\text{-}21)$$

R_i are o valoare foarte mare ($10^4 \sim 10^5\ \Omega$), cînd dioda este polarizată „invers" şi o valoare mult mai mică ($\sim 10\ \Omega$), atunci cînd este polarizată „direct".

19.2.3. Tranzistorul. a. *Construcţie şi funcţionare.* Tranzistorul este un dispozitiv semiconductor care are unele proprietăţi asemănătoare cu acelea ale triodei cu vid. Acesta este alcătuit dintr-un monocristal semiconductor, avînd trei regiuni al căror tip de conductibilitate alternează. După modul cum sînt dispuse cele trei regiuni, există tranzistoare $p-n-p$ şi tranzistoare $n-p-n$ (fig. 19-18, *a* şi *b*); în figura 19-18 *c*, *d*, *e*, *f* se arată simbolurile prin care se reprezintă schematic.

Regiunile extreme cu conductibilitate de acelaşi tip se numesc *emitor* (E) şi *colector* (C), iar regiunea centrală cu conductibilitate de tip contrar se numeşte *bază* (B). La limitele de separaţie ale celor trei regiuni se formează două

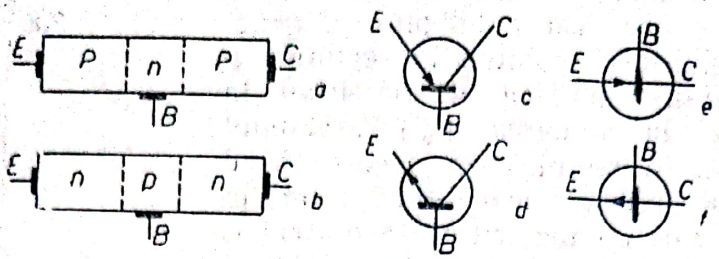


Fig. 19-18. Schemele tranzistorilor *p-n-p* (*a*) şi *n-p-n* (*b*) şi simbolurile de reprezentare a acestora (*c*, *d*, *e*, *f*).

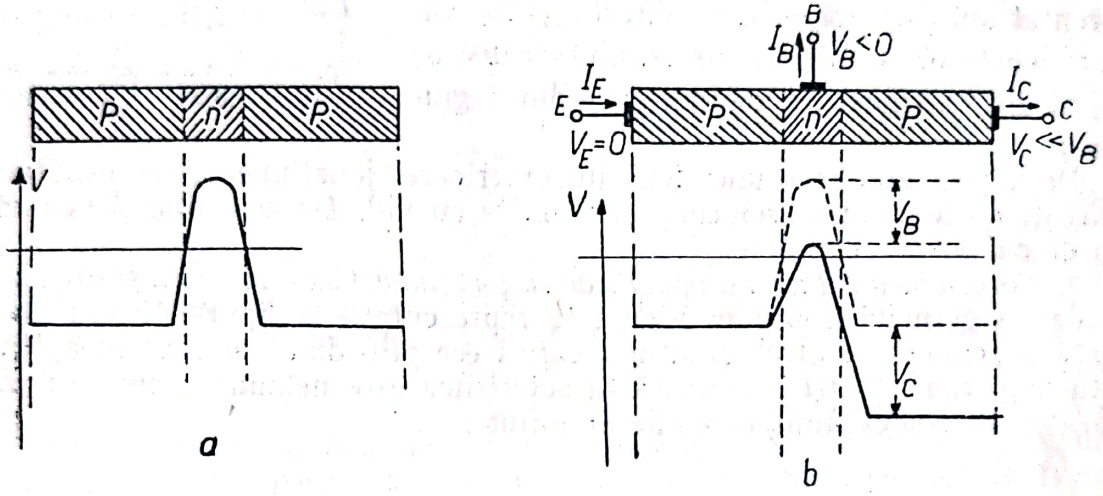


Fig. 19-19. Variaţia potenţialului în joncţiunile tranzistorului *p-n-p*, joncţiunile fiind: *a* — nepolarizate şi *b* — polarizate.

joncţiuni, — joncţiunea emitor şi joncţiunea colector —, ale căror proprietăţi descrise anterior stau la baza funcţionării tranzistorului.

Considerăm un tranzistor de tip *p—n—p*. Dacă cele două regiuni de tip *p* au aceleaşi proprietăţi fizice, variaţia potenţialului în joncţiunea emitorului şi a colectorului are forma arătată de curba din figura 19-19, *a*.

Pentru ca tranzistorul să funcţioneze în regim normal, joncţiunea emitorului se polarizează în sens direct, iar joncţiunea colectorului se polarizează în sens invers. O astfel de polarizare este reprezentată în figura 19-19, *b*, în care s-a considerat ca origine a potenţialului, potenţialul aplicat emitorului ($V_E=0$).

Variaţia potenţialului în cele două joncţiuni este arătată în figura 19-19, *b*.

În figura 19-20 se prezintă, mai în detaliu, schema din figura 19-19, *b*.

În joncţiunea emitorului (J_1), cîmpul electric capătă o valoare mică, fiind orientat de la *n* către p_1. Joncţiunea va fi străbătută de un curent intens I_E determinat de deplasarea dintr-o regiune în alta a purtătorilor de sarcină majoritari. Deoarece, prin construcţie, concentraţia impurităţilor în bază este mai mică decît în emitor, curentul în joncţiunea emitor (I_E) se datorează în special golurilor care trec din emitor în bază, numărul electronilor care trec din bază în emitor fiind mult mai mic.

Datorită grosimii foarte mici a bazei (aceasta fiind de acelaşi ordin de mărime ca *lungimea de difuzie a golurilor*, 10^{-1} — 10^{-2} mm) golurile injectate de emitor în bază nu au timp să se recombine cu electronii din bază şi difuzează

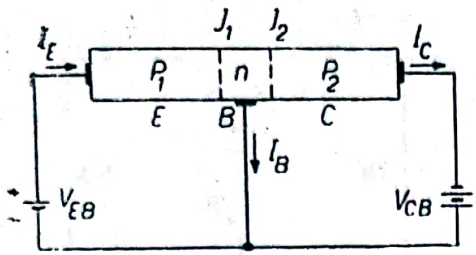


Fig. 19-20. Sensul curenților într-un tranzistor *p-n-p*.

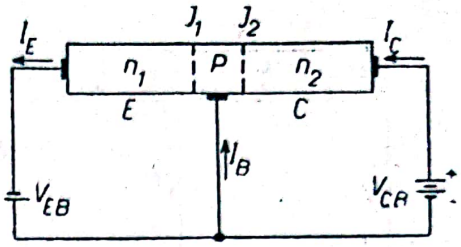


Fig. 19-21. Sensul curenților într-un tranzistor *n-p-n*.

pînă la cea de a doua joncțiune (J_2) cu excepția unei fracțiuni de procent (0,05%) care va contribui la curentul de bază I_B (fig. 19-19, *b*).

În joncțiunea colectorului (J_2), care este polarizată în sens invers, cîmpul electric invers orientat de la *n* către *p* favorizează numai trecerea purtătorilor minoritari dintr-o regiune în alta, deci a golurilor din regiunea *n* în regiunea p_2 și a electronilor din regiunea p_2 în regiunea *n*.

Deoarece numărul purtătorilor minoritari din colector (electroni) este redus, aceștia dau prin joncțiunea colector un curent foarte mic și ca urmare curentul I_C va fi determinat aproape în întregime de golurile venite de la emitor:

$$I_C = -\alpha I_E + I_{CO}, \tag{19-22}$$

unde α se numește *factor de amplificare în curent* (în montaj cu baza comună) și are valori cuprinse între 0,95 și 0,995, iar I_{CO} este curentul invers prin joncțiunea colector-bază.

O altă relație importantă în funcționarea tranzistorului exprimă legătura dintre curenți:

$$I_E = I_C + I_B \tag{19-23}$$

Din modul de circulație al purtătorilor de sarcină rezultă că rolul determinant în funcționarea tranzistorului *p—n—p* îl au golurile.

Principiul de funcționare al tranzistorului *n—p—n* este în esență același ca și acela al tranzistorului *p—n—p*. Deosebirea constă în faptul că rolul golurilor îl joacă acum electronii.

Curenții în tranzistorul *n—p—n* (fig. 19-21) sînt determinați de electronii care se deplasează din emitor în bază și de aici în colector; deci aceștia au sensuri inverse față de curenții din tranzistorul *p—n—p*. Ca urmare, polarizările trebuie să fie contrare acelora din cazul anterior.

Dacă I_E este variabil, atunci și I_C va fi variabil; dar, cum I_C este aproape egal cu I_E și pentru că rezistența circuitului în care se produc variațiile lui I_C este mult mai mare decît rezistența circuitului în care se produc variațiile lui I_E, rezultă că în aceste condiții de utilizare, tranzistorul este un amplificator de putere (fig. 19-22).

Din cele de mai sus, se observă analogia dintre un tranzistor și o triodă: emitorul și baza îndeplinesc aceleași roluri ca și ansamblul catod-grilă, de a produce purtători de sarcină liberi și de a le controla debitul; colectorul joacă rolul anodului și rezistența mare a joncțiunii $n—p_2(J_2)$ joacă rolul vidului triodei. Circuitul emitorului este analog cu acela al grilei și circuitul colectorului analog cu circuitul anodic. În ambele cazuri, se fixează un punct de funcționare și se pot amplifica tensiuni alternative slabe care se traduc

Scanned with OKEN Scanner

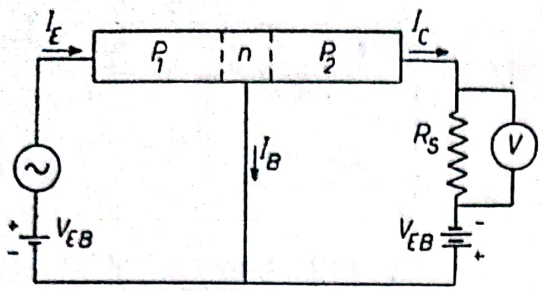


Fig. 19-22. Tranzistorul ca amplificator.

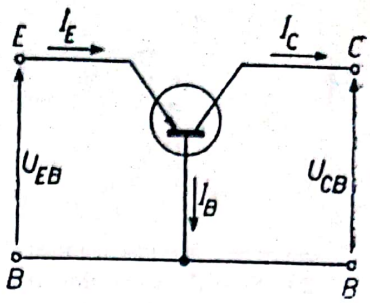


Fig. 19-23. Tranzistorul în montaj cu baza comună.

prin variațiile curentului anodic, comandate de tensiunea grilei sau prin variațiile curentului colectorului, comandate de curentul din circuitul emitorului.

Se disting însă și o serie de deosebiri importante, printre care: tranzistoarele au dimensiuni mult mai mici decît tuburile electronice, nu necesită circuite de încălzire, nici tensiuni de polarizare mari (cîțiva volți) și sînt foarte robuști.

Tranzistoarele obținute după primele procedee puteau fi utilizate pînă la frecvențe nu prea înalte; ulterior însă s-au obținut tranzistoare care pot fi folosite pînă la frecvențe care depășesc 2 GHz.

b. *Caracteristicile statice* ale tranzistorului exprimă cum variază una din mărimile I_E, I_B, V_{EB} și V_{CB} (în cazul montajului cu baza comună) în funcție de a doua, celelalte două mărimi fiind menținute constante.

Tranzistorul poate fi conectat în circuit în trei moduri: cu baza comună *BC*, cu emitorul comun *EC* și cu colectorul comun *CC*. Referindu-ne la figura 19-23 care precizează regimul de funcționare a tranzistorului în montaj cu baza comună, se vede că cele patru mărimi — doi curenți și două tensiuni (unul din curenți putînd fi determinat cu relația (19-23)) — permit trasarea mai multor caracteristici.

Practic, se folosesc două categorii de caracteristici; unele referitoare la circuitul de intrare, circuitul emitor-bază, în cazul montajului din figura 19-23 și altele referitoare la circuitul de ieșire, circuitul colector-bază, în cazul aceluiași montaj.

Pentru montajul cu baza comună, *BC*, caracteristicile mai importante sînt:

— caracteristicile de intrare: $I_E=f(U_{EB})$ pentru diferite valori ale tensiunii U_{CB}=constant (fig. 19-24) și

— caracteristicile de ieșire: $I_C=f(U_{CB})$ pentru diferiți curenți I_E=constant (fig. 19-25) și $I_C=f(U_{CB})$ pentru diferite tensiuni U_{EB}=constant (fig. 19-26).

În conexiunea cu emitor comun (fig. 19-27), caracteristicilor de mai sus le corespund: caracteristicile de intrare, $I_B=f(U_{BE})$ pentru diferite tensiuni U_{CE}=constant (fig. 19-28) și caracteristicile de ieșire, $I_C=f(U_{CE})$ pentru diferiți curenți I_B=constant (fig. 19-29) și $I_C=f(I_B)$ pentru U_{CE}=constant (fig. 19-30).

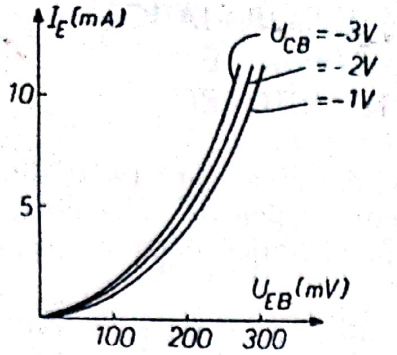


Fig. 19-24. Caracteristicile $I_E = f(U_{EB})$ la U_{CB} const.

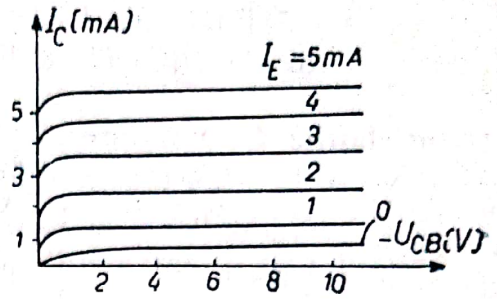


Fig. 19-25. Caracteristicile $I_C = f(U_{CB})$ la I_E const.

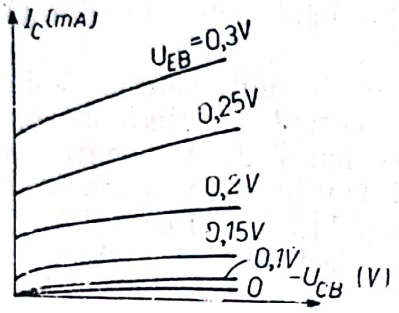


Fig. 19-26. Caracteristicile $I_C = f(U_{CB})$ la U_{EB} const.

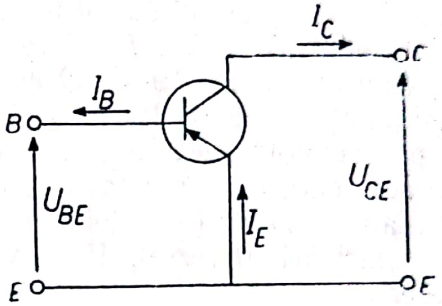


Fig. 19-27. Tranzistorul în montaj cu emitor comun.

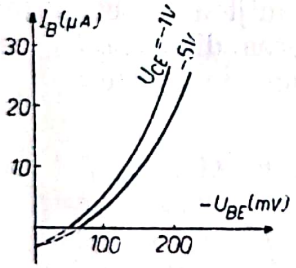


Fig. 19-28. Caracteristicile $I_B = f(U_{BE})$ la U_{CE} const.

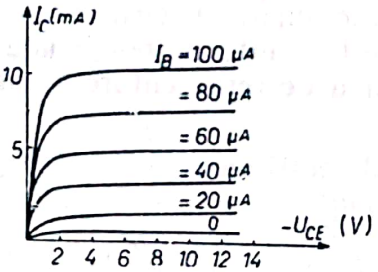


Fig. 19-29. Caracteristicile $I_C = f(U_{CE})$ la I_B const.

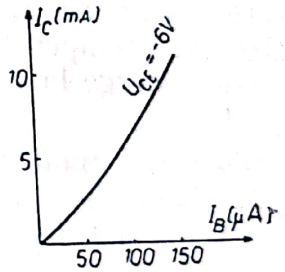


Fig. 19-30. Caracteristicile $I_C = f(I_B)$ la U_{CE} const.

c. *Parametrii tranzistorului.* În cazul tranzistoarelor, se pot defini o serie de parametri, în funcție de circuitul considerat și de schema de conectare a tranzistorului; vom defini numai doi parametri din cei mai importanți:

— factorul de amplificare în curent α, în montaj cu baza comună, definit prin raportul:

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$$

pentru U_{CB}=constant) și

— factorul de amplificare în curent β, în montaj cu emitor comun, definit prin relația:

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

(pentru U_{CE} = constant).

19.3. TRASAREA CARACTERISTICILOR STATICE ALE DIODEI TERMOELECTRONICE ŞI ALE DIODEI SEMICONDUCTOARE

19.3.1. Instalaţiile de măsurare. Pentru trasarea caracteristicilor diodei termoelectronice şi ale diodei semiconductoare şi pentru determinarea mărimilor indicate în partea teoretică, se execută montajele după schemele indicate în figurile 19-31 şi 19-32.

În schema din figura 19-31, T este dioda-tub, E_a — sursa de alimentare a circuitului anodic (o baterie de acumulatori de 110 V), D — divizor de tensiune pentru reglarea tensiunii (1,5 kΩ; 0,6 A), V_1 — voltmetru (0—130 V), mA — miliampermetru (0—50 mA), μA — microampermetru (0—10 μA), K — întrerupător, E_f — sursa din circuitul filamentului (o baterie de acumulatori de 6 V), V_2 — voltmetru (0—6 V), R — reostat (30 Ω — 5 A).

În schema din figura 19-32, D este dioda semiconductoare (o diodă cu germaniu, cu joncţiune, EFR 105), E_a — sursa de curent (o baterie de acumulatori de 6 V, pentru porţiunea directă a caracteristicii şi 24 V, pentru porţiunea inversă a acesteia), P — reostat (1,5 kΩ; 0,6 A) utilizat ca divizor de tensiune, mA — miliampermetru (0—0,24 mA, în cazul polarizării directe şi 0—0,500 μA, în cazul polarizării inverse), V — voltmetru electronic (0—1 V şi 0—30 V), K — inversor.

19.3.2. Trasarea caracteristicii de emisie $I_e=f(T)$. Pentru reprezentarea caracteristicii $I_s=f(T)$, se întîmpină dificultăţi în ceea ce priveşte măsurarea temperaturii de funcţionare a termocatodului cu mijloace obişnuite. Deoarece temperatura acestuia este proporţională cu puterea disipată P_f, se poate recurge la un alt mod de reprezentare a caracteristicii de emisie:

$$I_s=f(P_f).$$

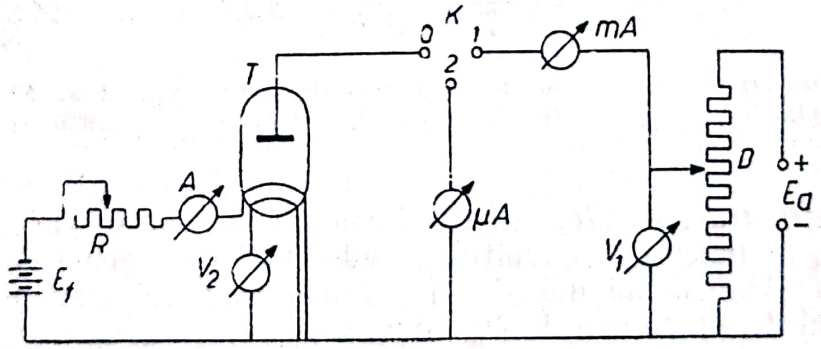


Fig. 19-31. Schema instalaţiei pentru trasarea caracteristicilor statice ale unei diode termoelectronice.

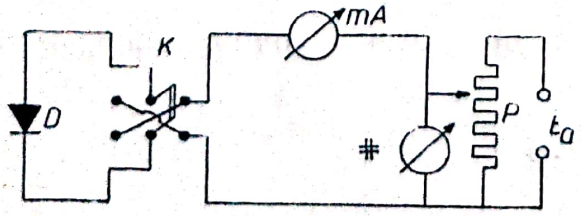


Fig. 19-32. Schema instalaţiei pentru trasarea caracteristicilor statice ale unei diode semiconductoare.

Puterea disipată este dată de relația:

$$P_f = U_f \cdot I_f, \tag{19-24}$$

unde U_f și I_f sînt tensiunea, respectiv curentul de încălzire al filamentului (catodului).

Se realizează instalația după schema din figura 19-31. Se face contactul 0—2 (K). Se variază, cu reostatul R, puterea disipată de catod, pînă la valoarea normală a acesteia, P_{fn} (indicată în cataloagele de tuburi electronice). Se notează valorile curentului, indicate de microampermetrul μA din circuitul anodic și se trasează caracteristica $I_s = f(P_f)$.

19.3.3. Trasarea caracteristicii statice a diodei termoelectronice. Întrerupătorul K se închide făcînd contactul 0—1. Se stabilește o valoare a tensiunii U_f, cu ajutorul reostatului R. Se variază U_A cu divizorul de tensiune P, plecînd de la valoarea zero și se notează indicațiile miliampermetrului (mA) din circuitul anodic. Se trasează caracteristica $I_A = f(U_A)$ pentru U_f=constant. Dînd cîteva valori tensiunii U_f($U_{f1} = U_{fn} = 5$ V, $U_{f2} = 4$ V, $U_{f3} = 3$ V), se obține familia de caracteristici statice ale diodei (fig. 19-6).

Să se verifice în ce domeniu este valabilă legea sarcinii spațiale Langmuir-Child. Pentru aceasta, se reprezintă curba $\log I_A = f(\log U_A)$. Punctele care satisfac legea 3/2, se situează pe o dreaptă care intersectează axa absciselor în punctul $\log K$ și are panta 3/2.

Ecuația acestei drepte este:

$$\log I_A = 3/2 \log U_A + \log K \tag{19-25}$$

și rezultă din logaritmarea relației:

$$I_A = K \cdot U_A^{3/2} \tag{19-26}$$

19.3.4. Determinarea grafică a parametrilor statici ai diodei termoelectronice. Caracteristica statică obținută pe cale experimentală (fig. 19-33) dă posibilitatea să se determine valoarea parametrilor statici corespunzători unui anumit punct de funcționare (1 din fig 19-33). Se dă tensiunii anodice o variație mică ΔU_A, căreia îi corespunde o variație ΔI_A a curentului anodic, menținînd constantă tensiunea de filament. Astfel, în figura 19-33 considerăm pe caracteristică două puncte (2 și 3), aproximînd linia care le unește cu un segment de dreaptă; atunci parametrii au valoarea:

$$R_i = \frac{\Delta U_A}{\Delta I_A} = \frac{U_{A2} - U_{A3}}{I_{A2} - I_{A3}}; \quad S = \frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} =$$

$$= \frac{I_{A2} - I_{A3}}{U_{A2} - U_{A3}} \text{ și } R = \frac{U_{A1}}{I_{A1}}$$

Să se determine R_i și S corespunzător la diferite puncte de pe caracteristică și să se traseze graficul de variație al acestora cu tensiunea anodică (fig. 19-8).

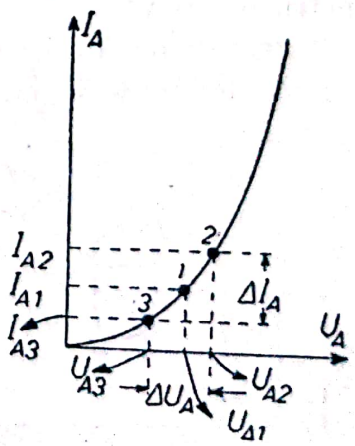


Fig. 19-33. Determinarea grafică a parametrilor statici ai unei diode termoelectronice.

19.3.5. Trasarea caracteristicii $I=f(U)$ a unei diode de germaniu cu joncțiune. Se realizează un montaj după schema de principiu din figura 19-32. Se închide inversorul K, astfel ca dioda să fie polarizată în sens direct. Se variază tensiunea aplicată diodei cu divizorul de tensiune P, plecînd de la valoarea minimă a acesteia. Se notează valorile tensiunii și intensității curentului și se trasează caracteristica curent-tensiune.

Se inversează polaritatea diodei cu inversorul K și se ridică cîteva puncte ale caracteristicii inverse.

În reprezentare, se folosesc scări diferite pentru porțiunile directă și inversă ale caracteristicii (fig. 19-17).

19.3.6. Determinarea rezistenței interne directe și inverse a diodei semiconductoare. Cu ajutorul caracteristicii $I=f(U)$, se determină corespunzător cîtorva puncte de pe porțiunile directă și inversă a caracteristicii, rezistența internă R_i, după indicațiile de la 19.3, punctul 4.

Observație: trebuie să se țină seama în timpul lucrului ca, atît în cazul diodei termoelectronice, cît și în acela al diodei cu germaniu, să nu fie depășite valorile maxime admise ale mărimilor I, U și P_a care sînt indicate în cataloage.

19.4. TRASAREA CARACTERISTICILOR STATICE ȘI DETERMINAREA PARAMETRILOR UNEI TRIODE

19.4.1. Instalația. Pentru ridicarea caracteristicilor statice ale triodei se utilizează instalația schițată în figura 19-34. Această instalație este formată din trei circuite avînd un punct comun, al cărui potențial este considerat nul (zero).

Circuitul anodic cuprinde: T — trioda, E_a — sursa de curent continuu (o baterie de acumulatori de 110 V), P_1 — divizor de tensiune (1,5 kΩ; 0,6 A), V_1 — voltmetru (0—130 V), mA — miliampermetru (0—50 mA).

Circuitul de grilă cuprinde: E_G — sursa de negativare a grilei (o baterie de acumulatori de 6 V), P_2 — divizor de tensiune (30 Ω, 5 A), V_2 — voltmetru (0—6 V).

Circuitul de încălzire al filamentului (nereprezentat în figură) cuprinde un acumulator de 6 V și un reostat.

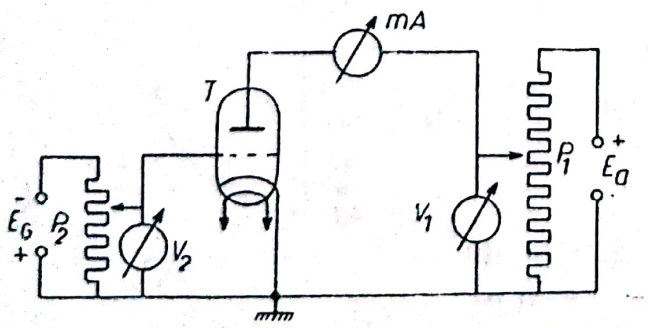


Fig. 19-34. Schema instalației pentru trasarea caracteristicilor statice ale unei triode.

19.4.2. Trasarea caracteristicilor anodice ale triodei:

$I_A=f(U_A)$ la $U_G=$ constant.

Se închide circuitul de încălzire al catodului; apoi se aplică, cu ajutorul potențiometrului P_2, un potențial pe grilă, a cărui valoare este indicată de voltmetrul V_2.

Se acționează asupra potențiometrului P_1, pornind de la valoarea minimă a acestuia și se notează valorile indicate de voltmetrul (V_1) și de miliampermetrul (mA) din circuitul anodic.

Se procedează în mod asemănător pentru diferite tensiuni de grilă ($U_{G0}=0$; $U_{G1}=-1$ V; $U_{G2}=-3$ V; $U_{G3}=-4$ V). Cu datele obținute, se trasează familia caracteristicilor anodice (fig. 19-9).

19.4.3. Trasarea caracteristicilor cu potențialul anodic constant:

$$I_A=f(U_G) \text{ la } U_A=\text{const.}$$

Se aplică pe grilă tensiunea maximă (−4 V) și se fixează tensiunea anodică la o valoare care se menține constantă. Se micșorează tensiunea de negativare a grilei și se notează indicațiile voltmetrului din circuitul de grilă și ale miliampermetrului din circuitul anodic.

Dînd diferite valori tensiunii anodice, se poate reprezenta familia caracteristicilor de grilă (fig. 19-10).

19.4.4. Determinarea parametrilor statici ai triodei: R_i, S și μ.

Folosind familiile de caracteristici $I_A=f(U_G)$ la $U_A=\text{const.}$ și $I_A=f(U_A)$ la $U_G=\text{const.}$, precum și relațiile de definiție (19-13), (19-14) și (19-15), se pot determina pe cale grafică parametrii triodei.

Considerăm caracteristicile obținute experimental la punctele 19.4.2. și 19.4.3. (fig. 19-35). Punctul de funcționare 1 — față de care se calculează parametrii — este situat pe porțiunea liniară a caracteristicii. Se produce o variație a tensiunilor (ΔU_G și ΔU_A) în jurul punctului de funcționare.

În planul (I_A, $-U_G$) (fig. 19-35,a), parametrii triodei au următoarea interpretare grafică:

$$R_{i1}=\left(\frac{\Delta U_A}{\Delta I_A}\right)_{U_{G_1}=\text{const.}},\quad S_1=\left(\frac{\Delta I_A}{\Delta U_G}\right)_{U_{A_1}=\text{const.}},\quad \mu_1=\left(\frac{\Delta U_A}{\Delta U_G}\right)_{I_{A_1}=\text{const.}}$$

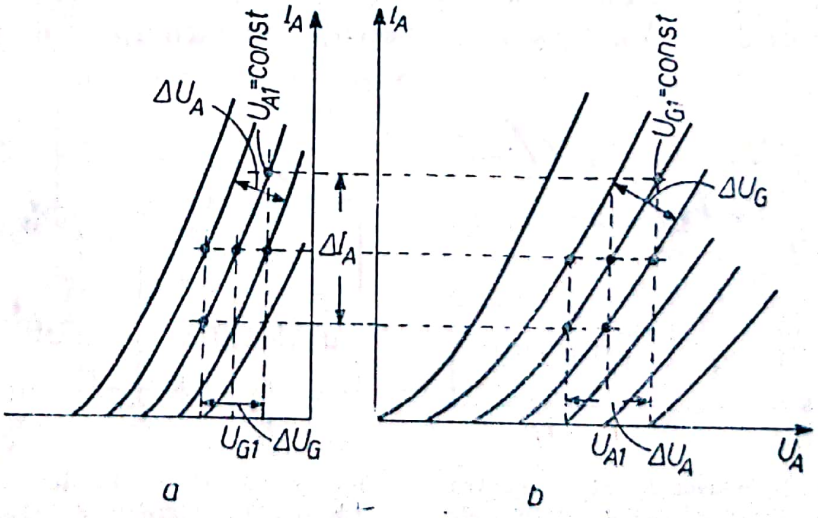


Fig. 19-35. Determinarea grafică a parametrilor statici ai unei triode:
a — din caracteristicile de grilă; b — din caracteristicile anodice ale triodei.

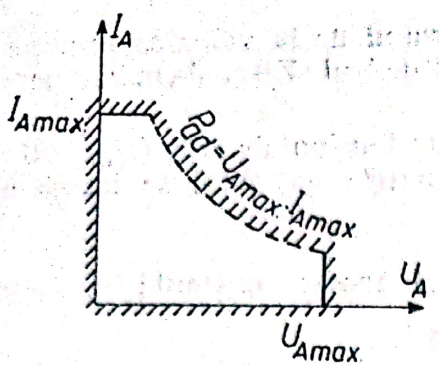


Fig. 19-36. Determinarea regiunii de funcționare normală în planul caracteristicilor anodice.

În planul (I_A, U_A) (fig. 19-35, *b*), parametrii au interpretări grafice similare.

Observații. În timpul lucrului, nu trebuie depășite valorile maxime admise de tub: U_{Amax} — tensiunea anodică maximă —, I_{Amax} — curentul anodic maxim —, P_{ad} — puterea disipată maximă admisă la anod. Aceste valori sînt indicate în catalogele de tuburi electronice. Depășirea acestora poate duce la distrugerea tubului.

Pentru a asigura funcționarea normală a tubului, este necesar să se delimiteze, în planul caracteristicilor, regiunea utilizabilă. De exemplu, în figura 19-36 sînt indicate limitările care apar în cazul familiei de caracteristici anodice. Regiunea admisă pentru funcționare este limitată superior printr-o dreaptă corespunzătoare valorii maxime a curentului anodic $I_{A\,max}$, printr-o curbă corespunzătoare puterii disipate maxime la anod, P_{ad} și printr-o dreaptă verticală corespunzătoare tensiunii anodice maxime, $U_{A\,max}$.

19.5. TRASAREA CARACTERISTICILOR STATICE ȘI DETERMINAREA PARAMETRILOR PRINCIPALI AI UNUI TRANZISTOR

19.5.1. Instalația de măsurare. Pentru trasarea caracteristicilor statice ale unui tranzistor *p—n—p*, în montaj cu baza comună, se realizează instalația după schema din figura 19-37. În cazul montajului cu emitorul comun, schema instalației este reprezentată în figura 19-38.

Schema din figura 19-37 cuprinde: *Tr* — un tranzistor din seria EFT-351 (tip *p—n—p*), E_E — sursa de alimentare a joncțiunii emitorului (un acumulator de 2 V), E_C — sursa de alimentare a joncțiunii colectorului (o baterie de acumulatori de 12 V), P_1 și P_2 — potențiometre cu ajutorul cărora se pot

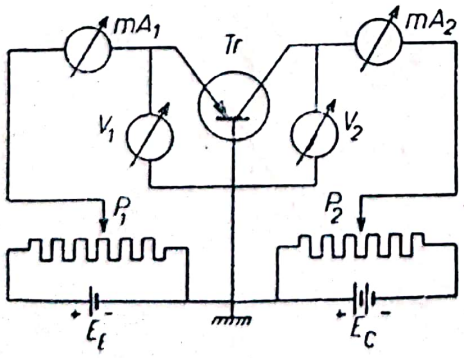


Fig. 19-37. Schema instalației pentru trasarea caracteristicilor statice ale unui tranzistor *p-n-p* în montaj cu baza comună.

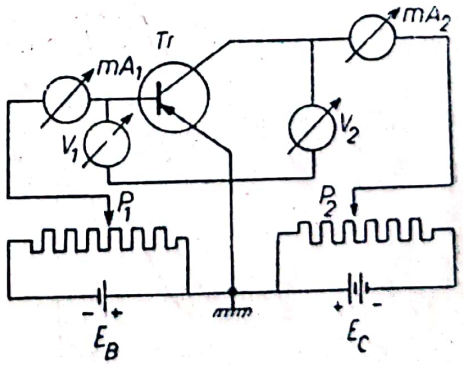


Fig. 19-38. Schema instalației pentru trasarea caracteristicilor statice ale unui tranzistor *p-n-p* în montaj cu emitor comun.

varia tensiunea emitorului și tensiunea colector-bază (6 kΩ), V_1 și V_2 — voltmetre cu rezistența interioară foarte mare (0—1 V și 0—10 V) sau un voltmetru electronic care se conectează prin intermediul unui comutator și căruia i se poate schimba scara (0—1 V și 0—10 V), mA_1 și mA_2 — miliampermetre pentru măsurarea curenților I_E și I_C (0—24 mA).

În montajul cu emitorul comun, se utilizează același tranzistor, aceleași instrumente de măsurat și aceleași surse de alimentare ca și în montajul cu baza comună, acestea fiind conectate după schema din figura 19-38.

19.5.2. Trasarea caracteristicilor statice ale tranzistorului în conexiunea *BC*. Se execută instalația a cărei schiță este reprezentată în figura 19-37.

a. Se trasează caracteristicile de intrare: $I_E = f(U_{EB})$ dînd cîteva valori parametrului $U_{CB} = \text{const}$.

Se fixează potențiometrul P_1 la valoarea maximă, iar cu potențiometrul P_2 se dă tensiunii colector-bază o valoare anumită (de exemplu 2 V); se notează valoarea curentului de emitor și a tensiunii emitor-bază. Aceste valori reprezintă un punct pe graficul care are în ordonată valoarea curentului de emitor și pe abscisă valoarea tensiunii emitor-bază. Se micșorează treptat tensiunea emitor-bază, notînd pentru fiecare valoare a acesteia, valoarea curentului de emitor. Cu aceste valori se obțin mai multe puncte, care permit să se traseze curba $I_E = f(U_{EB})$ la $U_{CB} = -2$ V. Se ridică apoi curbe, fixînd alte valori tensiunii U_{CB} (—5 V = const. și —10 V = const.).

b. Se trasează familiile de caracteristici de ieșire: $I_C = f(U_{CB})$ fixînd cîteva valori curentului I_E = 5 mA = const., 10 mA = const., 15 mA = const. și $I_C = f(U_{EB})$ la U_{CB} = const.

Modul de lucru pentru trasarea acestor caracteristici este asemănător cu cel din cazul caracteristicii de intrare.

19.5.3. Trasarea caracteristicilor statice ale tranzistorului în conexiunea *EC*. Se execută montajul reprezentat în figura 19-38.

a. Se reprezintă caracteristica de intrare: $I_B = f(U_{BE})$ la $U_{CB} = \text{const}$. Această caracteristică este foarte puțin influențată de valoarea tensiunii colector-emitor. Pentru aceasta, este suficient să se ridice o singură curbă, corespunzătoare unei tensiuni colector-emitor constantă.

b. Se ridică caracteristicile de ieșire: $I_C = f(U_{CE})$ corespunzătoare lui I_B (100 mA = const., 150 mA = const. și 200 mA = const.) și $I_C = f(I_B)$ pentru o valoare a tensiunii U_{CE} = const.

19.5.4. Determinarea parametrilor principali ai tranzistorului.

Folosind caracteristicile statice: $I_C = f(U_{CB})$ la I_E = const. și $I_C = f(U_{CE})$ la I_B = const. sau $I_C = f(I_B)$ la U_C = const., obținute prin măsurătorile de la punctele 19.5.2. și 19.5.3., se determină, pe cale grafică, parametrii:

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \text{ la } U_{CB} = \text{const.}$$

și

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \text{ la } U_{CE} = \text{const.}$$

Scanned with OKEN Scanner

BIBLIOGRAFIE

1. E. Amaldi, *Fisica sperimentale*, vol. II, Roma, Marves, 1960.
2. B. I. Bleaney, B. Bleaney, *Electricity and Magnetism*, Oxford, Clarendon Press, 1963.
3. J. Baurand, *Mesures électriques*, vol. I, II, Paris, Masson, 1961.
4. G. Bruhat, *Électricité*, Paris, Masson, 1963.
5. S. Chikazumi, *Physics of Magnetism*, London, John Wiley, 1964.
6. G. Couchet, Ph. Durand, J. Gélard, A. Zvenigorosky, *Électricité générale*, Paris, Masson, 1969.
7. R. P. Feynman, *Fizica modernă* (traducere din lb. engleză), Bucureşti, Editura tehnică, 1970.
8. P. Fleury, J. P. Mathieu, *Physique générale et expérimentale*, vol. 6, *Électrostatique-Courant continu-Magnétisme*, Paris, Eyrolles, 1967.
9. A. Frühling, *Cours d'électricité*, Paris, Dunod, 1966.
10. E. W. Golding, F. C. Widdis, *Electrical Measurements and Measuring Instruments*, London, 1963.
11. A. G. Goloveico, *Matematiceskaia obrabotka opîtnîh dannîh*, Minsk, B.P.I., 1960.
12. Th. V. Ionescu, *Electricitatea*, Bucureşti, Editura tehnică, 1962.
13. S. G. Kalaşnikov, *Elektricestvo*, Moskva, Nauka, 1970.
14. Ch. Kittel, *Introducere în fizica corpului solid* (traducere din lb. engleză), Bucureşti, Editura tehnică, 1972.
15. G. Rumeau, G. Guinier, *Cours d'électricité*, Paris, Librairie Delagrave, 1965.
16. F. W. Sears, *Electricity and Magnetism*, London, Addison-Wesley, 1964.
17. C. Sora, *Introducere în studiul generatorului Hall*, Bucureşti, Editura Academiei R.S.R., 1969.
18. V. Tutovan, *Introducere în măsurări electrice şi magnetice*, Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1962.
19. W. Walcher, *Praktikum der Physik*, Stuttgart, Teubner, 1971.
20. W. H. Westphal, *Physikalisches Praktikum*, Braunschweig, Friedr. Vieweg Sohn, 1941.
21. G. E. Zilberman, *Elektricestvo i magnetism*, Moskva, Nauka, 1970.

Coli de tipar 14. B.T. 21.03.75 Format
16.70×100, hîrtie tip I A, de 70 gr/m²
Tiraj 2 600+80 ex. leg. 1/1.
Apărut 1975

I. P. „Oltenia" Craiova
Str. M. Viteazul, nr . 4
Republica Socialistă România
Plan 4 316/424